



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Ψηφιακή Επεξεργασία και Ανάλυση Εικόνας

Ενότητα 5<sup>η</sup>: Αποκατάσταση Εικόνας

Καθ. Κωνσταντίνος Μπερμπερίδης

Πολυτεχνική Σχολή

Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής

# Σκοποί ενότητας

- Εισαγωγή στις τεχνικές αποκατάστασης εικόνας
- Αποκατάσταση εικόνας από:
  - Προσθετικό θόρυβο
  - Υποβάθμιση λόγω συνέλιξης
  - Υποβάθμιση λόγω συνέλιξης & θορύβου
  - Υποβάθμιση λόγω κίνησης



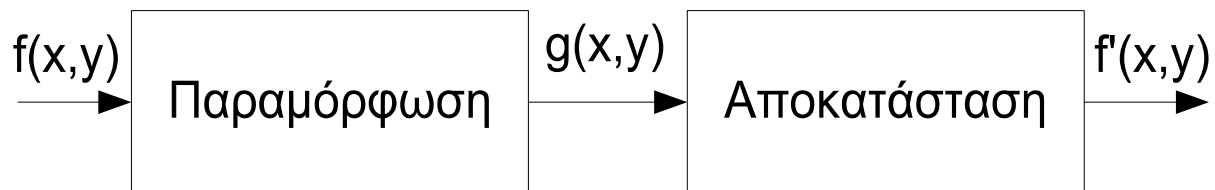
# Περιεχόμενα ενότητας

- Βασικές έννοιες αποκατάστασης εικόνας
- Υποβάθμιση λόγω προσθετικού θορύβου
- Υποβάθμιση λόγω συνέλιξης
- Υποβάθμιση λόγω συνέλιξης & θορύβου
- Προσαρμοστική επεξεργασία Wiener
- Υποβάθμιση λόγω κίνησης



# Εισαγωγή (1/2)

- Αναίρεση υποβάθμισης που μπορεί να οφείλεται:
  - Στο οπτικό σύστημα (θόλωμα λόγω κακής εστίασης, γεωμετρικές παραμορφώσεις ...)
  - Σε ατέλειες στους αισθητήρες και τη διάταξή τους
  - Στην παρουσία θορύβων (λευκού, χρωματισμένου, προσθετικού, πολλαπλασιαστικού ...)
  - Σε παράγοντες περιβάλλοντος και γενικότερα στις συνθήκες λήψης (π.χ. ανομοιόμορφος φωτισμός)
  - Στη σχετική κίνηση κάμερας – αντικειμένου
  - ...



# Εισαγωγή (2/2)

- Η αποκατάσταση στοχεύει στην ανάκτηση της  $f(x, y)$  από την  $g(x, y)$ , με εφαρμογή αντικειμενικών κριτηρίων
- Απαιτείται η γνώση του είδους της υποβάθμισης ή τουλάχιστον κάποια καλή εκτίμηση της
- Θα εξετάσουμε τις εξής περιπτώσεις του προβλήματος:
  - Προσθήκη λευκού θορύβου
  - Υποβάθμιση λόγω συνέλιξης με την PSF
  - PSF + λευκός θόρυβος
  - Σχετική κίνηση



# Προσθήκη Θορύβου (1/5)

- Υποθέσεις:

- Ο θόρυβος είναι προσθετικός, δηλαδή

$$g(x, y) = f(x, y) + n(x, y)$$

- Η  $f(x, y)$  είναι 2-D στοχαστική διαδικασία, ασθενώς στάσιμη (τουλάχιστον με τη χωρική έννοια) και με μέση τιμή μηδέν
- Η  $n(x, y)$  είναι λευκός θόρυβος (τουλάχιστον χωρικά) με μέση τιμή μηδέν, ασυσχέτιστος με την  $f(x, y)$

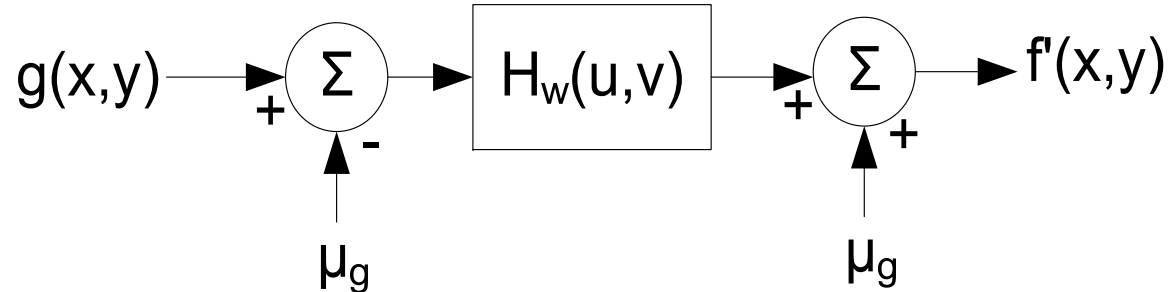


# Προσθήκη Θορύβου (2/5)

- Φιλτράρισμα Wiener

$$\hat{f}(x, y) = h_w(x, y) ** g(x, y)$$

Μοντέλο επεξεργασίας



- **Ζητούμενο:** Να βρεθεί ο γραμμικός εκτιμητής  $h_w(x, y)$ , ο οποίος με είσοδο την  $g(x, y)$  δίνει ως έξοδο την  $\hat{f}(x, y)$  με τρόπο ώστε  $\hat{f}(x, y) = f(x, y)$



# Προσθήκη Θορύβου (3/5)

Κριτήριο εγγύτητας και υπολογισμού  $h_w(x, y)$

$$MMSE = \min_{h_w} E \left\{ \left( f(x, y) - \hat{f}(x, y) \right)^2 \right\}$$

Λύση (στο πεδίο συχνοτήτων) :

$$H_w(u, v) = \frac{P_{fg}(u, v)}{P_g(u, v)} = \frac{P_f(u, v)}{P_f(u, v) + P_n(u, v)}$$

όπου:

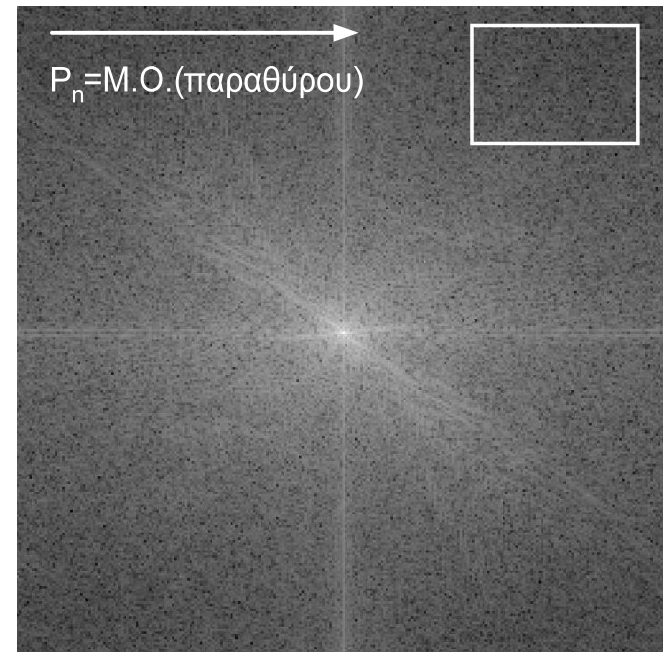
- $P_f(u, v)$  : Πυκνότητα φάσματος ισχύος της  $f(x, y)$
- $P_n(u, v)$  : Πυκνότητα φάσματος ισχύος της  $n(x, y)$





# Προσθήκη Θορύβου (4/5)

- Αν  $N \times N$  σήμα  $x$ , τότε  $P_x(u, v) = |X(u, v)|^2 / N^2$   
 $P_x(u, v) = |X(u, v)|^2 / N^2$ , όπου  $|X(\cdot)|$  το μέτρο του DFT του  $X$  στο σημείο  $(u, v)$ .
- Το  $P_f$  υπολογίζεται αφαιρώντας από το  $P_g$  το  $P_n$
- Πώς όμως υπολογίζεται το  $P_n$ ;
- Το  $P_n$  υπολογίζεται από την μέση τιμή ενός παραθύρου που καλύπτει κάποιες από τις υψηλές συχνότητες της εικόνας  $g$



# Προσθήκη Θορύβου (5/5)

Εικόνα με λευκό θόρυβο Gauss και το αποτέλεσμα της επεξεργασίας  
(αν θεωρηθούν γνωστά τα απαιτούμενα φάσματα ισχύος)



# Υποβάθμιση λόγω συνέλιξης (1/3)

- Μοντέλο
  - $g(x, y) = f(x, y) ** b(x, y), G(u, v) = F(u, v)B(u, v)$
  - $b(x, y)$ : το σύστημα υποβάθμισης - θεωρείται γνωστό
- Φιλτράρισμα με αντίστροφο φίλτρο
  - $H(u, v) = 1/B(u, v)$  και άρα  $H(u, v)G(u, v) = F(u, v)$
- Αν υπάρχει θόρυβος τότε
  - $H(u, v)G(u, v) = F(u, v) + N(u, v)/B(u, v)$



# Υποβάθμιση λόγω συνέλιξης (2/3)

- Αντίστροφο φίλτρο με χρήση Κατωφλίου
- Αναδρομικός αλγόριθμος για το Αντίστροφο Φίλτρο

$$H(u, v) = \begin{cases} \frac{1}{B(u, v)} & \frac{1}{|B(u, v)|} < \gamma \\ \frac{\gamma |B(u, v)|}{B(u, v)} & \frac{1}{|B(u, v)|} \geq \gamma \end{cases}$$

- Ο αλγόριθμος μπορεί να υλοποιηθεί και στο pixel domain

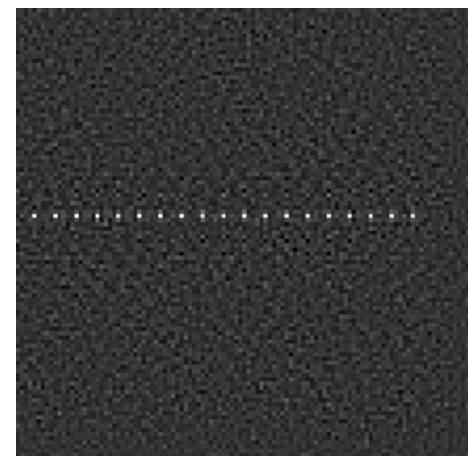
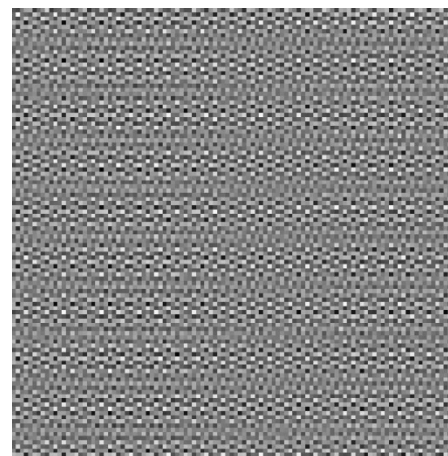
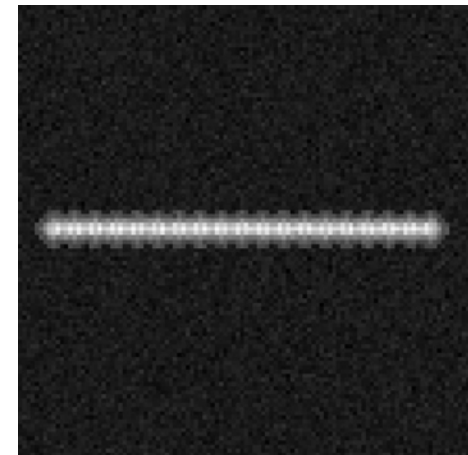
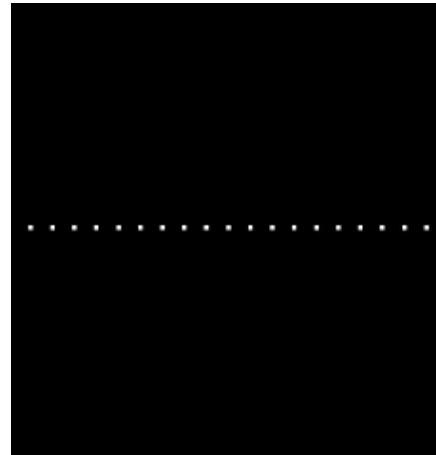
$$F_{k+1}(u, v) = F_k(u, v) + \mu[G(u, v) - F_k(u, v) \circ H(u, v)]$$

πρέπει  $|1 - \mu H(u, v)| < 1$



# Υποβάθμιση λόγω συνέλιξης (3/3)

- Αρχική εικόνα
- Εικόνα μετά από συνέλιξη και θόρυβο
- Αντίστροφο φίλτρο χωρίς κατώφλι
- Αντίστροφο φίλτρο με κατώφλι



# Υποβάθμιση λόγω συνέλιξης και θορύβου (1/3)

## Πιθανές προσεγγίσεις:

- Χρήση αντίστροφου φίλτρου με κατώφλι
- Χρήση φίλτρου Wiener για την ελαχιστοποίηση του θορύβου και έπειτα αντίστροφου φίλτρου με κατώφλι για την αναίρεση της συνέλιξης
- Χρήση φίλτρου Wiener επί του συνόλου
  - Το μοντέλο σε αυτή την περίπτωση είναι:

$$g(x, y) = f(x, y) ** b(x, y) + n(x, y)$$



# Υποβάθμιση λόγω συνέλιξης και θορύβου (2/3)

- Με χρήση του προηγούμενου μοντέλου και του σχετικού MMSE κριτηρίου προκύπτει ότι το φίλτρο Wiener δίνεται από την έκφραση:

$$H_w(u, v) = \frac{P_f(u, v)B^*(u, v)}{P_f(u, v)|B(u, v)|^2 + P_n(u, v)}$$

- Το παραπάνω φίλτρο Wiener είναι ισοδύναμο με τη διαδοχική εφαρμογή ενός φίλτρου Wiener για τον θόρυβο και ενός αντίστροφου φίλτρου για το σύστημα υποβάθμισης

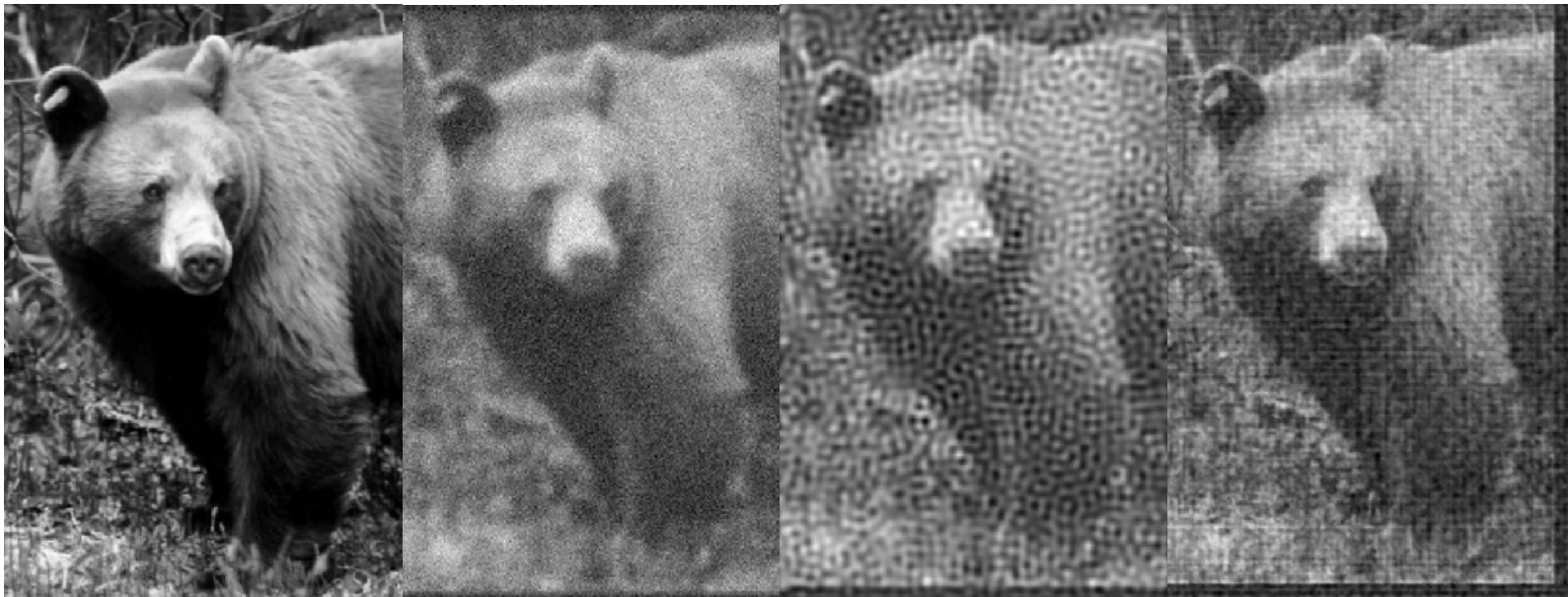
$$H_w(u, v) = \frac{P_r(u, v)}{P_r(u, v) + P_n(u, v)} \frac{1}{B(u, v)}$$

όπου  $P_r(u, v) = P_f(u, v)|B(u, v)|^2$



# Υποβάθμιση λόγω συνέλιξης και θορύβου (3/3)

- Αρχική εικόνα
- Εικόνα μετά από συνέλιξη και θόρυβο
- Αντίστροφο φίλτρο με κατώφλι
- Wiener





# Προσαρμοστική επεξεργασία

- Επεξεργασία *pixel-by-pixel* με βάση τα τοπικά χαρακτηριστικά (μεγάλη πολυπλοκότητα)
- Επεξεργασία *block-by-block*  
(blocking effect: αντιμετωπίζεται με επικαλυπτόμενα μπλοκ και κατάλληλη παραθύρωση )
- Προσαρμοστικό φίλτρο Wiener (αλγόριθμος του Lee), περιγράφεται στη συνέχεια.



# Προσαρμοστική επεξεργασία Wiener(1/2)

- Θεωρούμε μια υπο-περιοχή όπου η εικόνα είναι στάσιμη και θεωρείται ότι μπορεί να μοντελοποιηθεί ως

$$f(x, y) = m_f + \sigma_f w(x, y)$$

όπου  $m_f$  και  $\sigma_f$  είναι η τοπική μέση τιμή και τυπική απόκλιση, αντίστοιχα, ενώ  $w(x, y)$  είναι λευκή διαδικασία με μέση τιμή μηδέν και διασπορά 1.

Το φίλτρο Wiener που εφαρμόζεται στην  $g(x, y)$  (θυμίζουμε ότι  $g(x, y) = f(x, y) + n(x, y)$  είναι το

$$H_w(u, v) = \frac{P_f(u, v)}{P_f(u, v) + P_n(u, v)} = \frac{\sigma_f^2}{\sigma_f^2 + \sigma_n^2}$$



# Προσαρμοστική επεξεργασία Wiener(2/2)

Η κρουστική απόκριση του φίλτρου Wiener είναι η

$$h_w(x, y) = \frac{\sigma_f^2}{\sigma_f^2 + \sigma_n^2} \delta(x, y)$$

Η εικόνα εξόδου του φίλτρου Wiener, και θεωρώντας ότι τα  $m_f$  και  $\sigma_f$  είναι χωρικά μεταβαλλόμενα, δίνεται από την σχέση:

$$\hat{f}(x, y) = m_f(x, y) + \frac{\sigma_f^2(x, y)}{\sigma_f^2(x, y) + \sigma_n^2} [g(x, y) - m_f(x, y)]$$



# Υποβάθμιση λόγω κίνησης (1/4)

- Εξαιτίας του μη μηδενικού χρόνου απόκρισης των αισθητήρων η αποκτηθείσα ψηφιακή εικόνα παρουσιάζεται θολωμένη
- Μοντέλο κίνησης – Υπέρθεση εικόνων που μετατοπίζονται

$$g(x, y) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x - x_0(t), y - y_0(t)) dt$$

- $T$ : Η χρονική διάρκεια έκθεσης στο φως
- $x_0(t), y_0(t)$ : Η οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση της  $f(x, y)$  στο χρόνο  $t$  σε σχέση με το σύστημα καταγραφής



## Υποβάθμιση λόγω κίνησης (2/4)

$$\begin{aligned} G(\Omega_x, \Omega_y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) e^{-i\Omega_x x} e^{-i\Omega_y y} dx dy \\ &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x - x_0(t), y - y_0(t)) e^{-i\Omega_x x} e^{-i\Omega_y y} dx dy \right] dt \\ &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [F(\Omega_x, \Omega_y) e^{-i\Omega_x x_0(t)} e^{-i\Omega_y y_0(t)}] dt \\ &= F(\Omega_x, \Omega_y) \left[ \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e^{-i\Omega_x x_0(t)} e^{-i\Omega_y y_0(t)} dt \right] = F(\Omega_x, \Omega_y) H(\Omega_x, \Omega_y) \end{aligned}$$



## Υποβάθμιση λόγω κίνησης (3/4)

- Συνεπώς θεωρούμε ότι η υποβάθμιση εισάγεται μέσω συστήματος με απόκριση συχνότητας :

$$H(\Omega_x, \Omega_y) = \left[ \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e^{-i\Omega_x x_0(t)} e^{-i\Omega_y y_0(t)} dt \right]$$

- Το  $H(\cdot)$  υπολογίζεται εύκολα αρκεί να είναι γνωστές οι συναρτήσεις  $x_0(t), y_0(t)$ 
  - Π.χ. αν  $y_0(t) = 0$  και  $x_0(t) = kt$ , τότε  $H(\Omega_x, \Omega_y) = \text{sinc}(\Omega_x kT/2)$



# Υποβάθμιση λόγω κίνησης (4/4)

- $k=4$ ,  $T=0.01\text{sec}$



Τέλος Ενότητας



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση **1.0**.



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Κωνσταντίνος Μπερμπερίδης, 2015.

«Ψηφιακή Επεξεργασία & Ανάλυση Εικόνας. Εισαγωγή». Έκδοση: 1.0.

Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<https://eclass.upatras.gr/courses/CEID1033/>.



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

- Ι. Πήτας, «Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας», Θεσσαλονίκη, 2001

