Τεχνητή Νοημοσύνη

Αναπαράσταση Γνώσης και Λογική Πρώτης Τάξης

Δρ. Δημήτριος Κουτσομητρόπουλος

Αναπαράσταση Γνώσης

Αναπαράσταση Γνώσης

- Πώς μπορεί καλύτερα και αποδοτικότερα να παρασταθεί γνώση γύρω από ένα πεδίο στον Η/Υ με σκοπό τη λύση σχετικών προβλημάτων;

- Απόρροια της αδυναμίας εύρεσης αλγορίθμων για γενικούς λύτες.

- **Υπόθεση Αναπαράστασης Γνώσης:**
  - Για να παριστάνουν γνώση οι συμβολικές δομές πρέπει να είναι δυνατόν να τις ερμηνεύουμε προτασιακά, δηλ. σαν εκφράσεις που μπορούν να χαρακτηριστούν αληθείς ή ψευδείς.
  - Η παρουσία και χρήση των συμβολικών δομών είναι αυτό που πρέπει να προκαλεί την εκδηλούμενη από το σύστημα συμπεριφορά.

Αναπαράσταση Γνώσης - Ορισμοί

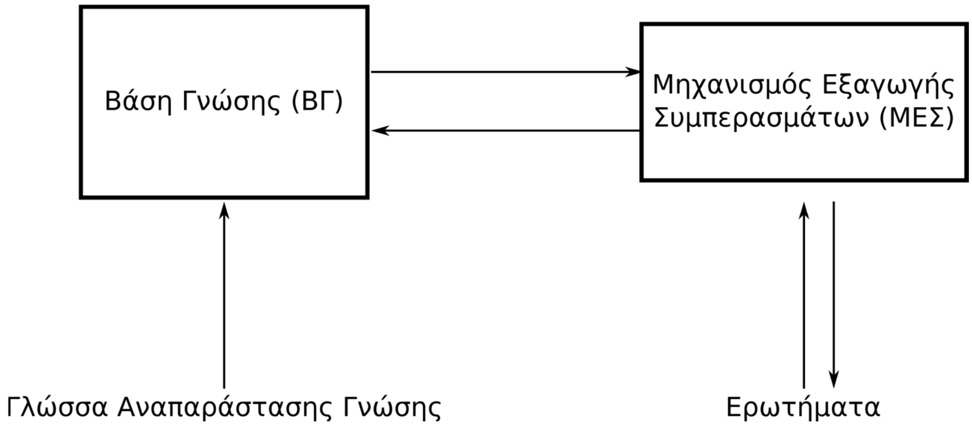
- **Δεδομένα:** μη-οργανωμένα, μη-επεξεργασμένα στοιχεία ή γεγονότα σχετικά με οντότητες του πραγματικού κόσμου (π.χ. θερμοκρασίες ενός μήνα).

- **Πληροφορία:** Δεδομένα που έχουν υποστεί κάποια επεξεργασία ή διαμόρφωση, ώστε να παρέχουν μια χρησιμότητα (π.χ. μέση θερμοκρασία ενός μήνα).

- **Γνώση:** Πληροφορία που έχει πιστοποιηθεί μέσω μιας σειράς έλέγχων ή της ανθρώπινης επιστημονικής ή μη εμπειρίας (π.χ. η διαπίστωση ότι τα τελευταία χρόνια έχουμε αύξηση της θερμοκρασίας κατά 2%).

Αναπαράσταση Γνώσης - Δομή Ευφυούς Συστήματος

Βασική Δομή Ευφυούς Συστήματος



Αναπαράσταση Γνώσης - Απόψεις

- **Διαδικαστική άποψη** (procedural view)
  - Γνώση του πώς.
  - Ένα σύνολο εξειδικευμένων διαδικασιών.
  - Αναγωγή στόχων σε υπο-στόχους.

- **Δηλωτική άποψη** (declarative view)
  - Γνώση του τι.
  - Σύνολο γεγονότων και λίγων γενικών διαδικασιών.
  - Χωρισμός γνώσης και χρήσης της.

Αναπαράσταση Γνώσης - Απόψεις (2)

- Διαδικαστική αναπαράσταση

  Υπέρ
  - Φυσικότερη για κάποια γνώση (π.χ. Πράξεις)
  - Ευκολότερη για κάποια γνώση (π.χ. Μετα-γνώση)
  - Αποδοτικότερη

  Κατά
  - Για κάθε κομμάτι γνώσης απαιτείται περιγραφή και των τρόπων χρήσης τους
  - Μια τροποποίηση δημιουργεί πολλές αλλαγές
- Δηλωτική αναπαράσταση

  Υπέρ
  - Οι ίδιες γενικές διαδικασίες για διάφορα τμήματα γνώσης/Το ίδιο τμήμα γνώσης χρησιμοποιείται κατά διάφορους τρόπους
  - Αυξητική ανάπτυξη βάσης γνώσης
  - Οικονομικότερη απόθήκευση γνώσης

  Κατά
  - Προβλήματα αποδοτικότητας

Αναπαράσταση Γνώσης - Τύποι Γνώσης

- Με βάση το περιεχόμενο
  - Πεδιακή/Domain
    - Δομική/Structural
      - Ταξινομική/Taxonomic: “Ο σκύλος είναι είδος ζώου”
      - Προσδιοριστική/Attributive: “Τα πουλιά πετούν”
    - Σχεσιακή/Relational: “Το κάπνισμα προκαλεί καρκίνο”
  - Μετα-γνώση/Meta-knowledge
- Με βάση τη μορφή
  - Γεγονότα/Facts
    - “Η γη κινείται”
  - Κανόνες/Rules
    - “Αν γίνει διακοπή ρεύματος δεν έχουμε φως”

Γλώσσα Αναπαράστασης Γνώσης

- **Σύνταξη** (Syntax)
  - Λεξιλόγιο
  - Συντακτικοί κανόνες
- **Σημασιολογία** (Semantics)
  - Σημασιολογικοί κανόνες
- **Μηχανισμός Εξαγωγής Συμπερασμάτων** (Inference Engine)
  - Κανόνες εξαγωγής συμπερασμάτων
  - Στρατηγική εξαγωγής συμπερασμάτων

Γλώσσα Αναπαράστασης Γνώσης - Κριτήρια Αξιολόγησης

- **Εκφραστικότητα** (Expressiveness)
  - Σαφήνεια (Clarity)
  - Διακριτικότητα (Distinctionability)
- **Αποδοτικότητα** (Efficiency)
  - Χρόνου
  - Χώρου

Υπάρχει μια θεμελιώδης ασυμβατότητα (trade-off) μεταξύ εκφραστικότητας και αποδοτικότητας

- **Φυσικότητα** (Naturalness)

Συλλογισμός

- **Συλλογισμός (reasoning)** είναι ο συνδυασμός εκφράσεων μιας ΓΑΓ (Γλώσσα Αναπαράστασης Γνώσης), που αναπαριστούν υπάρχουσα γνώση, για την παραγωγή νέων εκφράσεων της ΓΑΓ, δηλαδή την παραγωγή νέας γνώσης. Αυτή η διαδικασία της παραγωγής νέας γνώσης ονομάζεται **εξαγωγή συμπερασμάτων (inference)**.
- Είδη Συλλογισμού:
  - **Συνεπαγωγή** (Deduction)
    - Από αληθείς υποθέσεις εξάγονται αληθή συμπεράσματα (διατήρηση της αλήθειας).
  - **Επαγωγή** (Induction)
    - Από ένα σύνολο παραδειγμάτων εξάγονται γενικά συμπεράσματα (μηχανική μάθηση).
  - **Απαγωγή** (Abduction)
    - Από ένα σύνολο παρατηρήσεων εξάγονται υποθέσεις για τις αιτίες (αβέβαιος συλλογισμός).

Λογική ως Γλώσσα Αναπαράστασης Γνώσης

Λογική ως Γλώσσα Αναπαράστασης Γνώσης - Βασικά Στοιχεία

- **Σύνταξη** (syntax)
- **Σημαντική/Σημασιολογία** (semantics) ή **Θεωρία Μοντέλων** (model theory)
- **Αποδεικτική Θεωρία** (proof theory)

Λογική ως Γλώσσα Αναπαράστασης Γνώσης - Θεωρία Μοντέλων

- **Ερμηνεία** (Interpretation): $\boldsymbol{I} = < \boldsymbol{D}, f_I >$
  - $\mathbf{D}$: Σύνολο πρωτογενών οντοτήτων
  - f_I: Ερμηνευτική συνάρτηση
    - συσχετίζει σύμβολα με οντότητες
- **Μοντέλο πρότασης** (model): $\boldsymbol{I} \vDash \varphi$
  - φ αληθής με βάση την $\mathbf{I}$
  - Η $\mathbf{I}$ <u>ικανοποιεί</u> την φ ή η $\mathbf{I}$ είναι <u>μοντέλο</u> της φ
- **Μοντέλο συνόλου προτάσεων:**
  - $\mathbf{S}$ σύνολο προτάσεων
  - $\mathbf{I}$ μοντέλο $\mathbf{S}$ ανν $\forall \varphi \in \boldsymbol{S}, \boldsymbol{I}$ μοντέλο φ

- Κάθε μοντέλο περιλαμβάνει μια **ερμηνεία** (interpretation) που καθορίζει ακριβώς σε ποια αντικείμενα, σχέσεις και συναρτήσεις αναφέρονται τα σύμβολα των σταθερών, των κατηγορημάτων και των συναρτήσεων.
  - ***Επιδιωκόμενη ερμηνεία*** *(intended interpretation):* Η ερμηνεία που είχαμε στο μυαλό μας όταν επιλέγαμε ονόματα συμβόλων.

Λογική ως ΓΑΓ - Θεωρία Μοντέλων (2)

- **Ικανοποιήσιμη** (satisfiable) πρόταση:

$$\alpha\nu\nu \ \exists \boldsymbol{I} : \boldsymbol{I} \vDash \varphi$$

- **Ικανοποιήσιμο ή συνεπές** (consistent) σύνολο προτάσεων:

$$\alpha\nu\nu \ \exists \boldsymbol{I} : \forall \varphi \in \boldsymbol{S}, \boldsymbol{I} \vDash \varphi$$

Λογική ως ΓΑΓ - Θεωρία Μοντέλων (3)

- **Λογική συνεπαγωγή** (logical implication)
  - Από πρόταση

$$\varphi_1 \vDash \varphi_2 \ \alpha\nu\nu \ \forall \boldsymbol{I} : \boldsymbol{I} \vDash \varphi_1 \Rightarrow \boldsymbol{I} \vDash \varphi_2$$

    - <u>Ιδιότητες:</u> ανακλαστική, μεταβατική
  - Από σύνολο προτάσεων

$$\boldsymbol{S} \vDash \varphi' \ \alpha\nu\nu \ \forall \varphi \in \boldsymbol{S}, \forall \boldsymbol{I} : \boldsymbol{I} \vDash \varphi \Rightarrow \boldsymbol{I} \vDash \varphi'$$

  - Άλλη ορολογία:
    - Έγκυρο επακόλουθο (valid consequence)
    - Λογική συνέπεια (logical consequence)
    - Σημαντική συνέπεια (semantic consequence)
- **Λογική ισοδυναμία**

$$\varphi_1 \equiv \varphi_2 \ \alpha\nu\nu \ \varphi_1 \vDash \varphi_2 \ \kappa\alpha\iota \ \varphi_2 \vDash \varphi_1$$

Αποδεικτική Θεωρία

- **Εξαγώγιμη πρόταση**

$$\boldsymbol{S} \vdash \varphi$$

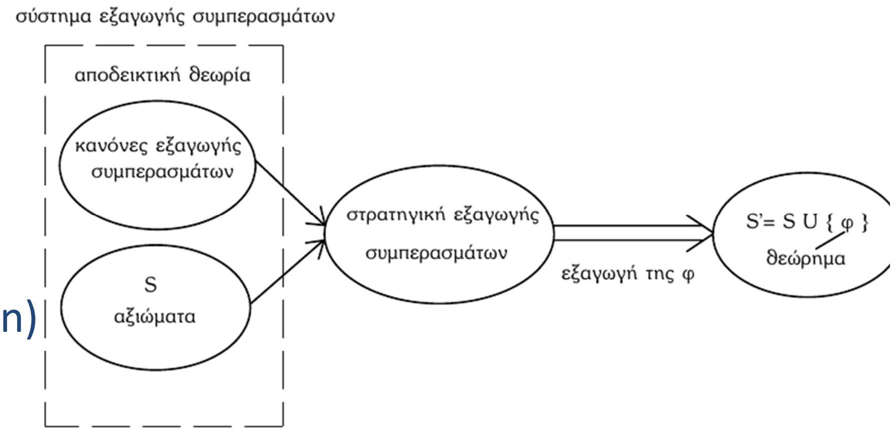
- φ είναι αποτελέσμα εφαρμογής **Κανόνων Εξαγωγής Συμπερασμάτων** (ΚΕΣ) πάνω στην $\boldsymbol{S}$

- **Προτάσεις** του $\boldsymbol{S}$: **Υποθέσεις** (premises) ή **Αξιώματα** (axioms)

- **Εξαγώγιμες** του $\boldsymbol{S}$: **Συμπεράσματα** (conclusions) ή **Θεωρήματα** (theorems)

Αποδεικτική Θεωρία (2)

- **Απόδειξη** (proof) πρότασης φ από $\boldsymbol{S}$
  - Μια ακολουθία προτάσεων με τελευταία τη φ και κάθε άλλη είτε από το $\boldsymbol{S}$ είτε εξαγχθείσα από το $\boldsymbol{S}$



  - Άλλη ορολογία:
  - **Συνεπαγωγή** (deduction)
  - **Εξαγωγή** (derivation)

Αποδεικτική Θεωρία (3)

- **Ορθή** (sound) διαδικασία/ΚΕΣ
  - Αν κάθε πρόταση που μπορεί να εξαχθεί από το $\boldsymbol{S}$ συνεπάγεται λογικά από το $\boldsymbol{S}$
  - $\forall \boldsymbol{S}\ \forall \varphi\ \ \boldsymbol{S} \models \varphi\ \ \alpha\nu\ \ \boldsymbol{S} \vdash \varphi$
  - Αποτρέπει την παραγωγή λανθασμένων λύσεων
- **Πλήρης** (complete) διαδικασία/ΚΕΣ
  - Αν κάθε πρόταση που συνεπάγεται λογικά από το $\boldsymbol{S}$ μπορεί να εξαχθεί από το $\boldsymbol{S}$
  - $\forall \boldsymbol{S}\ \forall \varphi\ \ \boldsymbol{S} \vdash \varphi\ \alpha\nu\ \boldsymbol{S} \models \varphi$
  - Αποτρέπει την παράλειψη λύσεων

ΚΛΠΤ

ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ - ΚΛΠΤ (FIRST ORDER PREDICATE CALCULUS - FOPC)

- **Πεδίο ορισμού**: $\boldsymbol{D}$ (το σύνολο των αντικειμένων που θέλουμε να αναπαραστήσουμε)
- **Σταθερές** (μία τιμή από το $\boldsymbol{D}$): $\{C_i \in \boldsymbol{D}\}$
- **Λογικές σταθερές**: $\{T, F\}$
  - Δεν χρειάζεται όλα τα αντικείμενα (π.χ., τα αντικείμενα που αποτελούν αποτέλεσμα συνάρτησης) να έχουν όνομα
  - Είναι επίσης δυνατό ένα αντικείμενο να έχει πολλά ονόματα.
- **Μεταβλητές** (υποσύνολο του D): $\{v_i \subseteq \boldsymbol{D}\}$
- **Κατηγορήματα**: $\{P_i^n\}: \boldsymbol{D}^n \rightarrow \{T, F\}$, εκφράζουν σχέσεις ή ιδιότητες μεταξύ *n* αντικειμένων
- **Συναρτήσεις**: $\{f_i^n\}: \boldsymbol{D}^n \rightarrow \boldsymbol{D}$, αντιστοιχίζουν *n* αντικείμενα σε ένα άλλο

ΚΛΠΤ - Σύνταξη

- **Λογικά συνδετικά:**

$\neg$ (not)

$\vee$ (or)

$\wedge$ (and)

$\Rightarrow$ (implies)

$\Leftrightarrow$ (equivalent)

- **Ποσοδείκτες:**

$\forall$ (καθολικός/universal)

$\exists$ (υπαρξιακός/existential)

ΚΛΠΤ - Σύνταξη (2)

- **Ατομική Έκφραση** ή **Άτομο**:

$$P^n(t_1, \ldots, t_n)$$

- **Όρος** (t_i):
  - Σταθερά
  - Μεταβλητή
  - Συνάρτηση

- **Καλά Σχηματισμένη Έκφραση** (ΚΣΕ):
  - Άτομο
  - $\neg H, (H \vee G), (H \wedge G), (H \Longrightarrow G), (H \Leftrightarrow G)$, όπου H, G ΚΣΕς
  - $(\forall x)F, (\exists x)H$, όπου x ελεύθερη μεταβλητή και H ΚΣΕ

ΚΛΠΤ - Γραμματική

$$
\begin{array}{rcl}
\textit{Πρόταση} & \rightarrow & \textit{ΑτομικήΠρόταση} \mid \textit{ΣύνθετηΠρόταση} \\
\textit{ΑτομικήΠρόταση} & \rightarrow & \textit{Κατηγόρημα} \mid \textit{Κατηγόρημα}(\textit{Όρος}, \ldots) \mid \textit{Όρος} = \textit{Όρος} \\
\textit{ΣύνθετηΠρόταση} & \rightarrow & (\ \textit{Πρόταση}\ ) \\
 & \mid & \neg\ \textit{Πρόταση} \\
 & \mid & \textit{Πρόταση} \wedge \textit{Πρόταση} \\
 & \mid & \textit{Πρόταση} \vee \textit{Πρόταση} \\
 & \mid & \textit{Πρόταση} \ \Rightarrow \ \textit{Πρόταση} \\
 & \mid & \textit{Πρόταση} \ \Leftrightarrow \ \textit{Πρόταση} \\
 & \mid & \textit{Ποσοδείκτης}\ \textit{Μεταβλητή}, \ldots\ \textit{Πρόταση} \\
 & & \\
\textit{Όρος} & \rightarrow & \textit{Συνάρτηση}(\textit{Όρος}, \ldots) \\
 & \mid & \textit{Σταθερά} \\
 & \mid & \textit{Μεταβλητή} \\
 & & \\
\textit{Ποσοδείκτης} & \rightarrow & \forall \mid \exists \\
\textit{Σταθερά} & \rightarrow & A \mid X_1 \mid \textit{Ιωάννης} \mid \cdots \\
\textit{Μεταβλητή} & \rightarrow & a \mid x \mid s \mid \cdots \\
\textit{Κατηγόρημα} & \rightarrow & \textit{Αληθές} \mid \textit{Ψευδές} \mid \textit{Μετά} \mid \textit{Αγαπά} \mid \textit{Βρέχει} \mid \cdots \\
\textit{Συνάρτηση} & \rightarrow & \textit{Μητέρα} \mid \textit{ΑριστερόΠόδι} \mid \cdots \\
\text{ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑ ΤΕΛΕΣΤΩΝ} & : & \neg, =, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow
\end{array}
$$

ΚΛΠΤ - Σύνταξη (3)

- **Εμβέλεια (scope) ποσοδείκτη**
  - Η έκφραση στην οποία εφαρμόζεται
  - Ό,τι βρίσκεται στα δεξιά του
- **Ανοικτή πρόταση**
  - Περιέχει ελεύθερες μεταβλητές
- **Κλειστή πρόταση**
  - Δεν περιέχει ελεύθερες μεταβλητές

ΚΛΠΤ - Παραδείγματα Προτάσεων

- $(\forall x)(\exists y)GREATER(x, y)$
- $(\forall x)(Q(x) \land P(x)) \Longrightarrow R(x)$
- $(\forall x)(P(x) \Longrightarrow (\exists y)Q(x, y))$
- $(\forall x)(\neg(\exists y)on(x, y) \Longrightarrow clear(x))$

ΚΛΠΤ - Σημασιολογικοί Κανόνες

- Αν $\varphi \equiv P^n(t_1, \ldots, t_n)$ τότε $\boldsymbol{I} \mid = \varphi\ \alpha\nu\nu\ < t_1, \ldots, t_n > \in f_I(P^n)$, όπου $f_I(\cdot)$ η ερμηνευτική συνάρτηση
- Αν $\varphi \equiv \neg H$ τότε $\boldsymbol{I} \vDash \varphi\ \alpha\nu\nu\ \boldsymbol{I} \nvDash H$
- Αν $\varphi \equiv (H \vee G)$ τότε $\boldsymbol{I} \vDash \varphi\ \alpha\nu\nu\ \boldsymbol{I} \vDash H\ \eta\ \boldsymbol{I} \vDash G$
- Αν $\varphi \equiv (H \wedge G)$ τότε $\boldsymbol{I} \vDash \varphi\ \alpha\nu\nu\ \boldsymbol{I} \vDash H\ \kappa\alpha\iota\ \boldsymbol{I} \vDash G$
- Αν $\varphi \equiv (H \Longrightarrow G)$ τότε $\boldsymbol{I} \vDash \varphi\ \alpha\nu\nu\ \boldsymbol{I} \nvDash H\ \eta\ \boldsymbol{I} \vDash G$
- Αν $\varphi \equiv (\forall x)H$ τότε $\boldsymbol{I} \vDash \varphi\ \alpha\nu\nu\ \forall x \in \boldsymbol{D} \Longrightarrow\ \boldsymbol{I} \vDash H$
- Αν $\varphi \equiv (\exists x)H$ τότε $\boldsymbol{I} \vDash \varphi\ \alpha\nu\nu\ \exists x \in \boldsymbol{D} \Longrightarrow\ \boldsymbol{I} \vDash H$

Λογικές ισοδυναμίες

$$
\begin{aligned}
(\alpha \wedge \beta) &\equiv (\beta \wedge \alpha) \quad \text{αντιμεταθετικότητα του } \wedge \\
(\alpha \vee \beta) &\equiv (\beta \vee \alpha) \quad \text{αντιμεταθετικότητα του } \vee \\
((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) &\equiv (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)) \quad \text{προσεταιριστικότητα του } \wedge \\
((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) &\equiv (\alpha \vee (\beta \vee \gamma)) \quad \text{προσεταιριστικότητα του } \vee \\
\neg(\neg\alpha) &\equiv \alpha \quad \text{απαλοιφή διπλής άρνησης} \\
(\alpha \Rightarrow \beta) &\equiv (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) \quad \text{αντιθετοαντιστροφή} \\
(\alpha \Rightarrow \beta) &\equiv (\neg\alpha \vee \beta) \quad \text{απαλοιφή συνεπαγωγής} \\
(\alpha \Leftrightarrow \beta) &\equiv ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)) \quad \text{απαλοιφή αμφίδρομης υποθετικής} \\
\neg(\alpha \wedge \beta) &\equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta) \quad \text{νόμος De Morgan} \\
\neg(\alpha \vee \beta) &\equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta) \quad \text{νόμος De Morgan} \\
(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) &\equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)) \quad \text{επιμεριστικότητα του } \wedge \text{ ως προς το } \vee \\
(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) &\equiv ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)) \quad \text{επιμεριστικότητα του } \vee \text{ ως προς το } \wedge
\end{aligned}
$$

Συνδέσεις μεταξύ των ∀ και ∃

- Οι δύο ποσοδείκτες είναι στην πραγματικότητα στενά συνδεδεμένοι μεταξύ τους, μέσω της άρνησης.
- Ουσιαστικά το ∀ είναι μια σύζευξη που καλύπτει το σύμπαν των αντικειμένων και το ∃ είναι μια διάζευξη, κατά συνέπεια υπακούουν στους νόμους του De Morgan:
  - $\neg\exists x\ P \equiv \forall x\ \neg P$
  - $\neg\forall x\ P \equiv \exists x\ \neg P$
  - $\forall x\ P \equiv \neg\exists x\ \neg P$
  - $\exists x\ P \equiv \neg\forall x\ \neg P$

$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$

$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$

$P \wedge Q \equiv \neg(\neg P \vee \neg Q)$

$P \vee Q \equiv \neg(\neg P \wedge \neg Q)$

ΚΛΠΤ - Παράδειγμα

- Τρεις σταθερές: a, b, c
- Τρία κατηγορήματα: $P(x), Q(x), R(x, y)$
- Έχουμε τις εξής λογικές προτάσεις:
  - $P(a)$
  - $R(a, b)$
  - $P(c) \Longrightarrow R(b, c)$
  - $(\exists x)(P(x))$
  - $(\forall x, y)(P(x) \wedge Q(y)) \Longrightarrow R(y, x)$

- **Ο καθορισμός της λογικής έννοιας (T ή F) των προτάσεων** εξαρτάται από την **ερμηνευτική κάτω από την οποία γίνεται**

ΚΛΠΤ - Παράδειγμα (2)

- Έστω ότι έχουμε την ακόλουθη ερμηνευτική $\boldsymbol{I} = < \boldsymbol{D}, f_I >$:

- $\boldsymbol{D} = \{Μαρια, Γιαννης, Γιωργος\}$
- $f_I(a) = Μαρια$
- $f_I(b) = Γιαννης$
- $f_I(c) = Γιωργος$
- $f_I(P) = \{Μαρια\}$
- $f_I(Q) = \{Γιαννης, Γιωργος\}$
- $f_I(R) = \{< Μαρια, Γιαννης >, < Γιαννης, Μαρια >\}$

Ποιες από τις προηγούμενες προτάσεις αληθεύουν;

Προτάσεις:

1. $P(a)$
2. $R(a,b)$
3. $P(c) \Longrightarrow R(b,c)$
4. $(\exists x)(P(x))$
5. ~~$(\forall x,y)(P(x) \land Q(y)) \Longrightarrow R(y,x)$~~

Μετατροπή ΦΓ σε ΚΛΠΤ

Μετατροπή ΦΓ σε ΚΛΠΤ

- Διαδικασία:

1. Προσδιορισμός κατηγορημάτων/συναρτήσεων
2. Προσδιορισμός ορισμάτων (αριθμός, τύπος, σύμβολα)
3. Προσδιορισμός ποσοδεικτών μεταβλητών
4. Σχηματισμός ατομικών εκφράσεων (ατόμων)
5. Σχηματισμός ομάδων ατόμων ίδιου επιπέδου
6. Προσδιορισμός συνδετικών ατόμων ομάδων και σχηματισμός αντίστοιχων τύπων
7. Προσδιορισμός ομάδων τύπων ίδιου επιπέδου
8. Στην περίπτωση μιας ομάδας, προσδιορισμός συνδετικών τύπων ομάδας, σχηματισμός τελικού τύπου και προχωρούμε στο 10.
9. Προσδιορισμός συνδετικών τύπων ομάδων, σχηματισμός τύπων επόμενου επιπέδου και επιστρέφουμε στο 6.
10. Τοποθέτηση ποσοδεικτών στον τελικό τύπο και δημιουργία τελικής πρότασης

Αυτή η διαδικασία <u>δεν αυτοματοποιείται στον Η/Υ</u>, απλά βοηθά στην εκμάθηση της μετατροπής

Μετατροπή ΦΓ σε ΚΛΠΤ - Παράδειγμα

- “Ο Πλούτο είναι σκύλος”

1. κατηγόρημα1 → **σκύλος**
2. όρισμα1 → **Πλούτο** (σταθερά)
3. Δεν υπάρχουν ποσοδείκτες
4. άτομο1 → **σκύλος(Πλούτο)**

10. **σκύλος(Πλούτο)**

Μετατροπή ΦΓ σε ΚΛΠΤ - Παράδειγμα (2)

- "Όλοι οι άνθρωποι είναι θνητοί"

1. κατηγόρημα1 → **άνθρωπος**, κατηγόρημα2 → **θνητός**
2. όρισμα1 → **x** (μεταβλητή), όρισμα2 → **x** (μεταβλητή)
3. x → ∀
4. άτομο1 → **άνθρωπος**(x), άτομο2 → **θνητός**(x)
5. {**άνθρωπος**(x), **θνητός**(x)}
6. άτομο1 $\Longrightarrow$ άτομο2
10. $(\forall x) \alpha\nu\theta\rho\omega\pi o\varsigma(x) \Longrightarrow \theta\nu\eta\tau\acute{o}\varsigma(x)$

Μετατροπή ΦΓ σε ΚΛΠΤ - Αξιοσημείωτες Περιπτώσεις

Σειρά Ποσοδεικτών:

1. $(\forall x)(\exists y) \mu\varepsilon\nu\varepsilon\iota(x, y)$
2. $(\exists y)(\forall x) \mu\varepsilon\nu\varepsilon\iota(x, y)$

- Το 1 εννοεί ότι ο καθένας μένει σε τουλάχιστον ένα κατάλυμα
- Το 2 εννοεί ότι όλοι μένουν στο ίδιο κατάλυμα

Μετατροπή ΦΓ σε ΚΛΠΤ - Αξιοσημείωτες Περιπτώσεις (2)

Λανθασμένη Χρήση του "$\wedge$":

"Όλοι οι φίλαθλοι αγαπούν το ποδόσφαιρο"

- $(\forall x)\varphi\iota\lambda\alpha\theta\lambda o\varsigma(x) \wedge \alpha\gamma\alpha\pi\alpha(x, \pi o\delta\acute{o}\sigma\varphi\alpha\iota\rho o)$
- $(\forall x)\varphi\iota\lambda\alpha\theta\lambda o\varsigma(x) \Longrightarrow \alpha\gamma\alpha\pi\alpha(x, \pi o\delta\acute{o}\sigma\varphi\alpha\iota\rho o)$

Μετατροπή ΦΓ σε ΚΛΠΤ - Αξιοσημείωτες Περιπτώσεις (3)

Ισοδυναμία: $A \Longrightarrow (B \Longrightarrow C) \equiv (A \wedge B) \Longrightarrow C$

"All humans eat some food"

- $(\forall x)(\exists y)((human(x) \wedge food(y)) \Longrightarrow eats(x, y))$
- $(\forall x)(\exists y)(human(x) \Longrightarrow (food(y) \Longrightarrow eats(x, y)))$

Μετατροπή ΦΓ σε ΚΛΠΤ - Αξιοσημείωτες Περιπτώσεις (4)

Χρήση Ισότητας

- "Every student loves some student"

$$(\forall x)(student(x) \Longrightarrow (\exists y)(student(y) \land loves(x,y)))$$

- "Every student loves some other student"

$$(\forall x)(student(x) \Longrightarrow (\exists y)(student(y) \land \neg(x = y) \land loves(x,y)))$$

Προτασιακή Λογική

Προτασιακή Μορφή ΚΛΠΤ - Clausal Form of FOPC

- **Πολλά λογικά σύμβολα στην ΚΛΠΤ** → Προβλήματα Απόδοσης για την Εξαγωγή Συμπερασμάτων
- **Προτασιακή Μορφή (ΠΜ):**
  - Συντακτικά Απλούστερη
  - Μόνο διάζευξη (or) και άρνηση (not)
  - Ισοδύναμη με ΚΛΠΤ για αποδείξεις
  - Αυτόματη μετατροπή ΚΛΠΤ σε ΠΜ

Προτασιακή Μορφή ΚΛΠΤ

- **Στοιχείο ή Λεκτικό (literal)**: ένα άτομο (θετικό στοιχείο) ή η άρνηση ενός ατόμου (αρνητικό στοιχείο)
- **Πρόταση (clause):** η διάζευξη πολλών στοιχείων (συνήθως αναπαριστάται ως μία λίστα στοιχείων)
- Τύποι προτάσεων:
  - Κενή
  - Μοναδιαία (Unit)
  - Θετική (positive), Αρνητική (negative), Μεικτή (mixed)
  - Horn

Έλεγχος μοντέλων στην Προτασιακή Λογική

- Ο στόχος μας είναι να αποφασίσουμε αν $KB \vDash a$ για κάποια πρόταση a.
- **Έλεγχος μοντέλων** (model checking): απαριθμεί όλα τα δυνατά μοντέλα για να ελέγξει ότι η a είναι αληθής σε όλα τα μοντέλα στα οποία η βάση γνώσης KB είναι αληθής
- Μπορεί να γίνει με έλεγχο μοντέλων και αναδρομική αναζήτηση πρώτα σε βάθος (Backtracking-Search).
  - Ουσιαστικά είναι σαν να επιλύουμε πρόβλημα ικανοποίησης περιορισμών με αναζήτηση πρώτα σε βάθος, χωρίς όμως έλεγχο συνέπειας.

Έλεγχος μοντέλων στην Προτασιακή Λογική (2)

- Αν οι προτάσεις KB και a περιέχουν n σύμβολα συνολικά, τότε υπάρχουν 2^n μοντέλα.
- Επομένως η **χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου είναι $\boldsymbol{O(2^n)}$.**
  - Η χωρική πολυπλοκότητα είναι μόνο $O(n)$, επειδή η απαρίθμηση γίνεται πρώτα σε βάθος.
    - Αργότερα σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε αλγορίθμους που είναι πολύ πιο αποδοτικοί σε πολλές περιπτώσεις.
- Η ***προτασιακή*** λογική είναι coNP-complete
  - μάλλον δεν είναι ευκολότερη από ό,τι αν ήταν NP-πλήρης
  - επομένως κάθε γνωστός αλγόριθμος συμπερασμού για την προτασιακή λογική έχει πολυπλοκότητα χειρότερης περίπτωσης που είναι εκθετική ως προς το μέγεθος της εισόδου.

Απόδειξη θεωρημάτων

- Είναι δυνατή η εφαρμογή κανόνων συμπερασμού απευθείας στις προτάσεις της βάσης γνώσης, για την κατασκευή μιας απόδειξης για την επιθυμητή πρόταση, χωρίς να λάβουμε υπόψη μας τα μοντέλα.
  - Αν το πλήθος των μοντέλων είναι μεγάλο αλλά το μήκος της απόδειξης είναι μικρό, τότε η **απόδειξη θεωρημάτων** μπορεί να είναι πιο αποδοτική από τον έλεγχο μοντέλων.
- **Οριστική πρόταση** (definite clause) χαρακτηρίζεται μια διάζευξη λεκτικών από τα οποία ακριβώς ένα είναι θετικό.
  - Για παράδειγμα, η διαζευκτική πρόταση $(\neg L_{1,1} \vee \neg Αύρα \vee B_{1,1})$ είναι οριστική πρόταση, ενώ η $(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1})$ δεν είναι, επειδή έχει δύο θετικά λεκτικά.
- **Πρόταση Horn** (Horn clause) χαρακτηρίζεται μια διάζευξη λεκτικών από τα οποία το πολύ ένα είναι θετικό.
  - Όλες οι οριστικές προτάσεις είναι προτάσεις Horn.
  - Οι προτάσεις χωρίς θετικά λεκτικά ονομάζονται **προτάσεις στόχου** (goal clauses)
  - Οι προτάσεις Horn δεν έχουν πλήρη εκφραστικότητα στην προτασιακή λογική.
  - Ο προσδιορισμός της λογικής συνεπαγωγής με προτάσεις Horn μπορεί να γίνεται σε **χρόνο γραμμικό ως προς το μέγεθος της βάσης γνώσης** (forward-, backward-chaining)

Αναγωγή στον προτασιακό συμπερασμό

- Γενική τεχνική **μετατροπής** ΚΛΠΤ σε προτασιακή μορφή (propositionalization)
- **Πρόβλημα:** όταν η βάση γνώσης περιλαμβάνει ένα συναρτησιακό σύμβολο, καθώς το σύνολο των δυνατών αντικαταστάσεων βασικών όρων είναι άπειρο!
- **Θεώρημα Herbrand (1930)**: *αν μια πρόταση συνεπάγεται από την αρχική βάση γνώσης ΚΛΠΤ*, τότε υπάρχει απόδειξη που αφορά **μόνο ένα πεπερασμένο υποσύνολο** της προτασιακής βάσης γνώσης.
- Όμως: *Αν η πρόταση δεν συνεπάγεται από τη βάση γνώσης*, αυτό δεν μπορεί να αποδειχθεί **(Church-Turing thesis, 1936)**
- ΚΛΠΤ είναι ***ημιαποφασίσιμη*** *(semidecidable)* – δηλαδή, ενώ υπάρχουν αλγόριθμοι που απαντούν θετικά σε κάθε συνεπαγόμενη πρόταση, δεν υπάρχει κάποιος αλγόριθμος που να απαντά αρνητικά σε κάθε μη συνεπαγόμενη πρόταση.
- Αλγόριθμοι συνεπείς (sound), αλλά όχι πλήρεις (complete)

Αν $KB \not\models Q(x)$ τότε $KB \wedge \neg Q(x)$ ικανοποιήσιμη

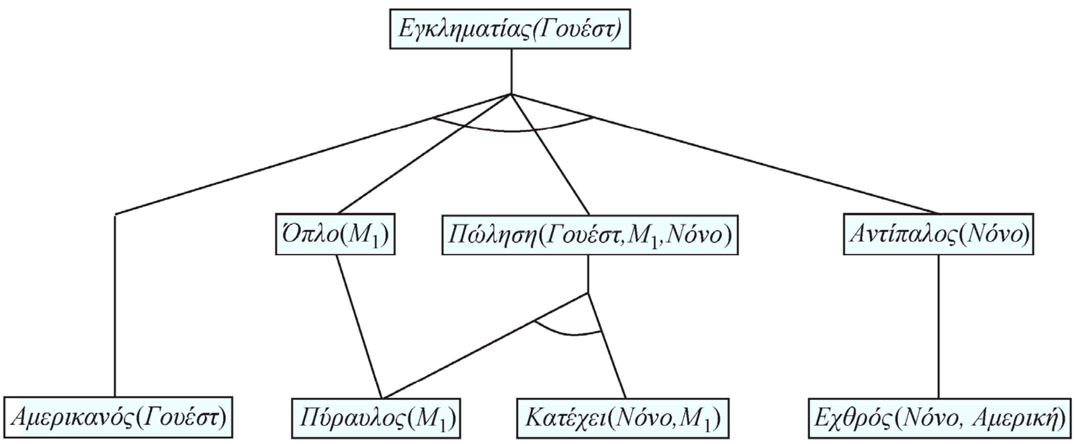
  - Πλήρεις ως προς την ***αντίφαση ή διάψευση*** (refutation complete)
  - πλήρεις για ΚΒ με ***προτάσεις Horn*** χωρίς συναρτησιακά σύμβολα *(Datalog).*

Παράδειγμα Απόδειξης Θεωρημάτων

- Σενάριο: *Ο νόμος λέει ότι η πώληση όπλων σε αντίπαλα (των ΗΠΑ) κράτη από Αμερικανούς πολίτες αποτελεί κακούργημα. Η χώρα Νόνο, εχθρός της Αμερικής, διαθέτει μερικούς πυραύλους, και όλοι οι πύραυλοι πουλήθηκαν σε αυτήν από τον Συνταγματάρχη Γουέστ, ο οποίος είναι Αμερικανός.*
  - $\text{Αμερικανός}(x) \wedge \text{Όπλο}(y) \wedge \text{Πώληση}(x, y, z) \wedge \text{Αντίπαλος}(z) \Rightarrow \text{Εγκληματίας}(x)$
  - $\text{Κατέχει}(\text{Νόνο}, M_1)$
  - $\text{Πύραυλος}(M_1)$
  - $\text{Πύραυλος}(x) \wedge \text{Κατέχει}(\text{Νόνο}, x) \Rightarrow \text{Πώληση}(\text{Γουέστ}, x, \text{Νόνο})$
  - $\text{Πύραυλος}(x) \Rightarrow \text{Όπλο}(x)$
  - $\text{Εχθρός}(x, \text{Αμερική}) \Rightarrow \text{Αντίπαλος}(x)$
  - $\textit{Αμερικανός}(\text{Γουέστ})$
  - $\text{Εχθρός}(\text{Νόνο}, \text{Αμερική})$

Αυτή η βάση γνώσης τυχαίνει να είναι μια βάση γνώσης Datalog: Η Datalog είναι μια γλώσσα
που αποτελείται από οριστικές προτάσεις πρώτης τάξης χωρίς συναρτησιακά σύμβολα.

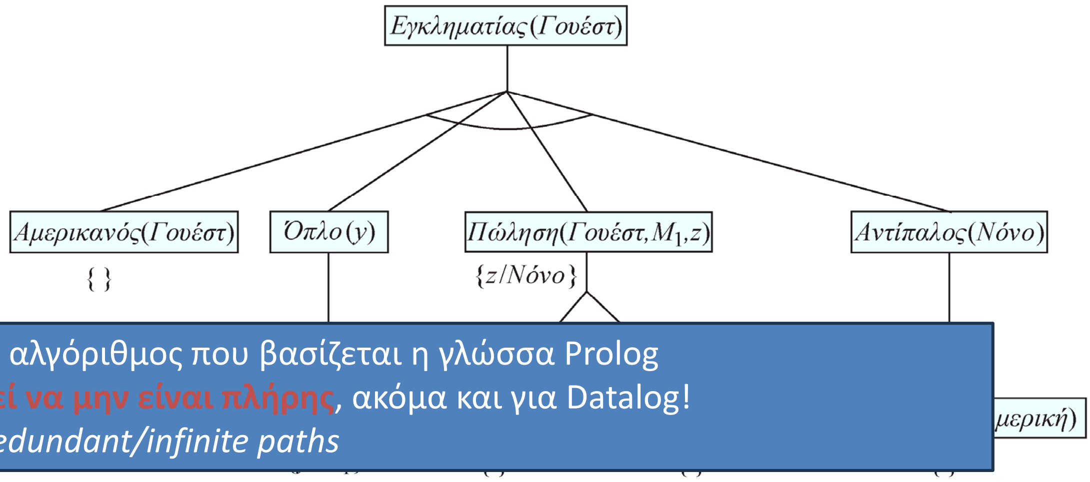
Απόδειξη Θεωρήματος – Forward Chaining



Εικόνα 9.4 Το δένδρο απόδειξης που δημιουργείται από την προς τα εμπρός αλυσίδα εκτέλεσης στο παράδειγμα με την πώληση πυραύλων. Τα αρχικά γεγονότα εμφανίζονται στο κάτω επίπεδο, τα γεγονότα που συνάγονται από την πρώτη επανάληψη στο μεσαίο επίπεδο, και τα γεγονότα που συνάγονται από τη δεύτερη επανάληψη στο επάνω επίπεδο.

Σε κάθε βήμα προσθέτει στην ΚΒ όλες τις ατομικές προτάσεις που μπορούν να συναχθούν σε ένα βήμα από τις προτάσεις συνεπαγωγής και τις άλλες ατομικές προτάσεις της ΚΒ.

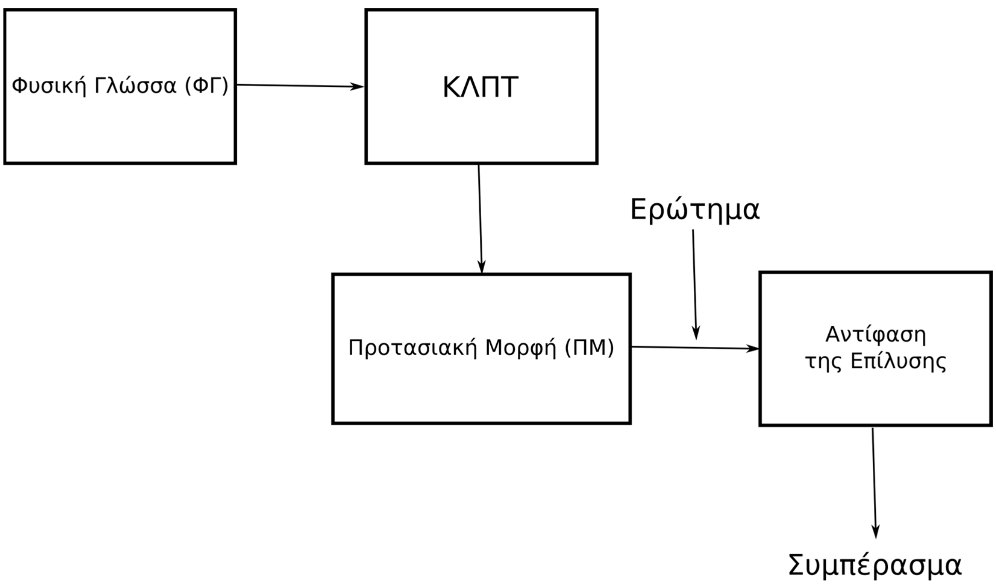
Απόδειξη Θεωρήματος – Backward Chaining



- Είναι ο αλγόριθμος που βασίζεται η γλώσσα Prolog
- **Μπορεί να μην είναι πλήρης**, ακόμα και για Datalog!
  - *Redundant/infinite paths*

Εικόνα 9.7 Το δένδρο απόδειξης που κατασκευάζεται με προς τα πίσω αλυσίδα εκτέλεσης για την απόδειξη του ότι ο Γουέστ είναι εγκληματίας. Το δένδρο πρέπει να διαβαστεί με προτεραιότητα βάθους, από αριστερά προς τα δεξιά. Για να αποδείξουμε ότι *Εγκληματίας*(*Γουέστ*), πρέπει να αποδείξουμε τους τέσσερις συζευκτέους που βρίσκονται από κάτω του. Μερικοί από αυτούς βρίσκονται στη βάση γνώσης, ενώ άλλοι απαιτούν περαιτέρω προς τα πίσω αλυσίδα εκτέλεσης. Οι δεσμεύσεις για κάθε επιτυχημένη ενοποίηση φαίνονται δίπλα στον αντίστοιχο υποστόχο. Παρατηρήστε ότι, εφόσον ένας υποστόχος μιας σύζευξης επιτύχει, η αντικατάστασή του εφαρμόζεται στους επακόλουθους υποστόχους. Έτσι, όταν η FOL-BC-Ask φτάσει στον τελευταίο συζευκτέο, ο οποίος αρχικά είναι *Αντίπαλος*(z), το z θα έχει ήδη δεσμευτεί με το *Νόνο*.

Λογική και Αυτόματος Συλλογισμός



Μετατροπή ΚΛΠΤ σε Προτασιακή Μορφή

ΚΛΠΤ - Κανονικές Μορφές

- **Συζευκτική Κανονική Μορφή - ΣΚΜ** (Conjunctive Normal Form - CNF)

$$(H \vee G) \wedge (\neg A \vee G) \wedge \ldots$$

  - Σε μορφή CNF, τα λεκτικά μπορούν να περιέχουν μεταβλητές, οι οποίες θεωρούνται ότι είναι καθολικά ποσοτικοποιημένες (∀, ισχύει *για όλα*)

Κάθε πρόταση λογικής πρώτης τάξης μπορεί να μετατραπεί σε μια ***ισοδύναμη όσον αφορά τον συμπερασμό*** πρόταση CNF.

- **Διαζευκτική Κανονική Μορφή - ΔΚΜ** (Disjunctive Normal Form - DNF)

$$(H \wedge G) \vee (\neg A \wedge G) \vee \ldots$$

- **Κανονική Μορφή Prenex - ΚΜΡ** (Prenex Normal Form - PNF)

$$(Q_1 x_1)(Q_2 x_2) \ldots (Q_n x_n)(H)$$

H, G, A ΚΣΕς
Q_i ποσοδείκτες

Μετατροπή ΚΛΠΤ σε Προτασιακή Μορφή

Διαδικασία:

1. Απαλοιφή συνεπαγωγών
2. Περιορισμός εμβέλειας αρνήσεων
3. Μετονομασία μεταβλητών με το ίδιο όνομα που δεσμεύονται από διαφορετικούς ποσοδείκτες
4. Μετατροπή σε ΚΜΡ (PNF)
5. Απαλοιφή υπαρξιακών ποσοδεικτών (Skolemisation)
6. Απαλοιφή καθολικών ποσοδεικτών
7. Μετατροπή σε ΣΚΜ (CNF)
8. Απαλοιφή διασυνδετικών και καταγραφή των παραχθέντων προτάσεων
9. Μετονομασία μεταβλητών (περίπτωση περισσοτέρων της μιας προτάσεων με κοινές μεταβλητές)

Μετατροπή ΚΛΠΤ σε Προτασιακή Μορφή

Διαδικασία:

1. Απαλοιφή συνεπαγωγών $\boxed{(H \Longrightarrow G) \rightarrow (\neg H \vee G)}$
2. Περιορισμός εμβέλειας αρνήσεων
3. Μετονομασία μεταβλητών με το ίδιο όνομα που δεσμεύονται από διαφορετικούς ποσοδείκτες
4. Μετατροπή σε ΚΜΡ (PNF)
5. Απαλοιφή υπαρξιακών ποσοδεικτών (Skolemisation)
6. Απαλοιφή καθολικών ποσοδεικτών
7. Μετατροπή σε ΣΚΜ (CNF)
8. Απαλοιφή διασυνδετικών και καταγραφή των παραχθέντων προτάσεων
9. Μετονομασία μεταβλητών (περίπτωση περισσοτέρων της μιας προτάσεων με κοινές μεταβλητές)

Μετατροπή ΚΛΠΤ σε Προτασιακή Μορφή

Διαδικασία:

1. Απαλοιφή συνεπαγωγών
2. Περιορισμός εμβέλειας αρνήσεων
3. Μετονομασία μεταβλητών με το ίδιο όνομα που δεσμεύονται από διαφορετικούς ποσοδείκτες
4. Μετατροπή σε ΚΜΡ (PNF)
5. Απαλοιφή υπαρξιακών ποσοδεικτών (Skolemisation)
6. Απαλοιφή καθολικών ποσοδεικτών
7. Μετατροπή σε ΣΚΜ (CNF)
8. Απαλοιφή διασυνδετικών και καταγραφή των παραχθέντων προτάσεων
9. Μετονομασία μεταβλητών (περίπτωση περισσοτέρων της μιας προτάσεων με κοινές μεταβλητές)

$$\neg(\neg H) \rightarrow H$$
$$\neg(\forall x)H \rightarrow (\exists x)(\neg H)$$
$$\neg(\exists x)H \rightarrow (\forall x)(\neg H)$$
$$\neg(H_1 \wedge H_2 \wedge \ldots \wedge H_n) \rightarrow (\neg H_1 \vee \neg H_2 \vee \ldots \vee \neg H_n)$$
$$\neg(H_1 \vee H_2 \vee \ldots \vee H_n) \rightarrow (\neg H_1 \wedge \neg H_2 \wedge \ldots \wedge \neg H_n)$$

Μετατροπή ΚΛΠΤ σε Προτασιακή Μορφή

Διαδικασία:

1. Απαλοιφή συνεπαγωγών
2. Περιορισμός εμβέλειας αρνήσεων
3. Μετονομασία μεταβλητών με το ίδιο όνομα που δεσμεύονται από διαφορετικούς ποσοδείκτες
4. Μετατροπή σε ΚΜΡ (PNF)
5. Απαλοιφή υπαρξιακών ποσοδεικτών (Skolemisation)
   - **Σταθερές Skolem**: Αντικαθιστούμε τη μεταβλητή με ένα ***νέο όνομα***
   - **Συναρτήσεις Skolem**: Αντικαθιστούμε τη μεταβλητή με μια ***νέα συνάρτηση***, ώστε να εξαρτάται από τις άλλες μεταβλητές
     - Όλες τις καθολικά ποσοτικοποιημένες μεταβλητές στην εμβέλεια των οποίων εμφανίζεται ο υπαρξιακός ποσοδείκτης.
     - Η πρόταση Skolem ικανοποιείται ακριβώς όταν ικανοποιείται και η αρχική πρόταση.

Μετατροπή ΚΛΠΤ σε Προτασιακή Μορφή

Διαδικασία:

1. Απαλοιφή συνεπαγωγών
2. Περιορισμός εμβέλειας αρνήσεων
3. Μετονομασία μεταβλητών με το ίδιο όνομα που δεσμεύονται από διαφορετικούς ποσοδείκτες
4. Μετατροπή σε ΚΜΡ (PNF)
5. Απαλοιφή υπαρξιακών ποσοδεικτών (Skolemisation)
6. Απαλοιφή καθολικών ποσοδεικτών
7. Μετατροπή σε ΣΚΜ (CNF) $\boxed{(H \lor (H_1 \land H_2 \land \ldots \land H_n)) \to ((H \lor H_1) \land (H \lor H_2) \land \ldots \land (H \lor H_n))}$
8. Απαλοιφή διασυνδετικών και καταγραφή των παραχθέντων προτάσεων
9. Μετονομασία μεταβλητών (περίπτωση περισσοτέρων της μιας προτάσεων με κοινές μεταβλητές)

Μετατροπή ΚΛΠΤ σε ΠΜ - Παράδειγμα

<u>**Πρόταση ΚΛΠΤ:**</u> $(\forall x)(a(x) \land b(x)) \Rightarrow (\exists y)d(x,y)$

1. Απαλοιφή συνεπαγωγών

$$(\forall x)\neg(a(x) \land b(x)) \lor (\exists y)d(x,y)$$

2. Περιορισμός εμβέλειας αρνήσεων

$$(\forall x)(\neg a(x) \lor \neg b(x)) \lor (\exists y)d(x,y)$$

3. Μετονομασία μεταβλητών - **μη εφαρμόσιμο**
4. Μετατροπή σε ΚΜΡ (PNF)

$$(\forall x)(\exists y)((\neg a(x) \lor \neg b(x)) \lor d(x,y))$$

Μετατροπή ΚΛΠΤ σε ΠΜ - Παράδειγμα (2)

5. Απαλοιφή υπαρξιακών ποσοδεικτών

$$(\forall x)((\neg a(x) \vee \neg b(x)) \vee d(x, f(x))$$

6. Απαλοιφή καθολικών ποσοδεικτών

$$((\neg a(x) \vee \neg b(x)) \vee d(x, f(x))$$

7. Μετατροπή σε ΣΚΜ (CNF) - **μη εφαρμόσιμο**
8. Απαλοιφή διασυνδετικών και καταγραφή των παραχθέντων προτάσεων

$$\{\neg a(x), \neg b(x), d(x, f(x)\}$$

9. Μετονομασία μεταβλητών - **μη εφαρμόσιμο**

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία

- Βιβλία (από Εύδοξο)
  - Artificial Intelligence: A Modern Approach, S. Russel and P. Norvig, Prentice Hall (1995-2020)
  - Τεχνητή Νοημοσύνη, Ι. Βλαχάβας, Π. Κεφαλάς, Ν. Βασιλειάδης, Φ. Κόκκορας, Η. Σακελλαρίου, Εκδόσεις Πανεπιστημίου Μακεδονίας, 2020
- Σημειώσεις
  - Αναπαράσταση Γνώσης & Αυτόματος Συλλογισμός, Ι. Χατζηλυγερούδης, 2004
  - https://eclass.upatras.gr/modules/document/file.php/CEID1104/%CE%A3%CE%97%CE%9C%CE%95%CE%99%CE%A9%CE%A3%CE%95%CE%99%CE%A3/ainotes04-05.pdf