



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Γραμμική Άλγεβρα

Ενότητα 3 : Διανυσματικοί Χώροι και Υπόχωροι

Ευστράτιος Γαλλόπουλος

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



## Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



## Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
Πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Άσκηση 1

Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Gilbert Strang

Γνωρίζουμε ότι για να είναι ένας σύνολο διανυσμάτων υπόχωρος πρέπει να ισχύουν κάποιες ιδιότητες. Υπάρχουν περιπτώσεις που ενώ η μία ιδιότητα ισχύει ή δεύτερη δεν ισχύει. Να αποδείξετε αυτό βρίσκοντας:

- (a) Ένα σύνολο διανυσμάτων στον  $\mathbb{R}^2$  για το οποίο το άθροισμα  $x + y$  παραμένει στο σύνολο αλλά το  $\frac{1}{2}x$  μπορεί να βρίσκεται εκτός του χώρου.
- (b) Ένα σύνολο διανυσμάτων στον  $\mathbb{R}^2$  (διαφορετικό των τεταρτημορίων) για το οποίο κάθε  $cx$  παραμένει στο σύνολο αλλά το  $x + y$  μπορεί να βρίσκεται εκτός του χώρου.

## Άσκηση 2

Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Gilbert Strang

Ποια από τα παρακάτω σύνολα του  $\mathbb{R}^3$  είναι υπόχωροι;

- (a) Ο χώρος των διανυσμάτων  $(b_1, b_2, b_3)$  με  $b_1 = b_2$
- (b) Ο χώρος των διανυσμάτων  $(b_1, b_2, b_3)$  με  $b_1 = 1$
- (c) Ο χώρος των διανυσμάτων  $(b_1, b_2, b_3)$  με  $b_1 b_2 b_3 = 0$
- (d) Όλοι οι γραμμικοί συνδυασμοί των  $v = (1, 4, 0)$  και  $w = (2, 2, 2)$
- (e) Ο χώρος των διανυσμάτων  $(b_1, b_2, b_3)$  με  $b_1 + b_2 + b_3 = 0$
- (f) Ο χώρος των διανυσμάτων  $(b_1, b_2, b_3)$  με  $b_1 \leq b_2 \leq b_3$

## Σημείωμα Αναφοράς

**Copyright** Πανεπιστήμιο Πατρών - Ευστράτιος Γαλλόπουλος 2015

``Γραμμική Άλγεβρα``, Έκδοση: 1.0, Πάτρα 2014-2015.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<https://eclass.upatras.gr/courses/CEID1097/>

# Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

