ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά μαθήματα ΠΠ

Εισαγωγή στους Αλγορίθμους

Φροντιστήριο 1

Διδάσκων
Χρήστος Ζαρολιάγκης
Καθηγητής
Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής
Πανεπιστήμιο Πατρών
Email: zaro@ceid.upatras.gr

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.

- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.

- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.

- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Μέθοδοι Επίλυσης Αναδρομικών Σχέσεων

Βασικό Θεώρημα Αναδρομών

Έστω

$$a, b \in \mathbb{R}^+,\ b > 1,\ \gamma, \delta \in \mathbb{R}_0^+,\ g : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+,\ g(n) = O(n^\gamma \log_b^\delta n),$$

$$T(n) = \begin{cases} g(1) & , n = 1 \\ aT(n/b) + g(n) & , n > 1 \end{cases}$$

Τότε,

$$T(n) = \begin{cases} O(n^{\log_b a} \log_b^\delta n) & , a > b^\gamma \\ O(n^\gamma \log_b^{\delta+1} n) & , a = b^\gamma \\ O(n^\gamma \log_b^\delta n) & , a < b^\gamma,\ \ \gamma > 0 \vee \delta \geq 1 \\ O(\log_b n) & , a < 1,\ \ \gamma = 0 \wedge \delta < 1 \end{cases}$$

για $\quad n = b^k$

Άσκηση 1:

Να δοθεί ο κλειστός τύπος, σε ασυμπτωτικό συμβολισμό, της αναδρομικής σχέσης $T(n) = 2T(n/2) + n$, εφαρμόζοντας το Βασικό Θεώρημα.

Άσκηση 2:

Να δοθεί ο κλειστός τύπος, σε ασυμπτωτικό συμβολισμό, της αναδρομικής σχέσης $T(n) = 2T(n/2) + 1$, εφαρμόζοντας το Βασικό Θεώρημα.

Άσκηση 3:

Να δοθεί ο κλειστός τύπος, σε ασυμπτωτικό συμβολισμό, της αναδρομικής σχέσης $T(n) = 2T(\sqrt{n}) + \log n$, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο αλλαγής μεταβλητών και το αποτέλεσμα της Άσκησης 1.

Άσκηση 4:

Να δοθεί ο κλειστός τύπος, σε ασυμπτωτικό συμβολισμό, της αναδρομικής σχέσης $T(n) = 1/2T(4n/5) + \sqrt{\log n}$, εφαρμόζοντας το Βασικό Θεώρημα.

Άσκηση 5:

Να δοθεί ο κλειστός τύπος, σε ασυμπτωτικό συμβολισμό, της αναδρομικής σχέσης $T(n) = 2T(n/2) + n^2$, εφαρμόζοντας το Βασικό Θεώρημα.

Άσκηση 6:

Να δοθεί ο κλειστός τύπος, σε ασυμπτωτικό συμβολισμό, της αναδρομικής σχέσης $T(n) = 2T(n/2) + n$, εφαρμόζοντας τη Μέθοδο Αντικατάστασης (ή σωστής πρόβλεψης).

Άσκηση 7:

Έστω ότι ένας αλγόριθμος *A* «Διαίρει και Βασίλευε» επιλύει ένα πρόβλημα Π μεγέθους n διασπώντας το σε οκτώ υποπροβλήματα μεγέθους n/8 και στη συνέχεια συνδυάζει τις λύσεις των υποπροβλημάτων σε χρόνο n.

(i) Να βρείτε την αναδρομική σχέση πού διέπει το χρόνο εκτέλεσης T(n) του αλγορίθμου *A*, και με εφαρμογή τού Βασικού Θεωρήματος των αναδρομών να βρεθεί ο κλειστός τύπος της αναδρομής σε ασυμπτωτικό συμβολισμό.

(ii) Χρησιμοποιώντας την απάντηση του (i) σαν πρόβλεψη να αποδείξετε τον κλειστό τύπο με τη μέθοδο της αντικατάστασης ή σωστής πρόβλεψης προσδιορίζοντας επακριβώς τις σταθερές. Μπορείτε να υποθέσετε ότι $T(x) = 1, x < 1$.

Σύγκριση Ρυθμού Αύξησης

Σύγκριση Ρυθμού Αύξησης

Άσκηση 8:

Ταξινομήστε την παρακάτω λίστα συναρτήσεων σε αύξουσα σειρά ως προς το ρυθμό αύξησης.

- $f_1(n) = n^{2,5}$
- $f_2(n) = (2n)^{1/2}$
- $f_3(n) = n + 10$
- $f_4(n) = 10^n$
- $f_5(n) = 100^n$
- $f_6(n) = n^2 \log n$

Τέλος Φροντιστηρίου

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Χρήστος Ζαρολιάγκης, 2014. «Εισαγωγή στους Αλγορίθμους». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

https://eclass.upatras.gr/courses/CEID1083

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.