

*Αρχές Γλωσσών Προγραμματισμού και Μεταφραστών*

Εαρινό Εξάμηνο 2020

**Ασκήσεις**

Σύνολο 1

Πεπερασμένα Αυτόματα – Κανονικές Εκφράσεις – BNF Γραμματικές

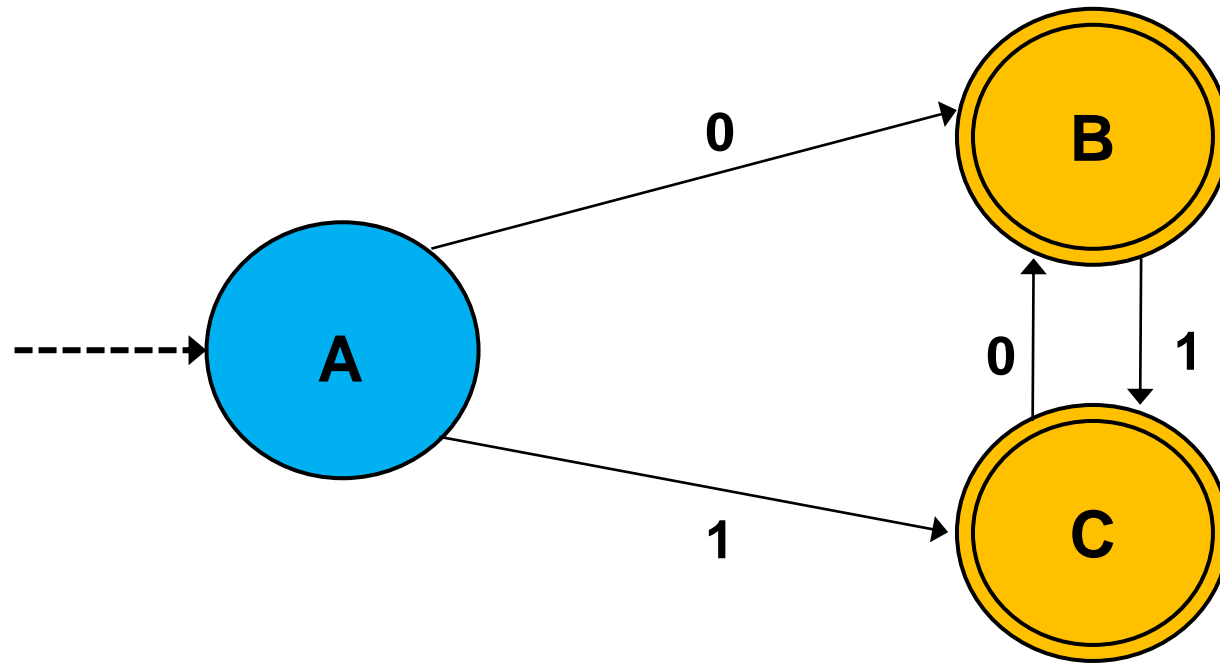
Γ. Γαροφαλάκης

## ΑΣΚΗΣΗ 1

- a) Να παρουσιάσετε το *διάγραμμα καταστάσεων – μεταβάσεων* για το ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο που αναγνωρίζει τους δυαδικούς αριθμούς οι οποίοι έχουν ένα τουλάχιστον ψηφίο και δεν έχουν δύο ίδια ψηφία συνεχόμενα. Παραδείγματα αποδεκτών λέξεων: **0, 101, 010101**.
- b) Γράψετε μια *κανονική έκφραση* που αντιστοιχεί στο παραπάνω αυτόματο.

# ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΗΣ 1

a)



b)

$0(10)^*1? \mid 1(01)^*0?$

## ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνεται η κανονική έκφραση (regular expression):

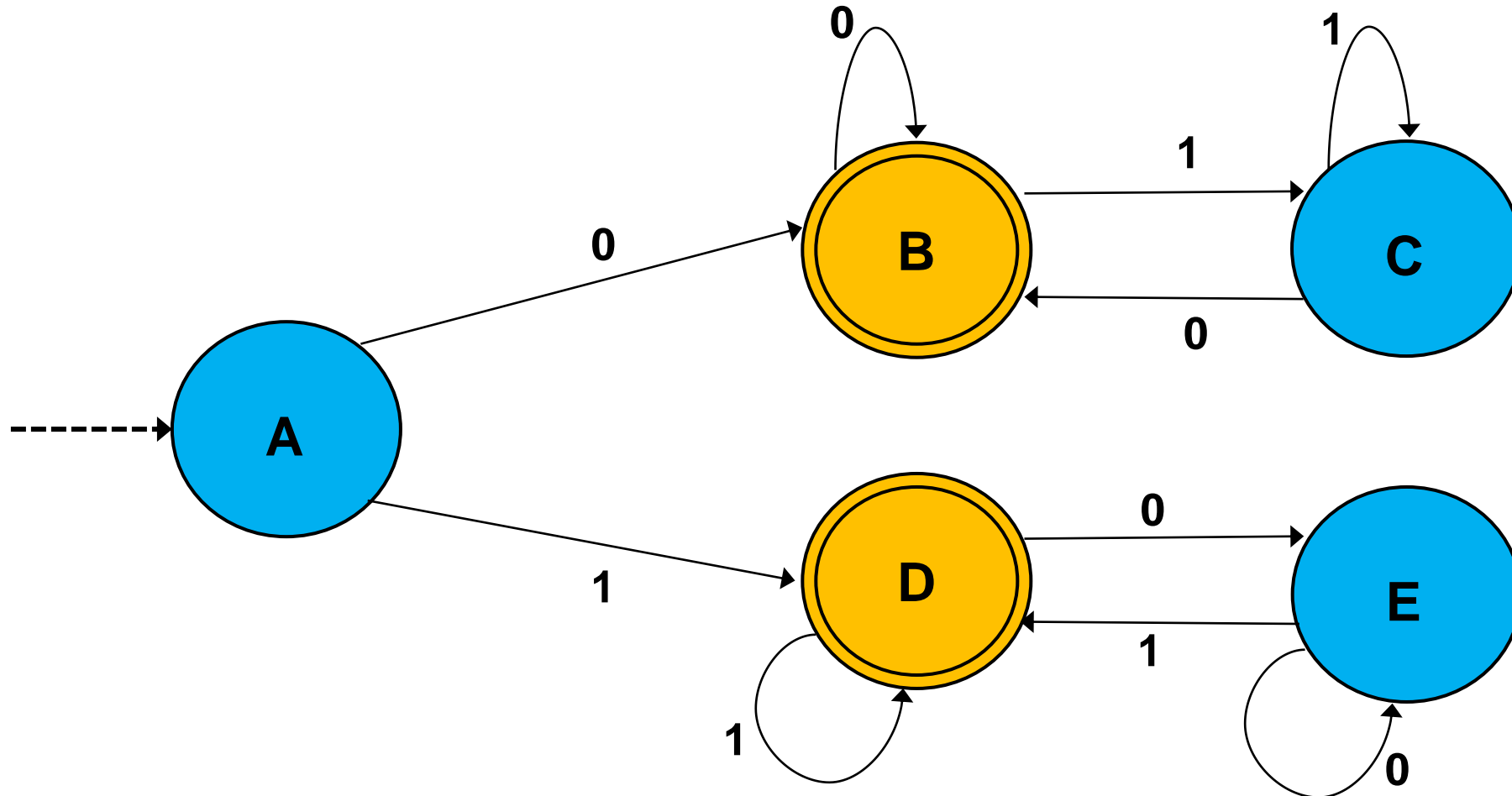
$(0((0|1)^*0)?) \mid (1((0|1)^*1)?)$  με αλφάβητο  $0 \ 1$

- a) Περιγράψτε τις λεξικές μονάδες που παράγει η κανονική έκφραση. Δώστε παραδείγματα.
- b) Παρουσιάστε το *διάγραμμα καταστάσεων – μεταβάσεων* για το ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο (Finite State Automaton) που αναγνωρίζει την παραπάνω κανονική έκφραση.

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΗΣ 2

a) Αναγνωρίζει τους δυαδικούς αριθμούς οι οποίοι έχουν ένα τουλάχιστον ψηφίο και αρχίζουν και τελειώνουν με το ίδιο ψηφίο. Παραδείγματα αποδεκτών λέξεων: **0, 101, 11, 01010110**.

b)

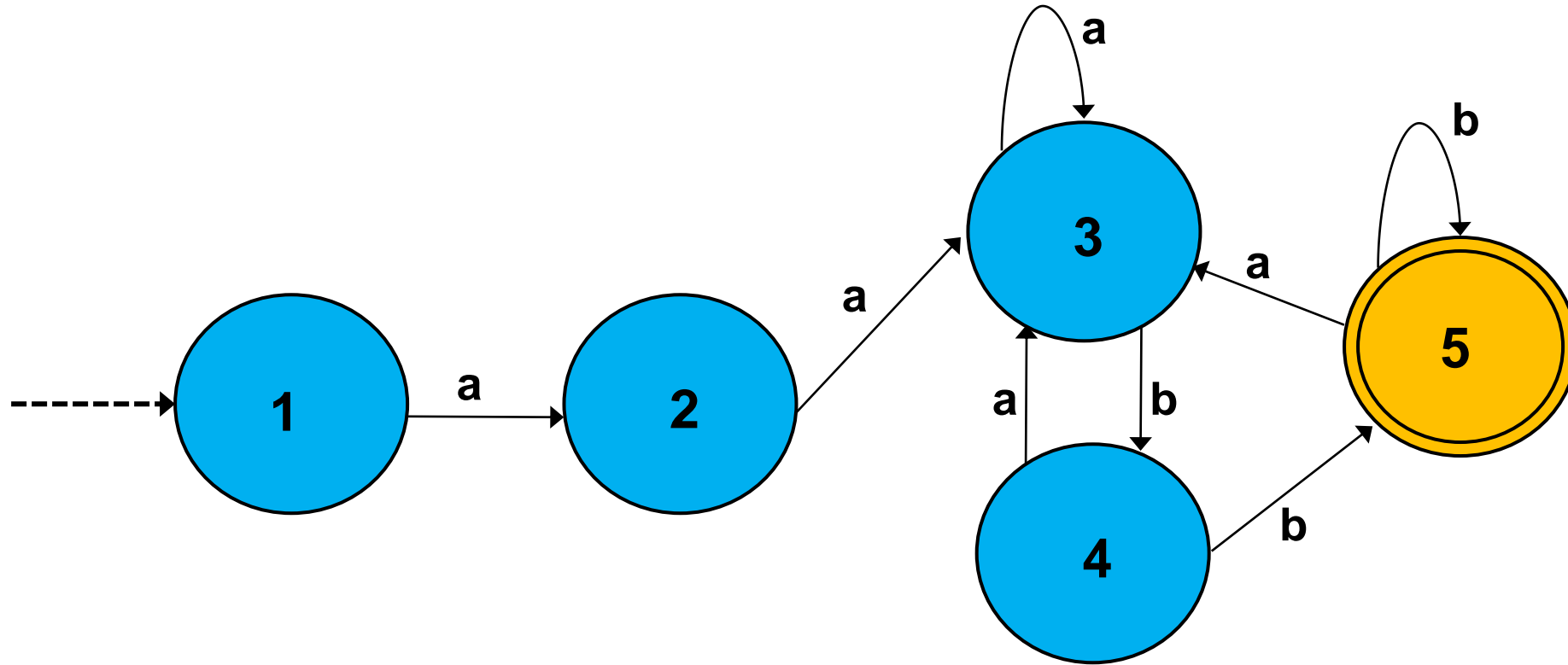


### ΑΣΚΗΣΗ 3

- a) Να παρουσιάσετε το *διάγραμμα καταστάσεων – μεταβάσεων* για το ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο που αναγνωρίζει τις λέξεις με αλφάβητο **a b** οι οποίες αρχίζουν με δύο **a** και τελειώνουν με δύο **b**. Ενδιάμεσα μπορεί να υπάρχει οποιοσδήποτε αριθμός από **a** ή/και **b** (ακόμα και μηδενικός).
- b) Γράψετε μια *κανονική έκφραση* που αντιστοιχεί στο παραπάνω αυτόματο.

# ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΗΣ 3

a)



b)

$aa(b|a)^*bb$

## ΑΣΚΗΣΗ 4

Δίνεται η παρακάτω BNF γραμματική, τμήμα της περιγραφής του συντακτικού μιας γλώσσας προγραμματισμού. Τα τερματικά σύμβολα της γραμματικής είναι τα: id = (σύμβολο εντολής ανάθεσης) + \* ( )

$$\langle S \rangle ::= \underline{id} = \langle S \rangle \mid \langle B \rangle \langle A \rangle$$
$$\langle A \rangle ::= + \langle B \rangle \langle A \rangle \mid \epsilon$$
$$\langle B \rangle ::= \langle D \rangle \langle C \rangle$$
$$\langle C \rangle ::= * \langle D \rangle \langle C \rangle \mid \epsilon$$
$$\langle D \rangle ::= (\langle S \rangle) \mid \underline{id}$$

- Τι είδους κατασκευές της γλώσσας δέχεται η παραπάνω γραμματική; Ποια ιδιομορφία της γλώσσας C είναι αποδεκτή από τη γραμματική;
- Η συμβολοσειρά  $\mathbf{N = P*(D = T)+Y}$  είναι νόμιμη με βάση την παραπάνω γραμματική; Δικαιολογήστε την απάντησή σας κατασκευάζοντας το Δέντρο Συντακτικής Ανάλυσης της συμβολοσειράς.
- Ελέγξτε, επίσης, αν η συμβολοσειρά  $\mathbf{(U+F)}$  είναι μέλος της γλώσσας, παρουσιάζοντας τη Στοιβά Ταιριάσματος – Πρόβλεψης Top-Down συντακτικής ανάλυσης.



## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΗΣ 4

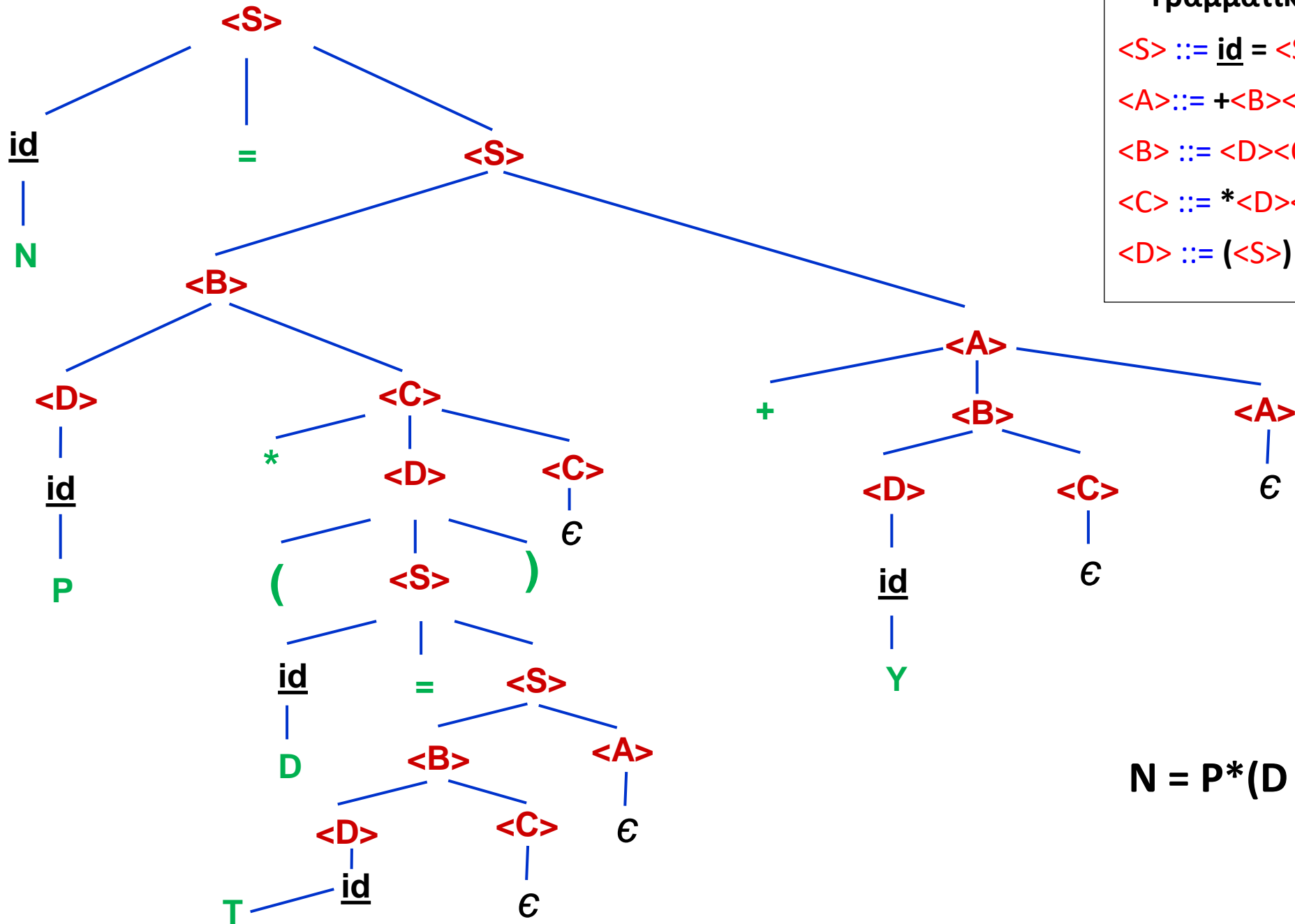
Γραμματική:

$$\langle S \rangle ::= \underline{\text{id}} = \langle S \rangle \mid \langle B \rangle \langle A \rangle$$
$$\langle A \rangle ::= + \langle B \rangle \langle A \rangle \mid \epsilon$$
$$\langle B \rangle ::= \langle D \rangle \langle C \rangle$$
$$\langle C \rangle ::= * \langle D \rangle \langle C \rangle \mid \epsilon$$
$$\langle D \rangle ::= (\langle S \rangle) \mid \underline{\text{id}}$$

a)

- Η γραμματική περιγράφει **εντολές ανάθεσης** και **εκφράσεις** της γλώσσας, με αναδρομικό τρόπο και με χρήση των τελεστών  $+$   $*$
- Μέσα στις παρενθέσεις μπορούν να είναι επίσης εκφράσεις, καθώς και εντολές ανάθεσης.
- Οι εντολές ανάθεσης αντιμετωπίζονται ως εκφράσεις που επιστρέφουν τιμή (όπως στη C).

b)



**Γραμματική:**  
 $\langle S \rangle ::= \underline{\text{id}} = \langle S \rangle \mid \langle B \rangle \langle A \rangle$   
 $\langle A \rangle ::= + \langle B \rangle \langle A \rangle \mid \epsilon$   
 $\langle B \rangle ::= \langle D \rangle \langle C \rangle$   
 $\langle C \rangle ::= * \langle D \rangle \langle C \rangle \mid \epsilon$   
 $\langle D \rangle ::= (\langle S \rangle) \mid \underline{\text{id}}$

$$N = P * (D = T) + Y$$

# Συντακτική Ανάλυση Top-Down

Χρησιμοποιείται μια *Στοίβα* και δύο *Πράξεις*:

- **Ταίριασμα συμβόλου**: Αν στην κορυφή της στοίβας βρίσκεται το *τερματικό* σύμβολο  $a$  και το τρέχον σύμβολο του string εισόδου είναι επίσης  $a$ , τότε το  $a$  αφαιρείται από τη στοίβα και διαβάζεται το επόμενο σύμβολο του string εισόδου.
- **Πρόβλεψη**: Αν στην κορυφή της στοίβας βρίσκεται το *μη-τερματικό* σύμβολο  $\langle A \rangle$ , το αντικαθιστούμε με το δεξιό μέρος κάποιου κανόνα ορισμού του  $\langle A \rangle$ , με τα σύμβολα σε αντίθετη σειρά.

*Αν καμία από τις δύο πράξεις δεν μπορεί να εφαρμοστεί, τότε υπάρχει συντακτικό σφάλμα.*

c)

(U+F)

Γραμματική:

 $\langle S \rangle ::= \underline{\text{id}} = \langle S \rangle \mid \langle B \rangle \langle A \rangle$  $\langle A \rangle ::= + \langle B \rangle \langle A \rangle \mid \epsilon$  $\langle B \rangle ::= \langle D \rangle \langle C \rangle$  $\langle C \rangle ::= * \langle D \rangle \langle C \rangle \mid \epsilon$  $\langle D \rangle ::= (\langle S \rangle) \mid \underline{\text{id}}$ 

Βήμα	Στοιίβα	Είσοδος	Πράξη
0	$\langle S \rangle$	(U+F) EOF	Πρόβλεψη $\langle S \rangle ::= \langle B \rangle \langle A \rangle$
1	$\langle A \rangle \langle B \rangle$	(U+F) EOF	Πρόβλεψη $\langle B \rangle ::= \langle D \rangle \langle C \rangle$
2	$\langle A \rangle \langle C \rangle \langle D \rangle$	(U+F) EOF	Πρόβλεψη $\langle D \rangle ::= (\langle S \rangle)$
3	$\langle A \rangle \langle C \rangle \rangle \langle S \rangle ($	(U+F) EOF	Ταίριασμα συμβόλου (
4	$\langle A \rangle \langle C \rangle \rangle \langle S \rangle$	U+F) EOF	Πρόβλεψη $\langle S \rangle ::= \langle B \rangle \langle A \rangle$
5	$\langle A \rangle \langle C \rangle \rangle \langle A \rangle \langle B \rangle$	U+F) EOF	Πρόβλεψη $\langle B \rangle ::= \langle D \rangle \langle C \rangle$
6	$\langle A \rangle \langle C \rangle \rangle \langle A \rangle \langle C \rangle \langle D \rangle$	U+F) EOF	Πρόβλεψη $\langle D \rangle ::= \underline{\text{id}}$
7	$\langle A \rangle \langle C \rangle \rangle \langle A \rangle \langle C \rangle \underline{\text{id}}$	U+F) EOF	Ταίριασμα $\underline{\text{id}} = \text{U}$
8	$\langle A \rangle \langle C \rangle \rangle \langle A \rangle \langle C \rangle$	+F) EOF	Πρόβλεψη $\langle C \rangle ::= \epsilon$
9	$\langle A \rangle \langle C \rangle \rangle \langle A \rangle$	+F) EOF	Πρόβλεψη $\langle A \rangle ::= + \langle B \rangle \langle A \rangle$
10	$\langle A \rangle \langle C \rangle \rangle \langle A \rangle \langle B \rangle +$	+F) EOF	Ταίριασμα συμβόλου +

(U+F)

Γραμματική:

$\langle S \rangle ::= \underline{id} = \langle S \rangle \mid \langle B \rangle \langle A \rangle$

$\langle A \rangle ::= + \langle B \rangle \langle A \rangle \mid \epsilon$

$\langle B \rangle ::= \langle D \rangle \langle C \rangle$

$\langle C \rangle ::= * \langle D \rangle \langle C \rangle \mid \epsilon$

$\langle D \rangle ::= (\langle S \rangle) \mid \underline{id}$

Βήμα	Στοιίβα	Είσοδος	Πράξη
11	$\langle A \rangle \langle C \rangle ) \langle A \rangle \langle B \rangle$	F) EOF	Πρόβλεψη $\langle B \rangle ::= \langle D \rangle \langle C \rangle$
12	$\langle A \rangle \langle C \rangle ) \langle A \rangle \langle C \rangle \langle D \rangle$	F) EOF	Πρόβλεψη $\langle D \rangle ::= \underline{id}$
13	$\langle A \rangle \langle C \rangle ) \langle A \rangle \langle C \rangle \underline{id}$	F) EOF	Ταίριασμα $\underline{id} = F$
14	$\langle A \rangle \langle C \rangle ) \langle A \rangle \langle C \rangle$	) EOF	Πρόβλεψη $\langle C \rangle ::= \epsilon$
15	$\langle A \rangle \langle C \rangle ) \langle A \rangle$	) EOF	Πρόβλεψη $\langle A \rangle ::= \epsilon$
16	$\langle A \rangle \langle C \rangle )$	) EOF	Ταίριασμα συμβόλου )
17	$\langle A \rangle \langle C \rangle$	EOF	Πρόβλεψη $\langle C \rangle ::= \epsilon$
18	$\langle A \rangle$	EOF	Πρόβλεψη $\langle A \rangle ::= \epsilon$
19	$\epsilon$	EOF	Αναγνώριση 😊

## ΑΣΚΗΣΗ 5

Δίνεται η παρακάτω *BNF* γραμματική, με τερματικά σύμβολα τα:  $( ) , w x y z$

$$\langle A \rangle ::= (\langle B \rangle)$$
$$\langle B \rangle ::= \langle C \rangle \mid \langle B \rangle , \langle C \rangle$$
$$\langle C \rangle ::= \langle A \rangle \mid \langle D \rangle$$
$$\langle D \rangle ::= w \mid x \mid y \mid z$$

- Τι είδους συμβολοσειρές περιγράφει η παραπάνω γραμματική; Περιγράψτε μερικά βασικά χαρακτηριστικά των συμβολοσειρών αυτών, παρουσιάζοντας και παραδείγματα.
- Ελέγξτε αν η συμβολοσειρά  $((w,x),y)$  είναι μέλος της γλώσσας που υποστηρίζει η γραμματική, παρουσιάζοντας τη *Στοίβα Ολίσθησης – Ελάττωσης Bottom-Up* συντακτικής ανάλυσης.
- Είναι η γραμματική  $LL(1)$ ; Αιτιολογήστε την απάντησή σας. Αν η γραμματική δεν είναι  $LL(1)$ , κάνετε τους αναγκαίους μετασχηματισμούς και παρουσιάστε την ισοδύναμη  $LL(1)$  γραμματική.

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΗΣ 5

a)

- Είναι strings με ιεραρχικά τοποθετημένα ζευγάρια παρενθέσεων ().
- Ουσιαστικά είναι ένα ζευγάρι παρενθέσεων που μπορεί να περιέχει άλλα ζευγάρια, τα οποία με τη σειρά τους μπορεί να περιέχουν άλλα κ.ο.κ.
- Το περιεχόμενο των ζευγαριών είναι άλλα ζευγάρια ή/και τα γράμματα **w**, **x**, **y**, **z** χωρισμένα με **,** (αν είναι περισσότερα από ένα γράμματα/ζευγάρια).

- **Παραδείγματα:**

- **(x)** ελάχιστο string
- **((z))**
- **((w,x),y)**
- **((w,x,y,z))**
- **((w,(w,w)),(y,y))**
- ...

### Γραμματική:

**<A> ::= (<B>)**

**<B> ::= <C> | <B>,<C>**

**<C> ::= <A> | <D>**

**<D> ::= w | x | y | z**

# Συντακτική Ανάλυση Bottom-Up

Συντακτικοί Αναλυτές **ολίσθησης-ελάττωσης** (shift-reduce parsers).

Χρησιμοποιούν μια *Στοίβα* και δύο *Πράξεις*:

- **Ολίσθηση** (shift): Αφαιρεί ένα σύμβολο από την αρχή του string και το βάζει στην κορυφή της στοίβας.
- **Ελάττωση** (reduce): Όταν στην κορυφή της στοίβας υπάρχει το δεξί μέλος παραγωγής. Αφαιρούνται αυτά τα σύμβολα από τη στοίβα και αντικαθίστανται από το αριστερό μέλος.



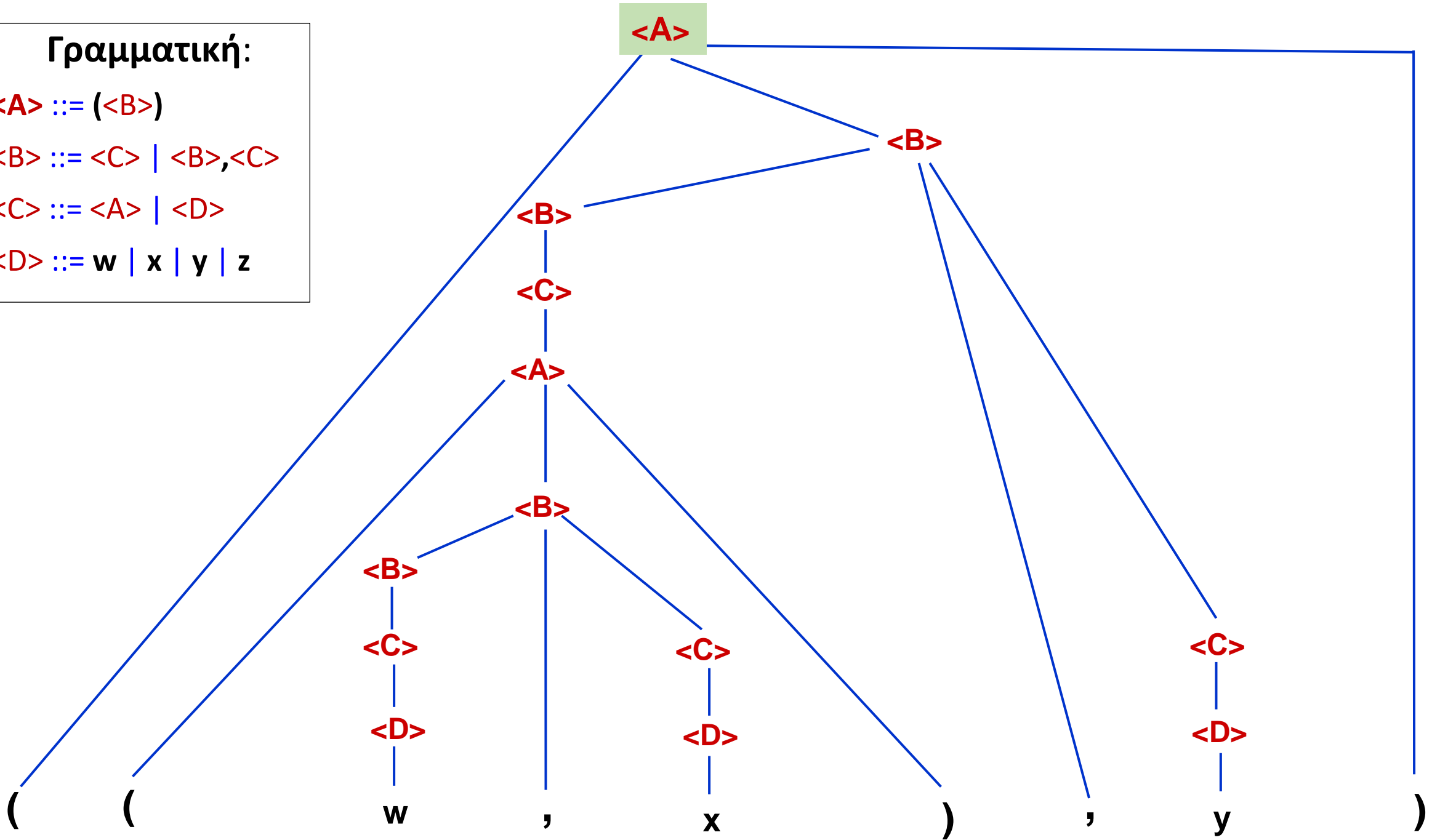
# Γραμματική:

$\langle A \rangle ::= (\langle B \rangle)$

$\langle B \rangle ::= \langle C \rangle \mid \langle B \rangle, \langle C \rangle$

$\langle C \rangle ::= \langle A \rangle \mid \langle D \rangle$

$\langle D \rangle ::= w \mid x \mid y \mid z$



b)

 $((w,x),y)$ 

Γραμματική:

 $\langle A \rangle ::= (\langle B \rangle)$  $\langle B \rangle ::= \langle C \rangle \mid \langle B \rangle, \langle C \rangle$  $\langle C \rangle ::= \langle A \rangle \mid \langle D \rangle$  $\langle D \rangle ::= w \mid x \mid y \mid z$ 

Βήμα	Στοιίβα	Είσοδος	Πράξη
0	$\epsilon$	$((w,x),y)$ EOF	Ολίσθηση
1	(	$(w,x),y)$ EOF	Ολίσθηση
2	((	$w,x),y)$ EOF	Ολίσθηση
3	((w	$,x),y)$ EOF	Ελάττωση $\langle D \rangle ::= w$
4	(( $\langle D \rangle$	$,x),y)$ EOF	Ελάττωση $\langle C \rangle ::= \langle D \rangle$
5	(( $\langle C \rangle$	$,x),y)$ EOF	Ελάττωση $\langle B \rangle ::= \langle C \rangle$
6	(( $\langle B \rangle$	$,x),y)$ EOF	Ολίσθηση
7	(( $\langle B \rangle,$	$x),y)$ EOF	Ολίσθηση
8	(( $\langle B \rangle,x$	$),y)$ EOF	Ελάττωση $\langle D \rangle ::= x$
9	(( $\langle B \rangle,\langle D \rangle$	$),y)$ EOF	Ελάττωση $\langle C \rangle ::= \langle D \rangle$
10	(( $\langle B \rangle,\langle C \rangle$	$),y)$ EOF	Ελάττωση $\langle B \rangle ::= \langle B \rangle, \langle C \rangle$

$((w,x),y)$  $\langle A \rangle ::= (\langle B \rangle)$  $\langle B \rangle ::= \langle C \rangle \mid \langle B \rangle, \langle C \rangle$  $\langle C \rangle ::= \langle A \rangle \mid \langle D \rangle$  $\langle D \rangle ::= w \mid x \mid y \mid z$ 

Βήμα	Στοιβά	Είσοδος	Πράξη
11	$((\langle B \rangle$	$),y)$ EOF	Ολίσθηση
12	$((\langle B \rangle)$	$,y)$ EOF	Ελάττωση $\langle A \rangle ::= (\langle B \rangle)$
13	$(\langle A \rangle$	$,y)$ EOF	Ελάττωση $\langle C \rangle ::= \langle A \rangle$
14	$(\langle C \rangle$	$,y)$ EOF	Ελάττωση $\langle B \rangle ::= \langle C \rangle$
15	$(\langle B \rangle$	$,y)$ EOF	Ολίσθηση
16	$(\langle B \rangle,$	$y)$ EOF	Ολίσθηση
17	$(\langle B \rangle,y$	$)$ EOF	Ελάττωση $\langle D \rangle ::= y$
18	$(\langle B \rangle,\langle D \rangle$	$)$ EOF	Ελάττωση $\langle C \rangle ::= \langle D \rangle$
19	$(\langle B \rangle,\langle C \rangle$	$)$ EOF	Ελάττωση $\langle B \rangle ::= \langle B \rangle, \langle C \rangle$
20	$(\langle B \rangle$	$)$ EOF	Ολίσθηση
21	$(\langle B \rangle)$	EOF	Ελάττωση $\langle A \rangle ::= (\langle B \rangle)$
22	$\langle A \rangle$	EOF	<b>Αναγνώριση</b> 😊

c)

- Η γραμματική **δεν** είναι LL(1) διότι υπάρχει άμεση αριστερή αναδρομή στο 2<sup>ο</sup> κανόνα:  $\langle B \rangle ::= \langle C \rangle \mid \langle B \rangle, \langle C \rangle$

- Θα εφαρμόσουμε «Απαλοιφή Αριστερής Αναδρομής» στον παραπάνω κανόνα:

$$\langle B \rangle ::= \langle C \rangle \mid \langle B \rangle, \langle C \rangle \quad \longleftrightarrow \quad \begin{array}{l} \langle B \rangle ::= \langle C \rangle \langle E \rangle \\ \langle E \rangle ::= , \langle C \rangle \langle E \rangle \mid \epsilon \end{array}$$

- Οπότε, έχουμε πλέον την παρακάτω ισοδύναμη LL(1) γραμματική:

$$\begin{array}{l} \langle A \rangle ::= (\langle B \rangle) \\ \langle B \rangle ::= \langle C \rangle \langle E \rangle \\ \langle E \rangle ::= , \langle C \rangle \langle E \rangle \mid \epsilon \\ \langle C \rangle ::= \langle A \rangle \mid \langle D \rangle \\ \langle D \rangle ::= w \mid x \mid y \mid z \end{array}$$

Απαλοιφή Αριστερής Αναδρομής

$$A \rightarrow A\alpha_1 \mid \dots \mid A\alpha_n \mid \beta_1 \mid \dots \mid \beta_m$$



$$A \rightarrow \beta_1 B \mid \dots \mid \beta_m B$$

$$B \rightarrow \alpha_1 B \mid \dots \mid \alpha_n B \mid \epsilon$$