

Επιστημονικός Υπολογισμός Ι  
Ενότητα 4 - Μοντέλο Αριθμητικής και Σφάλματα  
Υπολογισμού

Ευστράτιος Γαλλόπουλος



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

**Άσκηση 1** — Έστω κάτω τριγωνικά  $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Να γράψετε αλγόριθμο για τον πολλαπλασιασμό  $AB$  που να εκμεταλλεύεται τη μηδενική δομή των μητρώων και να υπολογίσετε με σαφήνεια (δηλαδή όχι απλώς σαν τάξη μεγέθους) τον πιο σημαντικό όρο του κόστους σε πράξεις α.κ.υ.

**Απάντηση** — Παρακάτω δίνεται ο ζητούμενος αλγόριθμος σε απαλοιφή MATLAB:

```
C=zeros(n);
for i=1:n,
    for j=1:i,
        C(i, j)=A(i, j:i)*B(j:i, j);
    end
end
```

Στο βήμα  $i$ , για καθένα από τα  $i$  στοιχεία του μητρώου  $C$  που υπολογίζει ο αλγόριθμος, εκτελούνται  $i$  πολλαπλασιασμοί και  $i - 1$  προσθέσεις. Συνεπώς ο συνολικός αριθμός πράξεων που εκτελούνται κατά το βήμα αυτό είναι  $(2i - 1)$ . Άρα ο αλγόριθμος απαιτεί:

$$\Omega = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i (2(i-j+1) - 1) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^i (2k - 1) = \sum_{i=1}^n ((i+1)i - i) = \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

πράξεις.  $\square$

**Άσκηση 2** — Ο παρακάτω κώδικας απαλοιφή MATLAB μπορεί να τροποποιηθεί έτσι ώστε να παράγει τα επιθυμητά αποτελέσματα πολύ πιο γρήγορα. Να εξηγήσετε τι αλλαγές πρέπει να γίνουν και να γράψετε τον ταχύτερο κώδικα, χρησιμοποιώντας, αν χρειάζεται, και άλλες εντολές και συναρτήσεις της απαλοιφή MATLAB.

```
for i = 1:n
    for j = 1:n
        if ((j==i-1) | (j==i+1)), A(i,j)=-1;
        elseif (i==j), A(i,j)=2;
        else A(i,j)=0
        end
    end
end
for i= 1:n,
    u(i,1) = sin(i*pi/n);
    v(i,1)cos((n-i+1)*pi/n);
    x(i,1) = 1;
end

for k=1:s,
    x= (A+u*v') *x;
end
```

**Απάντηση** — Το πρώτο τμήμα του κώδικα κατασκευάζεται συμμετρικό μητρώο απαλοιφή Toeplitz. Πολύ ταχύτερη από την παραπάνω θα είναι η υλοποίηση :

```
A=toeplitz([2,-1,zeros(1,n-2)]);
u=sin([1:n]*pi/n)';
v=cos([n:-1:1]*pi/n)';
x=ones(n,1)=1;
```

```
for k=1:s,  
    x= A*x+u*(v'*x);  
end
```

□

## Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Ευστράτιος Γαλλόπουλος 2015, "Επιστημονικός Υπολογισμός Ι", Έκδοση: 1.0 Πάτρα 2013-2014.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/CEID1096/>

## Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Διανομή 4.0 ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο "Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων".



Ως Μη Εμπορική ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

## Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ  
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ