



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Τεχνητή Νοημοσύνη

Ενότητα 4: Στρατηγικές Ελέγχου Επίλυσης

Ιωάννης Χατζηλυγερούδης

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής

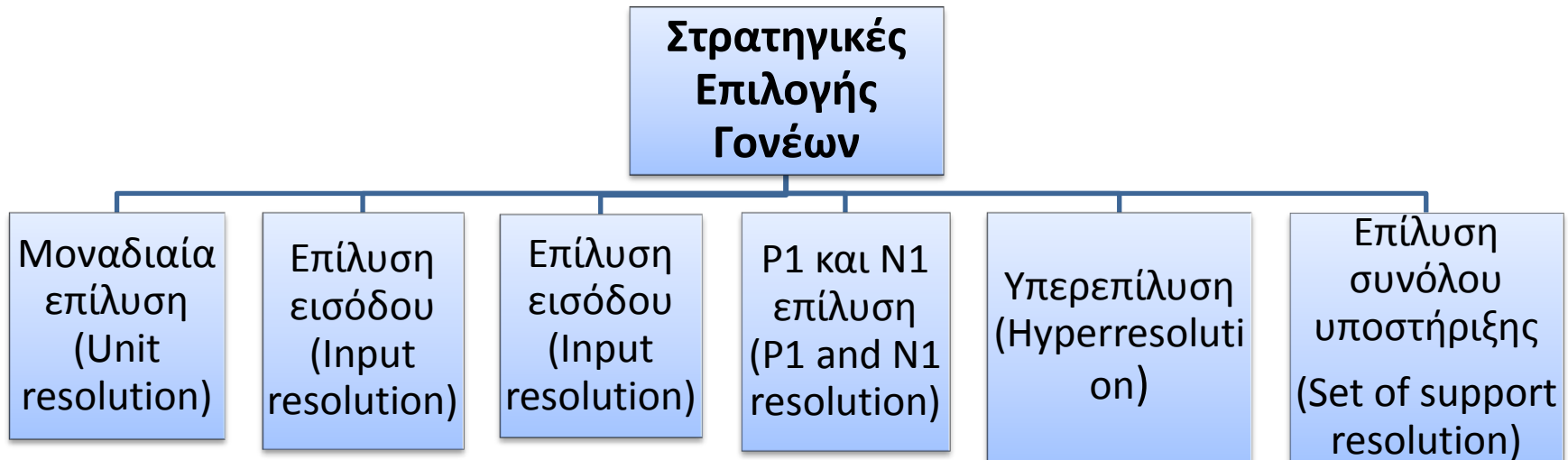
# Στρατηγικές Ελέγχου Επίλυσης

# Στρατηγικές Ελέγχου Επίλυσης (1)

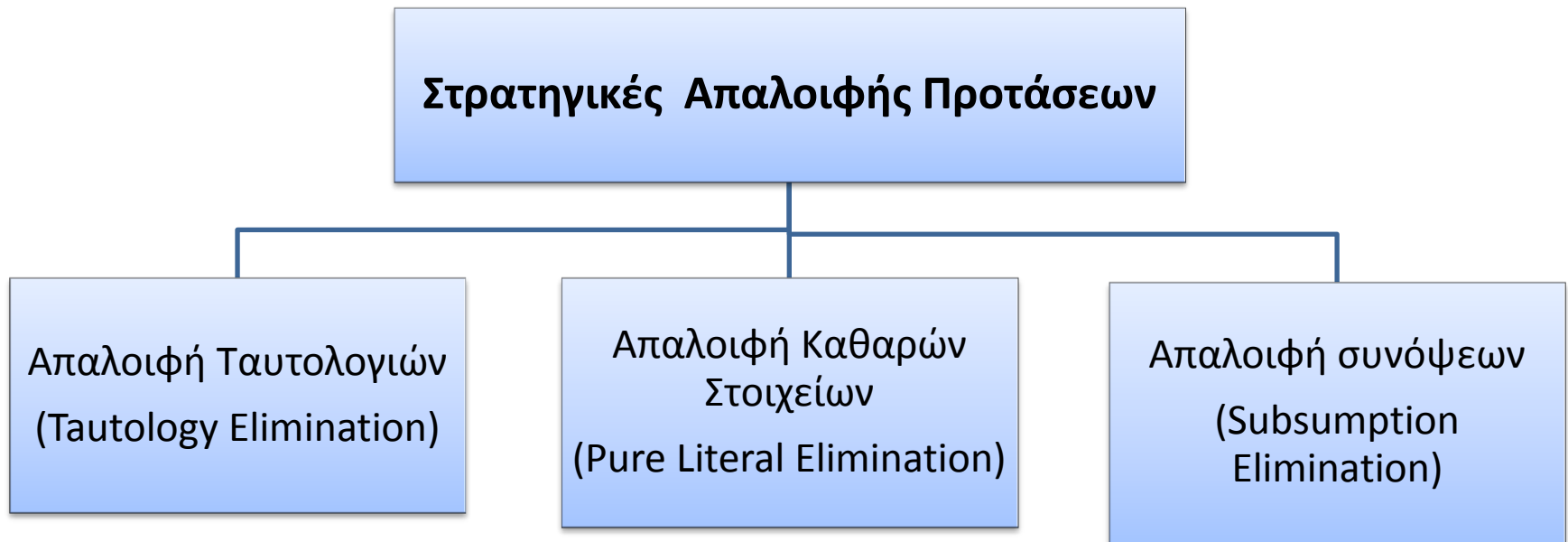
- Η μη ελεγχόμενη χρήση της αρχής της επίλυσης δημιουργεί εκθετικά αυξανόμενο χώρο αναζήτησης.
- Γι' αυτό έχουν επινοηθεί στρατηγικές που επιβάλλουν κάποιους τρόπους είτε επιλογής/αποκλεισμού γονέων για μελλοντικές επιλύσεις είτε στην παραγωγή των επιλυουσών. Αυτές ονομάζονται **στρατηγικές ελέγχου της επίλυσης**.
- Σαν αποτέλεσμα έχουμε τη μείωση του χώρου αναζήτησης και την αύξηση της αποδοτικότητας της διαδικασίας απόδειξης.
- Δύο επιθυμητές ιδιότητες που θέλουμε να έχουν οι στρατηγικές αυτές είναι η **ορθότητα** (να παράγονται σωστά θεωρήματα) και η **πληρότητα** (να μπορούν να παραχθούν όλα τα δυνατά θεωρήματα)

# Στρατηγικές Ελέγχου Επίλυσης (2)

- Κατηγορίες:
  - Επιλογής γονέων (Ισχυρές μέθοδοι)
  - Απαλοιφής προτάσεων (Ασθενείς μέθοδοι)



# Στρατηγικές Ελέγχου Επίλυσης (3)



# Στρατηγικές Επιλογής Γονέων (1)

- **Μοναδιαία Επίλυση**
- (Τουλάχιστον ο ένας γονέας μοναδιαία πρόταση).
- Πλήρης μόνο για προτάσεις τύπου Horn.
- Π.χ.
- $(p, q), (\neg p, q),$
- $(p, \neg q), (\neg p, \neg q)$
  
- Μοναδιαία επιλύουσα
- Μοναδιαία εξαγωγή
- Μοναδιαία αντίφαση

1.  $(p, q)$
2.  $(\neg p, r)$
3.  $(\neg q, r)$
4.  $(\neg r)$
- 
5.  $(\neg p) \quad (2, 4)$
6.  $(\neg q) \quad (3, 4)$
- 
7.  $(q) \quad (1, 5)$
8.  $(p) \quad (1, 6)$
- 
9.  $(r) \quad (3, 7)$
10.  $() \quad (6, 7)$

# Στρατηγικές Επιλογής Γονέων (2)

- **Επίλυση Εισόδου** (Τουλάχιστον ο ένας γονέας ανήκει στο αρχικό σύνολο προτάσεων).

1.  $(p, q)$
2.  $(\neg p, r)$
3.  $(\neg q, r)$
4.  $(\neg r)$
- 
5.  $(q, r)$  (1, 2)
6.  $(p, r)$  (1, 3)
7.  $(\neg p)$  (2, 4)
8.  $(\neg q)$  (3, 4)
- 
9.  $(q)$  (1, 7)
10.  $(p)$  (1, 8)
11.  $(r)$  (2, 6)

12.  $(r)$  (3, 5)
13.  $(q)$  (4, 5)
14.  $(p)$  (4, 6)
- 
15.  $(r)$  (2, 10)
16.  $(r)$  (2, 14)
17.  $(r)$  (3, 9)
18.  $(r)$  (3, 13)
19.  $()$  (4, 11)

- Επιλύουσα εισόδου
- Εξαγωγή εισόδου
- Αντίφαση εισόδου

Πλήρης μόνο για  
προτάσεις τύπου Horn.

# Στρατηγικές Επιλογής Γονέων (3)

- **P1-Επίλυση** (Ο ένας γονέας είναι θετική πρόταση).

1.  $(p, q)$
2.  $(\neg p, r)$
3.  $(\neg q, r)$
4.  $(\neg r)$

- 
5.  $(q, r)$  (1, 2)
  6.  $(p, r)$  (1, 3)

- 
7.  $(r)$  (2, 6)
  8.  $(p)$  (4, 6)
  9.  $()$  (4, 7)

- P1 επιλύουσα
- P1 εξαγωγή
- P1 αντίφαση

- Πλήρης
- **N1-Επίλυση** (Ο ένας γονέας είναι αρνητική πρόταση).

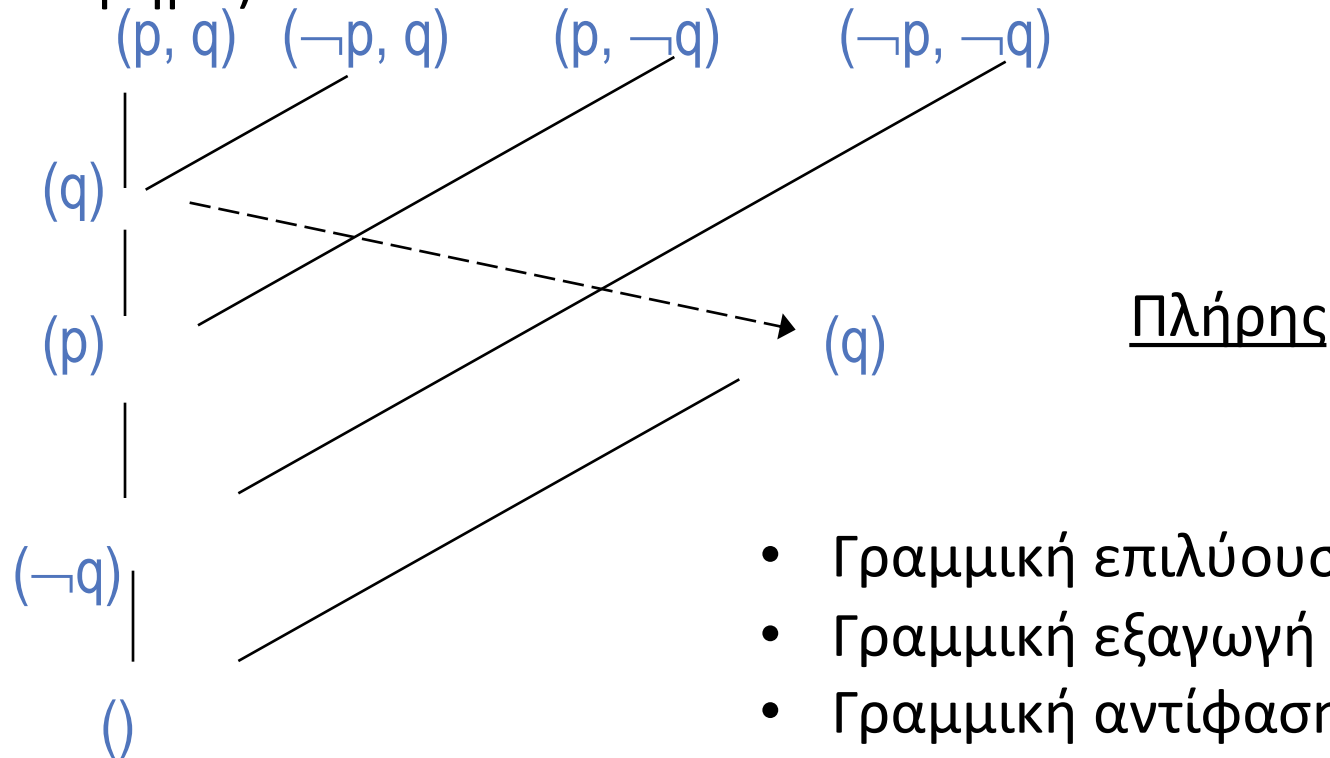


# Στρατηγικές Επιλογής Γονέων (4)

- **Επίλυση Συνόλου Υποστήριξης (Set of Support Resolution)**
- Σύνολο υποστήριξης  $S_s$  του  $S$ :  $S-S_s$  ικανοποιήσιμο
- Τουλάχιστον ένας γονέας ανήκει στο σύνολο υποστήριξης
- Φυσική σημασία: να μην επιτρέπεται η εφαρμογή της αρχής της επίλυσης σε ικανοποιήσιμο σύνολο
- Συνήθης περίπτωση:  $S$  το αρχικό σύνολο (αξιώματα),  $S_s$  τα θεωρήματα
  
- Επιλύουσα σύνολο υποστήριξης
- Εξαγωγή σύνολο υποστήριξης
- Αντίφαση σύνολο υποστήριξης

# Γραμμική Επίλυση (1)

- **Γραμμική Επίλυση** (Ο ένας γονέας (κοντινός) είναι η πιο πρόσφατη επιλύουσα και ο άλλος (μακρινός) είτε αξίωμα είτε θεώρημα).



- Γραμμική επιλύουσα
- Γραμμική εξαγωγή
- Γραμμική αντίφαση

# Γραμμική Επίλυση (2)

- Παραλλαγές

- **LI-Επίλυση** (Γραμμική Επίλυση Εισόδου)  
(Linear Input Resolution)

- Ο μακρινός γονέας περιορίζεται να είναι μόνο αξίωμα (πρόταση εισόδου), ενώ ο κοντινός γονέας η πιο πρόσφατη επιλύουσα (πρόταση στόχου).
- Πλήρης μόνο για προτάσεις τύπου Horn.

- **LD-Επίλυση** (Γραμμική Ορισμένη Επίλυση)  
(Linear Definite Resolution)

- Γραμμική επίλυση εισόδου, όπου οι προτάσεις θεωρούνται διατεταγμένα σύνολα (ακολουθίες) και η παραγωγή της επιλύουσας γίνεται κατά συγκεκριμένο τρόπο.
- Πλήρης μόνο για προτάσεις τύπου Horn.

# Γραμμική Επίλυση (3)

## □ SLD-Επίλυση (Selection Linear Definite Resolution)

- Γραμμική ορισμένη επίλυση, όπου προστίθεται ένας κανόνας επιλογής που καθορίζει ποιο στοιχείο της πρότασης στόχου κάθε φορά εξετάζεται προς επίλυση.
- Πλήρης μόνο για προτάσεις τύπου Horn.
- Συνήθης κανόνας: επιλέγεται το πρώτο αριστερά στοιχείο.
- Η βάση της στρατηγικής της γλώσσας PROLOG

# Γραμμική Επίλυση (4)

- **SLD-Επίλυση στην Prolog**

- Οι προτάσεις διατάσσονται εσωτερικά έτσι ώστε να είναι πάντα πρώτο (αριστερά) το θετικό στοιχείο, αν υπάρχει.
- Επιλέγουμε σαν αριστερό γονέα την πιο πρόσφατη επιλύουσα (στο ξεκίνημα την προς απόδειξη πρόταση)
- Επιλέγουμε σαν δεξιό γονέα την πρώτη πρόταση (στη σειρά αναγραφής) που επιλύεται με τον αριστερό γονέα
- Κριτήριο για την εύρεση του δεξιού γονέα είναι η εύρεση επιλύσιμου στοιχείου με το πρώτο στοιχείο του αριστερού γονέα
- Στην παραγόμενη επιλύουσα πρώτα (αριστερά) μπαίνουν τα στοιχεία του δεξιού γονέα και μετά του αριστερού

# Γραμμική Επίλυση (5)

- **SLD-Επίλυση στην Prolog**
- Μη ορθή διότι:
  - + δεν υπάρχει occurs check
  - + δεν γίνονται οι αντικαταστάσεις εγκαίρως
- Μη πλήρης διότι:
  - + παίζει ρόλο η σειρά αναγραφής
  - + χρησιμοποιεί depth-first with backtracking

# Γραμμική Επίλυση (6)

- Επίλυση-SLD και SLD-δέντρο
- Η διαδικασία απόδειξης μιας πρότασης με Επίλυση-SLD, δηλαδή εφαρμογή της αντίφασης της επίλυσης με στρατηγική SLD, μπορεί να περιγραφεί μέσω ενός δέντρου αναζήτησης, που ονομάζεται SLD-δέντρο

- Παράδειγμα:

Έστω το σύνολο προτάσεων τύπου Horn

$$(1) p(x_1, x_1) \leftarrow q(x_1, y_1), r(x_1, z_1)$$

$$(2) p(x_2, x_2) \leftarrow s(x_2)$$

$$(3) q(a, a)$$

$$(4) q(b, a)$$

$$(5) q(x_3, y_2) \leftarrow r(a, y_2)$$

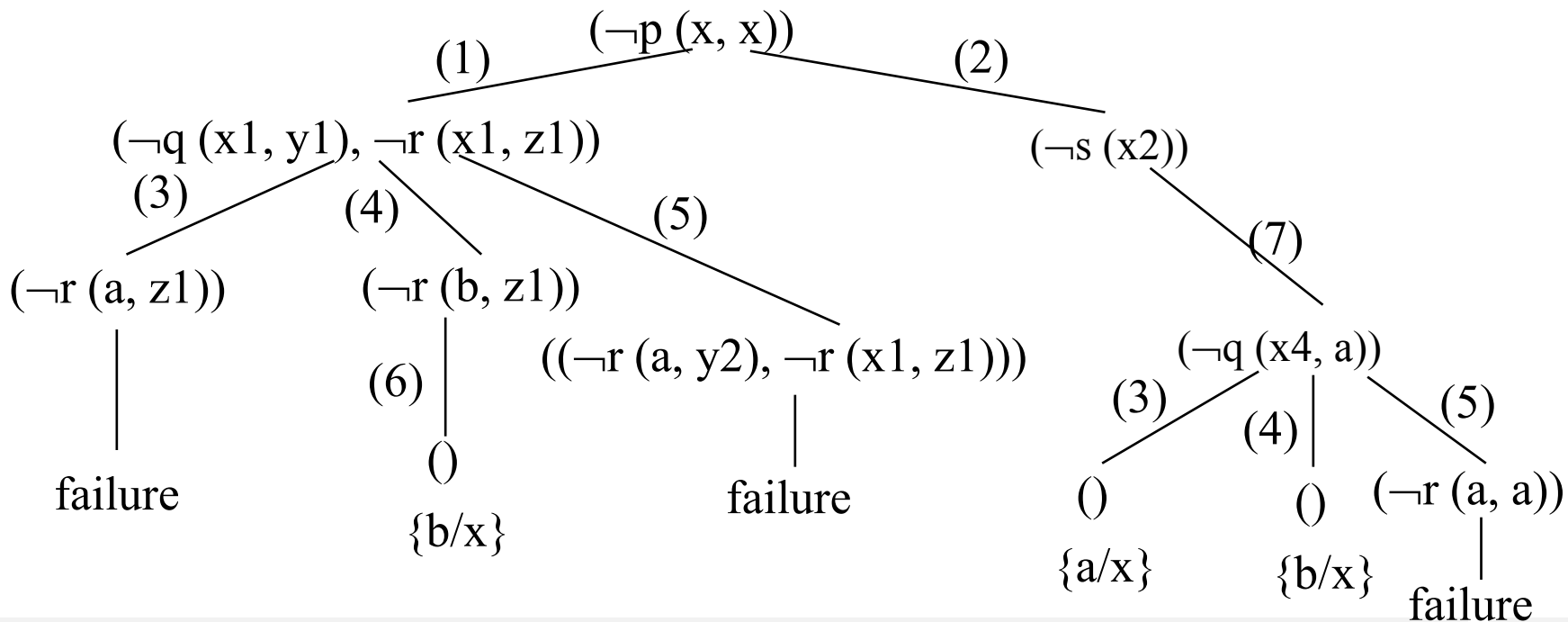
$$(6) r(b, z_2)$$

$$(7) s(x_4) \leftarrow q(x_4, a)$$

# Γραμμική Επίλυση (7)

**(1)**  $(p(x_1, x_1), \neg q(x_1, y_1), \neg r(x_1, z_1))$  **(2)**  $(p(x_2, x_2), \neg s(x_2))$   
**(3)**  $(q(a, a))$  **(4)**  $(q(b, a))$  **(5)**  $(q(x_3, y_2), \neg r(a, y_2))$   
**(6)**  $(r(b, z_2))$  **(7)**  $(s(x_4), \neg q(x_4, a))$

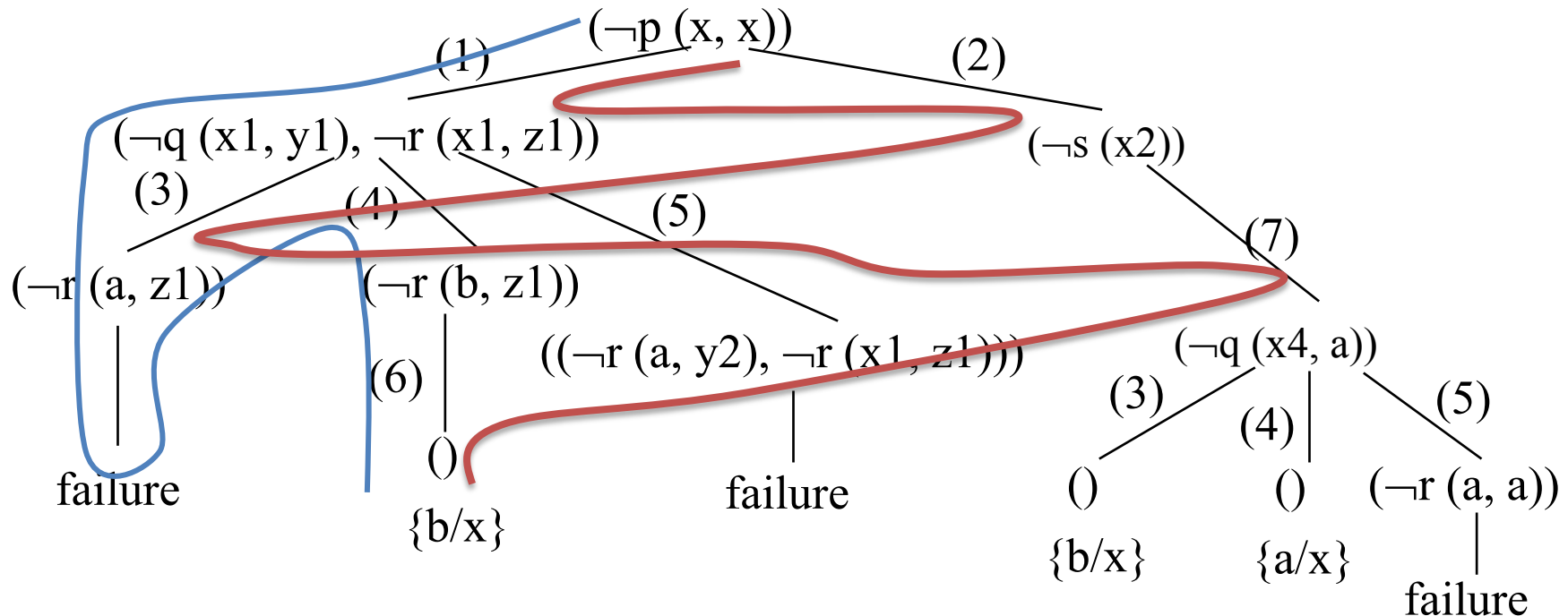
Προς απόδειξη πρόταση:  $p(x, x)$





# Γραμμική Επίλυση (8)

- Αναζήτηση Κατά Βάθος : ———
- Αναζήτηση Κατά Πλάτος : ———



# Στρατηγικές Απαλοιφής Προτάσεων (1)

- **Απαλοιφή Ταυτολογιών (Tautology Elimination)**
  - Διαγράφονται οι ταυτολογίες στο αρχικό σύνολο προτάσεων και κάθε παραγόμενη πρόταση (επιλύουσα) που είναι ταυτολογία.
  - Ταυτολογία είναι μια πρόταση που περιέχει δύο ακριβώς συμπληρωματικά στοιχεία.
  - Για παράδειγμα  $C = \{p(x), q(y), \neg q(y), r(z)\}$  είναι **ταυτολογία**
- **Απαλοιφή Καθαρών Στοιχείων (Pure-Literal Elimination)**
  - Διαγράφονται από το αρχικό σύνολο όσες προτάσεις περιέχουν καθαρά στοιχεία.
  - Καθαρό στοιχείο είναι ένα στοιχείο, συμπλήρωμα του οποίου δεν εμφανίζεται σε καμία άλλη πρόταση του συνόλου.

# Στρατηγικές Απαλοιφής Προτάσεων (2)

- **Απαλοιφή Συνόψεων** (Subsumption Elimination)
  - Διαγράφονται προτάσεις που συνοψίζονται από άλλες προτάσεις.
  - Μια πρόταση  $C$  συνοψίζει μια πρόταση  $D$  αν υπάρχει μια αντικατάσταση  $\sigma$  τέτοια ώστε  $C\sigma \subseteq D$ .
- Σύνοψη προς τα εμπρός (Forward subsumption) Απαλοιφή προτάσεων που συνοψίζονται από ήδη υπάρχουσες προτάσεις.
- Σύνοψη προς τα πίσω (Backward subsumption) Απαλοιφή προτάσεων που συνοψίζονται από τη νέα παραγόμενη πρόταση (επιλύουσα).
- Συνδυασμός Πρώτα προς τα εμπρός και μετά προς τα πίσω.

# Στρατηγικές Απαλοιφής Προτάσεων (3)

- **Απαλοιφή Συνόψεων** (Subsumption Elimination)
- Παράδειγμα
- Η  $C1 = \{P(x), Q(y)\}$  συνοψίζει την  $C2 = \{P(a), Q(v), R(w)\}$
- διότι για  $\sigma = \{a/x\}$ ,  $C1\sigma = \{P(a), Q(y)\} \subset C2 = \{P(a), Q(v), R(w)\}$

# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.



# Σημείωμα Αναφοράς

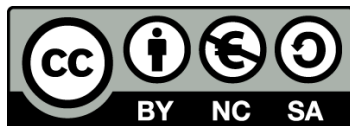
Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Ιωάννης Χατζηλυγερούδης 2015.  
«Ευφυής Προγραμματισμός». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη  
δικτυακή διεύθυνση:

<https://eclass.upatras.gr/courses/CEID1095/>



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

