



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Γραμμική Άλγεβρα

Ενότητα 2 : Επίλυση Γραμμικών Εξισώσεων

Ευστράτιος Γαλλόπουλος

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
Πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άσκηση 1

Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Gilbert Strang

Να γράψετε τα παρακάτω προβλήματα στη μορφή ενός γραμμικού συστήματος $Ax = b$ και να τα λύσετε:

- 1 Ο X είναι δύο φορές μεγαλύτερος από τον Y , και το άθροισμα των ηλικιών τους είναι 33.
- 2 Τα σημεία $(x, y) = (2, 5)$ και $(3, 7)$ είναι πάνω στη γραμμή $y = mx + c$. Να βρείτε τα m και c .

Άσκηση 2

Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Gilbert Strang

Να πολλαπλασιάσετε τα μητρώα EF και FE , όπου:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \alpha & 1 & 0 \\ \beta & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \gamma & 1 \end{bmatrix}$$

Επίσης να υπολογίσετε τα $E^2 = EE$ και $F^3 = FFF$. Μπορείτε να μαντέψετε το F^{100} .

Άσκηση 3

Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Gilbert Strang

Αν για το μητρώο A ισχύει $(\text{γραμμή } 1) + (\text{γραμμή } 2) = (\text{γραμμή } 3)$, να δείξετε ότι το μητρώο A δεν είναι αντιστρέψιμο:

- 1 Να εξηγήσετε γιατί το γραμμικό σύστημα $Ax = (1, 0, 0)$ δεν μπορεί να έχει λύση.
- 2 Ποια δεξιά μέλη (b_1, b_2, b_3) , μπορεί να δημιουργήσουν μια λύση στο γραμμικό σύστημα $Ax = b$;
- 3 Τι συμβαίνει στη γραμμή 3 κατά την απαλοιφή;

Άσκηση 4

Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Gilbert Strang

Υποθέστε ότι το μητρώο A είναι αντιστρέψιμο και εναλλάσσετε τις πρώτες δύο γραμμές ώστε να δημιουργηθεί το μητρώο B . Είναι το νέο μητρώο αντιστρέψιμο και πως μπορείτε να βρείτε το B^{-1} και το A^{-1} ;

Άσκηση 5

Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Gilbert Strang

Αν το μητρώο B είναι ο αντίστροφος του A^2 , να δείξετε ότι το μητρώο AB είναι ο αντίστροφος του A .

Άσκηση 6

Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Gilbert Strang

Να βρείτε τους αντιστρώφους των παρακάτω μητρώων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Gauss-Jordan ξεκινώντας με το επαυξημένο μητρώο $[A \ I]$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 7

Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Gilbert Strang

Να υπολογίσετε τα μητρώα L και U για το συμμετρικό μητρώο A

$$A = \begin{bmatrix} a & a & a & a \\ a & b & b & b \\ a & b & c & c \\ a & b & c & d \end{bmatrix}$$

Να βρείτε επίσης τέσσερις περιορισμούς για τα a, b, c, d έτσι ώστε να πάρετε 4 οδηγούς όταν υπολογίζεται την παραγοντοποίηση $A = LU$.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών - Ευστράτιος Γαλλόπουλος 2015

“Γραμμική Άλγεβρα”, Έκδοση: 1.0, Πάτρα 2014-2015.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<https://eclass.upatras.gr/courses/CEID1097/>

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

