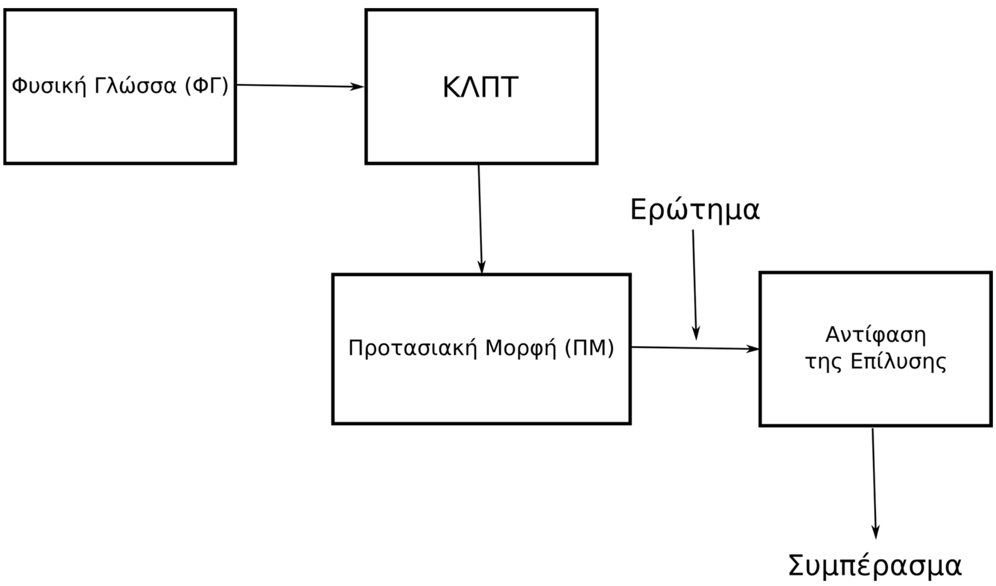
Τεχνητή Νοημοσύνη

Αυτοματοποιημένος Συλλογισμός

Δρ. Δημήτριος Κουτσομητρόπουλος

Λογική και Αυτόματος Συλλογισμός



Αντικατάσταση

- $\{^{t_1}/_{v_1}, \ldots, ^{t_i}/_{v_i}, \ldots, ^{t_N}/_{v_N}\}$

  $t_i \rightarrow$ όροι ή προσδέσεις (bindings), $v_i \rightarrow$ **δεσμευμένες** μεταβλητές (bound)

- **Ήπιος ορισμός:** $v_i \neq v_j, i, j = 1, \ldots, N$ και $t_i \neq v_i, i = 1, \ldots, N$

- **Αυστηρός ορισμός:** $v_i \neq v_j, i, j = 1, \ldots, N$ και $t_i \neq v_j, i, j = 1, \ldots, N$

- <u>Εφαρμογή αντικατάστασης</u> θ σε μία έκφραση E (στιγμιότυπο της E): $E\theta$

Αντικατάσταση - Παράδειγμα

- Έστω έκφραση $E = p(x, y, z)$

- Αντικατάσταση $\theta = \{^{a}/_{x}, ^{f(b)}/_{y}, ^{g(c)}/_{z}\}$

- Τότε: $E\theta = p(a, f(b), g(c))$

- Αντικατάσταση $\theta_2 = \{^{a}/_{x}, ^{f(x)}/_{y}, ^{g(c)}/_{z}\}$

- Τότε: $E\theta_2 = p(a, f(x), g(c))$ (δεν είναι αντικατάσταση με τον <u>αυστηρό ορισμό</u> λόγω $^{f(x)}/_{y}$)

Σύνθεση Αντικαταστάσεων

- $\theta = \{{}^{t_1}/_{x_1}, \ldots, {}^{t_i}/_{x_i}, \ldots, {}^{t_N}/_{x_N}\}, \sigma = \{{}^{u_1}/_{y_1}, \ldots, {}^{u_i}/_{y_i}, \ldots, {}^{u_M}/_{y_M}\}$

- Σύνθεση: $\zeta = \theta \circ \sigma = \{{}^{t_1\sigma}/_{x_1}, \ldots, {}^{t_i\sigma}/_{x_i}, \ldots, {}^{t_N\sigma}/_{x_N}, , \ldots, {}^{u_i}/_{y_i}, \ldots, {}^{u_M}/_{y_M}\}$

  όπου διαγράφουμε όλα τα στοιχεία ${}^{t_i\sigma}/_{x_i}$ με $t_i\sigma = x_i$ και ${}^{u_i}/_{y_i}$ με $y_i \in \{x_1, \ldots, x_N\}$
- Παράδειγμα:
- $\theta = \{{}^{f(y)}/_{x}, {}^{y}/_{z}\}, \sigma = \{{}^{a}/_{x}, {}^{b}/_{y}, {}^{c}/_{z}\}$
- $\theta \circ \sigma = \{{}^{f(b)}/_{x}, {}^{b}/_{z}, {}^{a}/_{x}, {}^{b}/_{y}, {}^{c}/_{z}\} \rightarrow \theta \circ \sigma = \{{}^{f(b)}/_{x}, {}^{b}/_{z}, {}^{b}/_{y}\}$

Ενοποίηση Εκφράσεων (Unification)

- Μια αντικατάσταση θ καλείται **ενοποιήτρια** (unifier) του συνόλου $\{E_1, \ldots, E_N\}$ αν $E_1\theta = E_2\theta = \ldots = E_N\theta$. Το σύνολο καλείται **ενοποιήσιμο** (unifiable)
- Μια ενοποιήτρια σ ενός συνόλου καλείται **γενικότερη ενοποιήτρια** (most general unifier) αν για κάθε άλλη ενοποιήτρια θ του συνόλου υπάρχει μια αντικατάσταση λ τέτοια ώστε $\theta = \sigma \circ \lambda$
  - θέτει λιγότερους περιορισμούς στις τιμές των μεταβλητών.
  - Κάθε ενοποιήσιμο ζεύγος παραστάσεων έχει έναν και μοναδικό **πιο γενικό ενοποιητή** (Most General Unifier, MGU).
- **Ενοποίηση** (unification) είναι η διαδικασία με την οποία εξετάζουμε αν δύο εκφράσεις μπορούν να γίνουν συντακτικά ταυτόσημες με την εφαρμογή κάποιας αντικατάστασης

Ενοποίηση Εκφράσεων (Unification) - Κανόνες Ενοποίησης

- Μια **σταθερά** ενοποιείται μόνο με <u>μια ίδια σταθερά</u> ή <u>μια μεταβλητή</u>
- Μια **μεταβλητή** ενοποιείται με οποιοδήποτε όρο <u>εκτός αν αυτός είναι συνάρτηση που περιέχει τη μεταβλητή</u>
- Μια **συνάρτηση** ενοποιείται μόνο με μια συνάρτηση με το <u>ίδιο συναρτησιακό σύμβολο και ενοποιήσιμες παραμέτρους</u>
- Δύο **στοιχεία** ενοποιούνται αν έχουν την <u>ίδια πολικότητα</u>, το <u>ίδιο κατηγόρημα</u>, <u>ενοποιήσιμους όρους</u> και η αντικατάσταση που προκύπτει <u>δεν έχει συγκρούσεις προσδέσεων ίδιων μεταβλητών</u>

Ενοποίηση Εκφράσεων (Unification) - Παραδείγματα

- $E_1 = p(a, y, z), E_2 = p(x, b, z)$ ενοποιούνται με γ.ε. $\sigma = \{{}^{a}/_{x}, {}^{b}/_{y}\}$
- $E_1 = p(a, y, z), E_2 = q(x, b, z)$ δεν ενοποιούνται διότι $p \neq q$
- $E_1 = p(a, y, z), E_2 = \neg p(x, b, z)$ δεν ενοποιούνται λόγω διαφορετικής πολικότητας
- $E_1 = p(a, y, z), E_2 = p(x, f(a), c)$ ενοποιούνται με γ.ε. $\sigma = \{{}^{a}/_{x}, {}^{f(a)}/_{y}, {}^{c}/_{z}\}$

Αρχή της Επίλυσης (Resolution Principle)

- Είναι ένας **κανόνας εξαγωγής συμπερασμάτων** (ΚΕΣ) που εφαρμόζεται στην <u>προτασιακή μορφή</u> του ΚΛΠΤ
- Αναφέρεται στην παραγωγή μιας “νέας” πρότασης από δύο υπάρχουσες
- Επειδή από μόνος του ο κανόνας αυτός **δεν εξασφαλίζει πληρότητα**, συνοδεύεται συνήθως από ένα απλούστερο κανόνα (ή μετασχηματισμό), την <u>παραγοντοποίηση</u> (factoring).
- Η παραγοντοποίηση επιδρά σε μια πρόταση και την μετασχηματίζει σε μια άλλη, στηριζόμενη στην <u>ενοποίηση στοιχείων</u> της πρότασης

Αρχή της Επίλυσης (Resolution Principle) (2)

- **Παράγων (factor):** Αν δύο ή περισσότερα στοιχεία μιας πρότασης C (ίδιας πολικότητας) έχουν μια γενικότερη ενοποιήτρια γ τότε η $C\gamma$ καλείται παράγων της C
  - Η ***παραγοντοποίηση*** απλοποιεί την πρόταση, απαλείφοντας στοιχεία που ενοποιούνται
- **Αρχή της Επίλυσης** (ΑΕ): Αν L_1, L_2 είναι στοιχεία των C_1, C_2 αντίστοιχα και τα $L_1, \neg\boldsymbol{L_2}$ έχουν μια γενικότερη ενοποιήτρια σ τότε η $(C_1\sigma - L_1\sigma) \cup (C_2\sigma - L_2\sigma)$ καλείται <u>δυαδική επιλύουσα</u> (binary resolvent) των C_1, C_2
- <u>**Παράδειγμα:**</u> $C_1 = \{p(x), q(x)\}$ και $C_2 = \{\neg p(a), r(y)\}$

  Αν επιλέξουμε, $L_1 = p(x), L_2 = \neg p(a)$ με γ.ε. $\sigma = \{^a/_x\}$

  τότε, η $R = \{q(a), r(y)\}$ είναι επιλύουσα των C_1, C_2

Αρχή της Επίλυσης - Συνδυασμένος Κανόνας

- **Επιλύουσα** (resolvent) των προτάσεων C_1, C_2 (αποκαλούνται **γονείς**) είναι ένα από τα παρακάτω:
  - η δυαδική επιλύουσα των C_1, C_2
  - η δυαδική επιλύουσα της C_1 και ενός παράγοντα της C_2
  - η δυαδική επιλύουσα ενός παράγοντα της C_1 και της C_2
  - η δυαδική επιλύουσα ενός παράγοντα της C_1 και ενός παράγοντα της C_2

- **Παράδειγμα:**

$$C_1 = \{p(x), p(f(y)), r(g(y))\}, C_2 = \{\neg p(f(g(a))), q(b)\}$$

Ένας παραγόντας της C_1 (με γ.ε. $\sigma = \{^{f(y)}/_{x}\}$) είναι $C_1' = \{p(f(y)), r(g(y))\}$

Δυαδική επιλύουσα: $C_3 = \{r(g(g(a))), q(b)\}$,

με $L_1 = p(f(y)), L_2 = \neg p(f(g(a))), \sigma_{12} = \{^{g(a)}/_{y}\}$

Απόδειξη Θεωρημάτων (Theorem Proving)

- **Θεώρημα:** Αν $S \cup \{\varphi\}$ είναι ασυνεπές τότε $S \vDash \neg\varphi$. Άρα αν $S \cup \{\neg\varphi\}$ είναι ασυνεπές τότε $S \vDash \varphi$, όπου S είναι ένα σύνολο λογικών προτάσεων

ΑΝΤΙΦΑΣΗ ΕΠΙΛΥΣΗΣ (RESOLUTION REFUTATION)

Θέλουμε να αποδείξουμε την φ αν έχουμε το σύνολο προτάσεων S

1. $S' = S \cup \{\neg\varphi\}$
2. Εφαρμογή της Αρχής της Επίλυσης, παραγωγή επιλύουσας C
3. Αν $C =$ κενή πρόταση, σταμάτα (επιτυχία)
4. $S' = S \cup \{C\}$
5. Πήγαινε στο 2

Απόδειξη Θεωρημάτων - Παράδειγμα

Δίνονται οι παρακάτω προτάσεις ΚΛΠΤ:

1. works(George, Patras)
2. works(Paul, Rio)
3. master(George, Pluto)
4. master(Paul, Bobby)
5. $(\forall x)(\forall y)(works(x,y)) \Rightarrow (lives(x,y))$
6. $(\forall x)(\forall y)(\forall z)(master(x,y) \land lives(x,z)) \Rightarrow (lives(y,z))$

- Να μετατραπούν σε προτασιακή μορφή
- Με την αντίφαση της επίλυσης να αποδείξουμε ότι lives(Pluto, Patras)
- Με την αντίφαση της επίλυσης να βρούμε τις τιμές του x που $(\exists x)lives(x, Rio)$

Απόδειξη Θεωρημάτων - Παράδειγμα (2)

- ΚΛΠΤ σε ΠΜ:

1. {works(George, Patras)}
2. {works(Paul, Rio)}
3. {master(George, Pluto)}
4. {master(Paul, Bobby)}
5. $\neg works(x,y) \lor lives(x,y) \rightarrow \{\neg works(x,y), lives(x,y)\}$
6. $\neg master(x2,y2) \lor \neg lives(x2,z) \lor lives(y2,z) \rightarrow \{\neg master(x2,y2), \neg lives(x2,z), lives(y2,z)\}$

Απόδειξη Θεωρημάτων - Παράδειγμα (3)

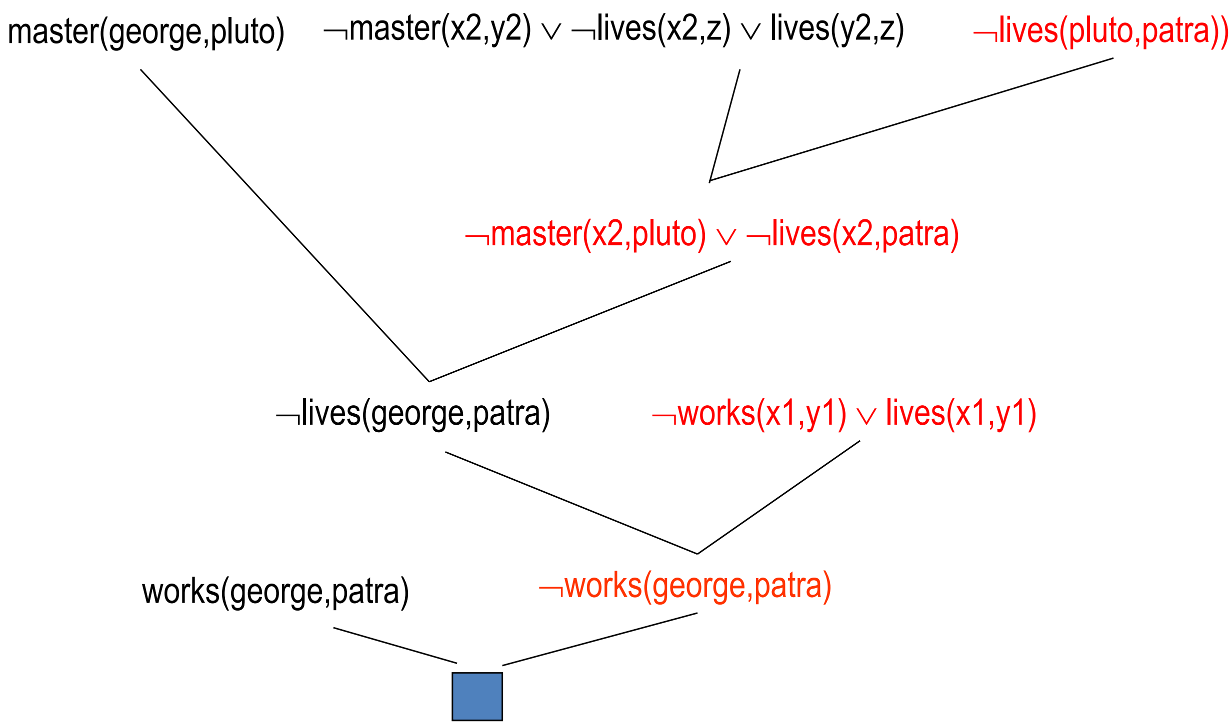
Απόδειξη lives(Pluto, Patras):

1. S = {{works(George, Patras)}, {works(Paul, Rio)}, {master(George, Pluto)}, {master(Paul, Bobby)}, {¬works(x,y), lives(x,y)}, {¬master(x2,y2), ¬lives(x2,z), lives(y2,z)}}
2. S' = $S \cup$ {¬lives(Pluto, Patras)}
3. C_1 = {¬master(x2,y2), ¬lives(x2,z), lives(y2,z)}, C_2 = {¬lives(Pluto, Patras)}
4. Επιλύουσα: C_{12} = {¬master(x2,Pluto), ¬lives(x2,Patras)} με γ.ε. $\sigma_1 = \{^{Patras}/_{z}, ^{Pluto}/_{y2}\}$
5. $S' = S \cup C_{12}$
6. C_3 = {¬master(x2,Pluto), ¬lives(x2,Patras)},C_4 = {master(George, Pluto)}
7. Επιλύουσα: C_{34} = {¬lives(George,Patras)} με γ.ε. $\sigma_2 = \{^{George}/_{x2}\}$, $S' = S \cup C_{34}$
8. C_5 = {¬lives(George,Patras)}, $C_6 = \{\neg works(x,y), lives(x,y)\}$

Απόδειξη Θεωρημάτων - Παράδειγμα (4)

8. C_5 = {¬lives(George,Patras)}, C_6 = {¬works(x,y), lives(x,y)}
9. Επιλύουσα: C_{56} = {¬works(George,Patras)} με γ.ε. $\sigma_2 = \{^{George}/_{x}, ^{Patras}/_{y}\}$, $S' = S \cup C_{56}$
10. C_7 = {¬works(George,Patras)}, C_8 = {works(George, Patras)}
11. Επιλύουσα: $C_{78} = \emptyset$
12. Επιτυχία

Απόδειξη Θεωρημάτων - Παράδειγμα (4)



Απόδειξη Θεωρημάτων - Παράδειγμα (5)

Πρέπει να βρούμε τις τιμές του x που (∃x)lives(x, Rio)

1. ΚΛΠΤ σε ΠΜ: lives(c_x3, Rio)
2. S = {{works(George, Patras)}, {works(Paul, Rio)}, {master(George, Pluto)}, {master(Paul, Bobby)}, {¬works(x,y), lives(x,y)}, {¬master(x2,y2), ¬lives(x2,z), lives(y2,z)}}
3. $S' = S \cup$ {¬lives(c_x3, Rio)}
4. C_1 = {¬works(x,y), lives(x,y)}, C_2 = {¬lives(c_x3, Rio)}
5. Επιλύουσα: C_{12} = {¬works(c_x3, Rio)} με γ.ε. $\sigma_1 = \{{}^{c\_x3}/_{x}, {}^{Rio}/_{y}\}$, $S' = S \cup C_{12}$
6. C_3 = {¬works(c_x3, Rio)}, C_4 = {works(Paul, Rio)}
7. Επιλύουσα: $C_{34} = \emptyset$ με γ.ε. $\sigma_2 = \{{}^{Paul}/_{c\_x3}\}$
8. Επιτυχία

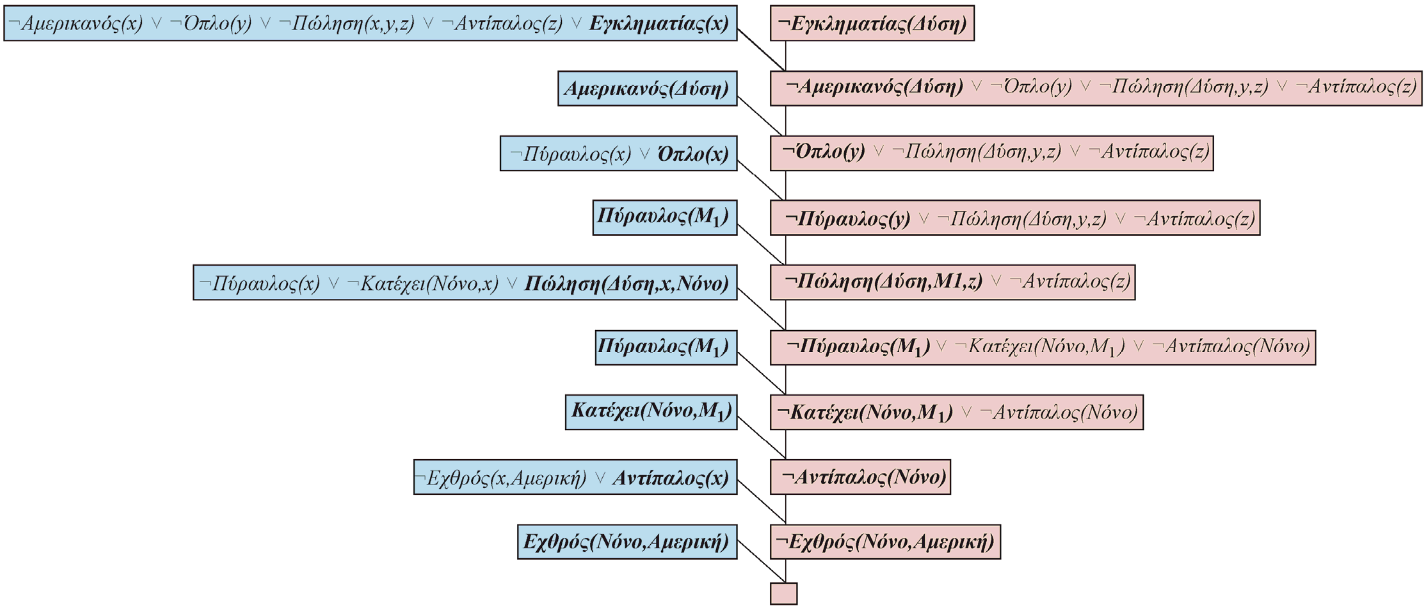
Απόδειξη Θεωρημάτων - Παράδειγμα (6)

- Για να βρούμε και τις υπόλοιπες τιμές του x, ξανακάνουμε τη διαδικασία διαλέγοντας άλλες προτάσεις
- Λύση: x = {Paul, Bobby}
- Είναι προφανές ότι χρειαζόμαστε μία τυπική (formal) διαδικασία
- Δεν μπορούμε όμως να ξέρουμε πότε εξαντλούνται οι επιλογές
  - Μπορούμε να συνεχίσουμε την αναζήτηση ψάχνοντας κι άλλες απαντήσεις
  - Η αναζήτηση μπορεί να μην τερματίσει ποτέ (μη αποφασισιμότητα)

Απόδειξη Θεωρημάτων - Σενάριο

- Σενάριο: *Ο νόμος λέει ότι η πώληση όπλων σε αντίπαλα (των ΗΠΑ) κράτη από Αμερικανούς πολίτες αποτελεί κακούργημα. Η χώρα Νόνο, εχθρός της Αμερικής, διαθέτει μερικούς πυραύλους, και όλοι οι πύραυλοι πουλήθηκαν σε αυτήν από τον Συνταγματάρχη Γουέστ, ο οποίος είναι Αμερικανός.*
  - $\text{Αμερικανός}(x) \land \text{Όπλο}(y) \land \text{Πώληση}(x, y, z) \land \text{Αντίπαλος}(z) \Rightarrow \text{Εγκληματίας}(x)$
  - $\text{Κατέχει}(\text{Νόνο}, M_1)$
  - $\text{Πύραυλος}(M_1)$
  - $\text{Πύραυλος}(x) \land \text{Κατέχει}(\text{Νόνο}, x) \Rightarrow \text{Πώληση}(\text{Γουέστ}, x, \text{Νόνο})$
  - $\text{Πύραυλος}(x) \Rightarrow \text{Όπλο}(x)$
  - $\text{Εχθρός}(x, \text{Αμερική}) \Rightarrow \text{Αντίπαλος}(x)$
  - $Αμερικανός(\text{Γουέστ})$
  - $\text{Εχθρός}(\text{Νόνο}, \text{Αμερική})$

Παράδειγμα απόδειξης



Εικόνα 9.10 Μια απόδειξη μέσω ανάλυσης ότι ο Γουέστ είναι εγκληματίας. Σε κάθε βήμα της ανάλυσης, τα λεκτικά που ενοποιούνται εμφανίζονται με έντονη γραφή και η πρόταση με το θετικό λεκτικό έχει μπλε σκίαση.

Στρατηγικές Ελέγχου της Επίλυσης

- Η **μη ελεγχόμενη χρήση της αρχής της επίλυσης** δημιουργεί **εκθετικά αυξανόμενο χώρο αναζήτησης**
- Γι’ αυτό έχουν επινοηθεί **στρατηγικές** που επιβάλλουν κάποιους τρόπους είτε **επιλογής/αποκλεισμού γονέων** για μελλοντικές επιλύουσες είτε στην **παραγωγή των επιλυουσών**. Αυτές ονομάζονται **στρατηγικές ελέγχου της επίλυσης**
- Σαν αποτέλεσμα έχουμε τη **μείωση του χώρου αναζήτησης** και την αύξηση της αποδοτικότητας της διαδικασίας απόδειξης
- Δύο επιθυμητές ιδιότητες που θέλουμε να έχουν οι στρατηγικές αυτές είναι η **ορθότητα** (να παράγονται σωστά θεωρήματα) και η **πληρότητα** (να μπορούν να παραχθούν όλα τα δυνατά θεωρήματα)

Στρατηγικές Ελέγχου της Επίλυσης - Κατηγορίες

- **Επιλογής γονέων** (Ισχυρές μέθοδοι)
  - Μοναδιαία επίλυση (Unit resolution)
  - Επίλυση εισόδου (Input resolution)
  - P1 και N1 επίλυση (P1 and N1 resolution)
  - Υπερεπίλυση (Hyper-resolution)
  - Γραμμική επίλυση (Linear resolution)
  - Επίλυση συνόλου υποστήριξης (Set of support resolution)

- **Απαλοιφής προτάσεων** (Ασθενείς μέθοδοι)
  - Απαλοιφή ταυτολογιών (Tautology elimination)
  - Απαλοιφή καθαρών στοιχείων (Pure literal elimination)
  - Απαλοιφή συνόψεων (Subsumption elimination)

Στρατηγικές Ελέγχου της Επίλυσης - Κατηγορίες

- **Επιλογής γονέων** (Ισχυρές μέθοδοι)
  - **Μοναδιαία επίλυση (Unit resolution)**
  - **Επίλυση εισόδου (Input resolution)**
  - P1 και N1 επίλυση (P1 and N1 resolution)
  - Υπερεπίλυση (Hyper-resolution)
  - **Γραμμική επίλυση (Linear resolution)**
  - Επίλυση συνόλου υποστήριξης (Set of support resolution)

- **Απαλοιφής προτάσεων** (Ασθενείς μέθοδοι)
  - Απαλοιφή ταυτολογιών (Tautology elimination)
  - Απαλοιφή καθαρών στοιχείων (Pure literal elimination)
  - Απαλοιφή συνόψεων (Subsumption elimination)

Στρατηγικές Ελέγχου της Επίλυσης Επιλογής Γονέα: Μοναδιαία Επίλυση

- Επιλέγουμε τους γονείς, ώστε τουλάχιστον ένας γονέας να έχει ένα μόνο στοιχείο
- Η επιλύουσα έχει πάντα λιγότερα στοιχεία από τα στοιχεία που έχει η μεγαλύτερη πρόταση
- Refutation complete μόνο για προτάσεις τύπου Horn
  - Horn: το πολύ ένα θετικό στοιχείο

1. (p, q)
2. (¬p, r)
3. (¬q, r)
4. (¬r)

----

5. (¬p) (2, 4)
6. (¬q) (3, 4)

----

7. (q) (1, 5)
8. (p) (1, 6)

----

9. (r) (3, 7)
10. () (6, 7)

Στρατηγικές Ελέγχου της Επίλυσης Επιλογής Γονέα: Επίλυση Εισόδου

- Τουλάχιστον ο ένας γονέας ανήκει στο αρχικό σύνολο προτάσεων
- Refutation complete μόνο γα προτάσεις τύπου Horn

1. (p, q)
2. (¬p, r)
3. (¬q, r)
4. (¬r)

----

5. (q, r) (1, 2)
6. (p, r) (1, 3)
7. (¬p) (2, 4)
8. (¬q) (3, 4)

----

9. (q) (1, 7)
10. (p) (1, 8)
11. (r) (2, 6)
12. (r) (3, 5)
13. (q) (4, 5)
14. (p) (4, 6)

----

15. (r) (2, 10)
16. (r) (2, 14)
17. (r) (3, 9)
18. (r) (3, 13)
19. ( ) (4, 11)

Στρατηγικές Ελέγχου της Επίλυσης Επιλογής Γονέα: Γραμμική Επίλυση

- Ο ένας γονέας είναι **η πιο πρόσφατη επιλύουσα** (ή η πρόταση προς απόδειξη στο 1ο βήμα), και ο δεύτερος είναι είτε **αξίωμα** (είσοδος) είτε **θεώρημα** (προηγούμενες επιλύουσες ή προηγούμενα αποδειγμένες προτάσεις)
- [Refutation Complete]
- Δημιουργεί γραμμικό χώρο αποδείξεων

1. (p, q)
2. (¬p, r)
3. (¬q, r)
4. (¬r) --> προς απόδειξη

----

5. (¬p) (2, 4)
6. (q) (1, 5)

----

7. (r) (3, 6)
8. () (4, 7)

Στρατηγικές Ελέγχου της Επίλυσης Επιλογής Γονέα: Γραμμική Επίλυση - Παραλλαγές

- **LI-Επίλυση** (Γραμμική Επίλυση Εισόδου/Linear Input Resolution)
  - Ο ένας γονέας περιορίζεται να είναι μόνο αξίωμα (πρόταση εισόδου), ενώ ο κοντινός γονέας η πιο πρόσφατη επιλύουσα
  - Πλήρης μόνο για προτάσεις τύπου Horn
- **LD-Επίλυση** (Γραμμική Ορισμένη Επίλυση/Linear Definite Resolution)
  - Γραμμική επίλυση εισόδου, όπου οι προτάσεις θεωρούνται διατεταγμένα σύνολα (ακολουθίες) και η παραγωγή της επιλύουσας γίνεται κατά συγκεκριμένο τρόπο.
  - Πλήρης μόνο για προτάσεις τύπου Horn
- **SLD-Επίλυση** (Selection Linear Definite Resolution)
  - Γραμμική ορισμένη επίλυση, με έναν κανόνα επιλογής που καθορίζει ποιο στοιχείο της πρότασης στόχου κάθε φορά εξετάζεται προς επίλυση
  - Πλήρης μόνο για προτάσεις τύπου Horn
  - **Συνήθης κανόνας:** επιλέγεται το πρώτο αριστερά στοιχείο.
  - Η βάση της στρατηγικής του ***λογικού προγραμματισμού***

Πλεονεκτήματα Λογικής ως Γλώσσας Αναπαράστασης Γνώσης

- **Ξεκάθαρη σημαντική**
  - μονοσήμαντη ερμηνεία
- **Μεγάλη εκφραστικότητα**
  - ελλειπή γνώση (υπαρξιακή, διαζευκτική)
  - διάκριση απουσίας-μη αλήθειας
- **Δηλωτική Αναπαράσταση**
  - ανεξαρτησία Βάσης Γνώσης (τι) και Μηχανής Εξαγωγής Συμπερασμάτων (πώς)
  - αυξητική ανάπτυξη της Βάσης Γνώσης

Μειονεκτήματα Λογικής ως Γλώσσα Αναπαράστασης Γνώσης

- **Μη-αποδοτική**
  - Εκθετική ανάπτυξη χώρου καταστάσεων
- **Μη-αποφασισιμότητα**
  - ΚΛΠΤ ημιαποφασίσιμη - μπορείς να αποδείξεις αν εξάγεται λογικά μια πρόταση, αλλά δεν μπορείς να αποδείξεις αν δεν εξάγεται
- **Αδυναμία Αναπαράστασης Διαδικαστικής Γνώσης**
  - αλγεβρικές πράξεις
  - εκτιμήσιμα κατηγορήματα
- **Μονοτονικότητα**
  - $S| = \varphi \Rightarrow (S \cup y) \Rightarrow \varphi$

Μονοτονικότητα-παράδειγμα απόδειξης (1)

Υποθέτουμε ότι έχουμε τα αξιώματα (βάση γνώσης: ΒΓ): $(\forall x)$ (πουλί(x) $\Rightarrow$ πετά(x))
πουλί(τουΐτι)

Τα μετατρέπουμε σε ΠΜ: {$\neg$πουλί(x) $\vee$ πετά(x)} (1)
{πουλί(τουίτι)} (2)

Θέλουμε να αποδείξουμε ότι: **πετά(τουΐτι)**

Θα το κάνουμε με βάση την **αντίφαση της επίλυσης**.

Παίρνουμε την άρνησή της : **$\neg$πετά(τουΐτι)**

την μετατρέπουμε σε ΠΜ: **{$\neg$πετά(τουΐτι)}**

Μονοτονικότητα-παράδειγμα απόδειξης (1)

Οπότε η ΒΓ γίνεται:

{$\neg$πουλί(x) $\vee$ πετά(x)}	(1)
{πουλί(τουίτι)}	(2)
{$\neg$πετά(τουίτι)}	(3)

Επιλύουμε τις (1) και (2) και προκύπτει:

{πετά(τουίτι)}
(4)
με σ = {τουίτι/x}

Επιλύουμε τις (3) και (4) και προκύπτει:

{ } (κενή πρόταση)

Επομένως η ΒΓ μας έγινε ασυνεπής με την εισαγωγή της $\neg$πετά(τουίτι) άρα η **πετά(τουίτι) είναι αληθής**: συνεπάγεται λογικά από τη ΒΓ.

Μονοτονικότητα-παράδειγμα απόδειξης (2)

Πληροφορούμεθα όμως ότι ο Τουΐτι είναι πιγκουΐνος και ότι οι πιγκουΐνοι, ενώ είναι πουλιά, δεν πετούν. Οπότε αποτυπώνουμε τη νέα γνώση με τις λογικές εκφράσεις στα δεξιά.

$(\forall x)$ (πιγκουίνος(x) $\Rightarrow$ πουλί(x))
$(\forall x)$ (πιγκουίνος(x) $\Rightarrow$ $\neg$πετά(x))
πιγκουίνος(τουίτυ)

Τις μετατρέπουμε σε προτασιακή μορφή και τις εισάγουμε στη ΒΓ:

{$\neg$πουλί(x) $\vee$ πετά(x)} (1)
{πουλί(τουίτι)} (2)
{$\neg$πιγκουίνος(y) $\vee$ πουλί(y)} (3)
{$\neg$πιγκουίνος(z) $\vee$ $\neg$πετά(z)} (4)
{πιγκουίνος(τουίτυ)}
(5)

Μονοτονικότητα-παράδειγμα απόδειξης (3)

Έστω ότι θέλουμε να αποδείξουμε πάλι ότι: **πετά(τουΐτι)**

Διαπιστώνουμε ότι πάλι αποδεικνύεται μέσω των ίδιων προτάσεων.

Έστω ότι τώρα θέλουμε να αποδείξουμε ότι: **$\neg$πετά(τουΐτι)**

Είναι εύκολο να διαπιστώσουμε ότι και αυτό αποδεικνύεται μέσω των νέων προτάσεων που εισήχθησαν στη ΒΓ.

Αυτό σημαίνει ότι νέα γνώση που συγκρούεται με παλαιότερη δεν μπορεί να την ακυρώσει.

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία

- Βιβλία (από Εύδοξο)
  - Artificial Intelligence: A Modern Approach, S. Russel and P. Norvig, Prentice Hall (1995-2020)
  - Τεχνητή Νοημοσύνη, Ι. Βλαχάβας, Π. Κεφαλάς, Ν. Βασιλειάδης, Φ. Κόκκορας, Η. Σακελλαρίου, Εκδόσεις Πανεπιστημίου Μακεδονίας, 2020
- Σημειώσεις
  - Αναπαράσταση Γνώσης & Αυτόματος Συλλογισμός, Ι. Χατζηλυγερούδης, 2004
  - https://eclass.upatras.gr/modules/document/file.php/CEID1104/%CE%A3%CE%97%CE%9C%CE%95%CE%99%CE%A9%CE%A3%CE%95%CE%99%CE%A3/ainotes04-05.pdf