



Εισαγωγή στους Αλγορίθμους

Ενότητα 1η

Διδάσκων
Χρήστος Ζαρολιάγκης
Καθηγητής
Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής
Πανεπιστήμιο Πατρών
Email: zaro@ceid.upatras.gr



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «**Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση**» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Σκοποί ενότητας

- Εισαγωγή στους αλγορίθμους
- Ανάλυση πολυπλοκότητας αλγορίθμων

Περιεχόμενα ενότητας

- Διαδικαστικά Μαθήματος
- Τι είναι Αλγόριθμος ;
- Βασικά Στοιχεία Ανάλυσης Αλγορίθμων

Διαδικαστικά Μαθήματος

- Διδασκαλία/Φροντιστήρια Τρίτη 11-13 & Τετάρτη 11-13, Β4
- Επικουρικό Έργο
Μεταπτυχιακοί Συνεργάτες
Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής
- Ιστοσελίδα Μαθήματος
<http://www.ceid.upatras.gr/webpages/faculty/zaro/teaching/intro-alg/>

Διαδικαστικά Μαθήματος

▪ Εξετάσεις (γραπτές)

• Εξέταση Προόδου

- όταν θα έχει καλυφθεί $> \frac{1}{2}$ της ύλης
- (η ημερομηνία θα ανακοινωθεί έγκαιρα)

• Τελική Εξέταση: περίοδος Ιαν. & Ιουν/Σεπ. (επαναληπτικές)

- Χρήση χειρόγραφου φύλλου A4 (2 σελ.) με ότι πληροφορία επιθυμείτε

▪ Βαθμολογία

$$\text{Τελικός Βαθμός} = \max\{\text{BTE}, 0.4 \times \text{BETP} + 0.6 \times \text{BTE}\}$$

BTE = Βαθμός Τελικής Εξέτασης

BETP = Βαθμός Εξέτασης Προόδου

Στόχος Μαθήματος

- Εισαγωγή σε θεμελιώδεις αλγοριθμικές έννοιες και τεχνικές
- Αλληγορία & Μήνυμα

Έστω ότι θέλετε να γίνετε γλύπτης.
Χρειάζεστε **εκμάθηση βασικών τεχνικών**:
εύρεση σωστών υλικών (μάρμαρα, πέτρες, κλπ),
μετακίνηση υλικών, ανέγερση σκαλωσιάς, ...



Εικόνα 1



Εικόνα 2

- Η γνώση αυτών των τεχνικών δεν θα σας κάνει διάσημο καλλιτέχνη, αλλά ακόμη και αν έχετε ένα πραγματικά εξαιρετικό ταλέντο θα είναι πολύ δύσκολο να γίνετε επιτυχημένος καλλιτέχνης, χωρίς να τις γνωρίζετε.
- Δεν είναι αναγκαίο να κατέχετε τέλεια όλες τις βασικές τεχνικές πριν φτιάξετε το πρώτο σας γλυπτό. Αλλά πρέπει πάντοτε να είστε πρόθυμοι να επιστρέψετε στις βασικές σας τεχνικές προκειμένου να τις βελτιώσετε.

Τι είναι Αλγόριθμος ;

Αλγόριθμος - Ορισμός

- [webster.com] Μια διαδικασία για την επίλυση ενός μαθηματικού προβλήματος (όπως η εύρεση του μέγιστου κοινού διαιρέτη) σε ένα πεπερασμένο αριθμό βημάτων που συχνά περιέχει την επανάληψη μιας πράξης.
- [Knuth] Ένας αλγόριθμος είναι μια πεπερασμένη, συγκεκριμένη, αποτελεσματική διαδικασία, με μια είσοδο και κάποια έξοδο.

Τι είναι Αλγόριθμος :



Οι σπουδαίοι αλγόριθμοι είναι η ποίηση του υπολογισμού. Όπως μια στροφή ενός ποιήματος, μπορεί να είναι λακωνικοί, υπαινικτικοί, πυκνοί, ακόμα και μυστηριώδεις. Όταν όμως ξεκλειδωθούν, ρίχνουν ένα λαμπρό φως σε κάποια διάσταση του υπολογισμού. *-Francis Sullivan*

Αλγόριθμοι

- Συσκευές Πλοήγησης Αυτοκινήτων
- Εύρεση Βέλτιστων Διαδρομών



Εικόνα 3

- Συστάσεις για αγορές μέσω διαδικτύου



Εικόνα 4

- 70% των συναλλαγών πραγματοποιούνται μέσω ευφυών αλγορίθμων
- 6.5.2010 @ 14:45: 30-λεπτο κραχ από πώληση 75.000 μετοχών αξίας £2.6M σε μόλις 20 λεπτά, μέσω χρηματιστηριακού λογισμικού βασισμένου σε έναν νέο αλγόριθμο



Εικόνα 5

2 Κομβικά Σημεία στην Εξέλιξη της Ανθρωπότητας



Εικόνα 6

Τυπογραφία (Mainz, **1448**): εκτύπωση βιβλίων με μεταλλικά στοιχεία από τον Johannes Gutenberg (1398 - 1468)



Εικόνα 7

Αλγόριθμοι (βασικές αριθμητικές μέθοδοι), από τον *Abu 'Abd Allah Muhammad ibn Musa Al-Khwarizmi* (~**820 μΧ**), βασισμένες στο δεκαδικό θεσιακό σύστημα (Ινδία ~600 μΧ)

Al-Khwarizmi (780 - 835/850 μΧ): Πέρσης μαθηματικός και αστρονόμος. Έγραψε το *Kitab al-jabr wa'l-muqabala* (άλγεβρα Λυκείου)



Εικόνα 8

Kitab: μεταφράστηκε στα λατινικά (12^ο μΧ αιώνα) και το περιεχόμενό του διαδόθηκε στη Δύση από τον Leonardo Fibonacci (1170 - 1250)

Ετυμολογία

- *Αλγορισμός* = διαδικασία εκτέλεσης αριθμητικής χρησιμοποιώντας δεκαδικούς (αραβικούς) αριθμούς
- **Λάθος αντίληψη!** Αλγόριθμος \neq άλγος/αλγεινός [επίπονος] + αριθμός
- **Πραγματική προέλευση:** παραφθορά του ονόματος του *Abu 'Abd Allah Muhammad ibn Musa Al-Khwarizmi* (780 - 835/850 μΧ).



Εικόνα 7

Σχεδιασμός & Ανάλυση Αλγορίθμων

Ιδέα γνωστή από την αρχαιότητα
π.χ. αλγόριθμος Ευκλείδη για εύρεση ΜΚΔ

Ευκλείδης ο Αλεξανδρινός
(325 - 265 π.Χ.)



Εικόνα 9

Σχεδιασμός & Ανάλυση Αλγορίθμων

- Ιδέα παλιά ...
- ... αλλά συστηματική μελέτη και ανάλυση μετά το 1970
- Απαιτεί: **κριτική μαθηματική σκέψη και επίλυση προβλημάτων**

Εφαρμογές

Αλγόριθμοι: βρίσκονται στην «καρδιά» κάθε υπολογιστικής διαδικασίας

- Δίκτυα (επικοινωνιών, μεταφορών, κλπ)
- Διαδίκτυο και Παγκόσμιος Ιστός
- Επιχειρησιακή έρευνα
- Τεχνητή νοημοσύνη
- Υπολογιστική βιολογία
- Κρυφή μνήμη
- Μεταγλωττιστές
- Βάσεις δεδομένων
- Δρομολόγηση
- Ανάλυση δεδομένων (κοινωνική δικτύωση)
- Επεξεργασία σημάτων
- Γραφικά υπολογιστών
- Επιστημονικός υπολογισμός
- . . .

Εστιάζουμε σε αλγόριθμους και τεχνικές που είναι **χρήσιμοι στην πράξη**

Ύλη

- Βασικά στοιχεία σχεδιασμού & ανάλυσης αλγορίθμων
- Αποδοτικότητα, ασυμπτωτικός συμβολισμός, ορθότητα
- Βασικές δομές δεδομένων (λίστα, πίνακας, ουρά προτεραιότητας)
- Ταξινόμηση στοιχείων
- Μέθοδος «Διαίρει και Βασίλευε»
- Γραφήματα και αλγόριθμοι γραφημάτων
 - Διάτρεξη γραφημάτων
 - Συνεκτικότητα
 - Τοπολογική διάταξη
- Μέθοδοι απληστείας και δυναμικού προγραμματισμού
 - Ελάχιστα γεννητικά δένδρα
 - Συντομότερες διαδρομές
 - Ροή δικτύου
- Επιλεγμένα θέματα

Σχεδιασμός & Ανάλυση Αλγορίθμων

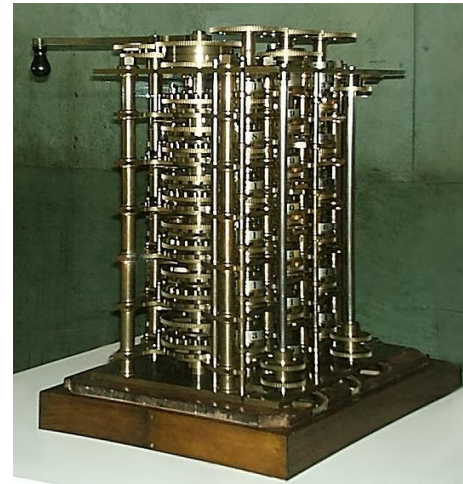
Όταν υπάρξει μια Αναλυτική Μηχανή, τότε απαραίτητα θα οδηγήσει την μελλοντική πορεία της επιστήμης. Όταν θα αναζητείται ένα αποτέλεσμα με την βοήθειά της, θα προκύπτει το παρακάτω ερώτημα:
Με ποιά τρόπο υπολογισμού μπορεί η μηχανή να φτάσει σε αυτά τα αποτελέσματα στον ελάχιστο χρόνο; - Charles Babbage (1864)

Charles Babbage
(1791 - 1871)



Εικόνα 10

Αναλυτική Μηχανή



Εικόνα 11

Βασικά Στοιχεία Ανάλυσης Αλγορίθμων

- Αποδοτικότητα
- Προσεγγίσεις Ανάλυσης
- Πολυπλοκότητα

Αποδοτικότητα

- **Επιθυμία:** εύρεση του πιο «αποδοτικού» αλγορίθμου
- Πώς μετράμε την αποδοτικότητα ;
- **Κλιμάκωση:** πώς μεταβάλλεται η συμπεριφορά του αλγορίθμου σε διαφορετικά μεγέθη (εισόδου) του προβλήματος ;
 - Π.χ. αναμένουμε μεγαλύτερη (υπολογιστική) προσπάθεια για μια ταξινόμηση 1.000.000 στοιχείων από ότι για μια ταξινόμηση 10.000 στοιχείων

Αποδοτικότητα

1^η προσέγγιση (εμπειρική):

προγραμματισμός αλγορίθμου και εξαγωγή συμπερασμάτων μέσω πειραμάτων

- **Ανομοιογενής** - εξαρτάται από πολλούς υποκειμενικούς παράγοντες
- Καμία γνώση για την **κλιμάκωση** (συμπεριφορά αλγορίθμου σε μεγαλύτερα μεγέθη εισόδου)

Αποδοτικότητα

Ανάλυση Αλγορίθμων:

Πρόβλεψη απαιτούμενων **πόρων** σαν συνάρτηση του μεγέθους της εισόδου

- **Πόροι:** χρόνος, χώρος (στη μνήμη), επεξεργαστές, μηνύματα επικοινωνίας, ...
- **Ανάλυση:** απαιτεί **μοντέλο αξιολόγησης** της **πολυπλοκότητας** ενός αλγορίθμου
- **Χρονική πολυπλοκότητα** (ή χρόνος εκτέλεσης): αριθμός στοιχειωδών λειτουργιών που εκτελούνται από τον αλγόριθμο σαν συνάρτηση του μεγέθους της εισόδου

Αποδοτικότητα

2^η προσέγγιση (πολυπλοκότητα χειρότερης περίπτωσης):
Άνω όριο στον χρόνο εκτέλεσης για κάθε στιγμιότυπο εισόδου

- Ομοιογενής - αποτυπώνει αρκετά καλά την αποδοτικότητα στην πράξη και προσφέρει πληροφορία κλιμάκωσης
- Δρακόντειο μέτρο, αλλά δεν υπάρχει αποτελεσματική εναλλακτική λύση

Αποδοτικότητα

3^η προσέγγιση (πολυπλοκότητα μέσης περίπτωσης):

Μέσος (αναμενόμενος) χρόνος εκτέλεσης σε «τυχαία» στιγμιότυπα εισόδου μιας πιθανοτικής κατανομής

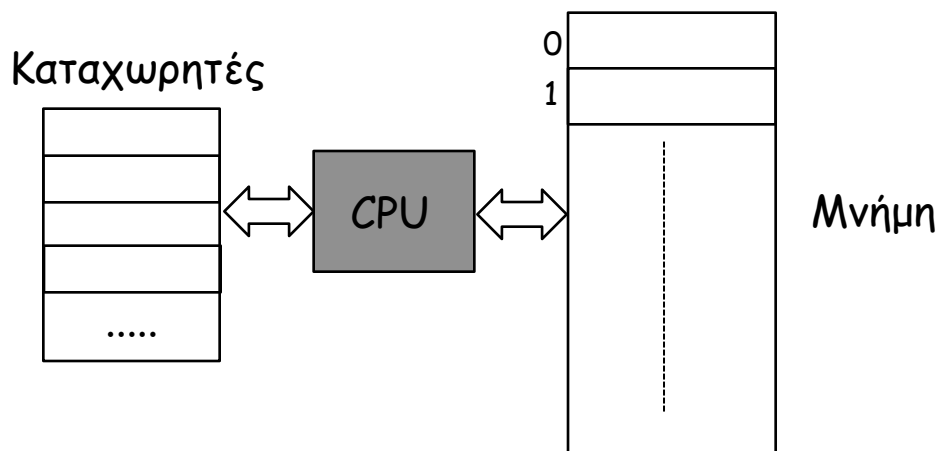
- Δύσκολο/αδύνατο να οριστούν πραγματικά στιγμιότυπα από τυχαίες κατανομές
- **Ανομοιογενής** - βέλτιστος αλγόριθμος για μια κατανομή μπορεί να έχει τελείως διαφορετική συμπεριφορά σε άλλη κατανομή

Αποδοτικότητα

Επικεντρωνόμαστε στην ανάλυση πολυπλοκότητας χειρότερης περίπτωσης

Μοντέλο RAM

(Μηχανή Τυχαίας Προσπέλασης - Random Access Machine)



John von Neumann
(1903-1957)



Εικόνα 12

- Εντολές μηχανής (load/store, αριθμητικές, λογικές, συγκρίσεις, jump, ...)
- Λέξη μνήμης w bit: 2^w στοιχεία
- Μέγεθος εισόδου n πρέπει να μπορεί να αναπαρασταθεί
δηλ. $n = 2^w \rightarrow w = \log_2 n \equiv \log n$ bit
- Τιμή στοιχείου εισόδου N χρειάζεται $\log N$ bit για να αναπαρασταθεί
Υπόθεση: $N = n^c = 2^w$ (c μια σταθερά), τότε $w = c \cdot \log n$, δηλ. χρειάζεται
ένας σταθερός αριθμός λέξεων μνήμης των $\log n$ bit

Μοντέλο RAM

(Μηχανή Τυχαίας Προσπέλασης - Random Access Machine)

- Στιγμιότυπο εισόδου μεγέθους n στοιχείων, με μέγιστη τιμή στοιχείου N
- Στοιχειώδες υπολογιστικό βήμα:
 - 1 μονάδα χρόνου για κάθε βασική λειτουργία (π.χ., αριθμητική πράξη, λογική πράξη, σύγκριση, καταχώρηση, κλπ)
 - 1 μονάδα χρόνου για προσπέλαση (ανάγνωση/εγγραφή) ενός σταθερού αριθμού λέξεων μνήμης των $\log n$ (ή $\log N$) bit
- Επιθυμία κλιμάκωσης \rightarrow
 - Χρονική πολυπλοκότητα = $f(n)$ [ή $f(n, \log N)$]
 - Χωρική πολυπλοκότητα = $g(n, \log N)$
- **Ερώτηση:** τι μορφή (πρέπει να) έχουν οι f και g ;

Αναζήτηση Ωμής Βίας - (Υπερ)Εκθετικός Χρόνος

Ωμή βία: Τετριμμένος αλγόριθμος επίλυσης προβλήματος - έλεγχος όλων των πιθανών λύσεων (στο χώρο όλων των δυνατών λύσεων του προβλήματος)

- Συνήθως παίρνει χρόνο 2^n ή χειρότερο (π.χ. $n!$) για είσοδο μεγέθους n
- Μηδαμινή πρακτική αξία
- Πολύ συχνά μη επιτρεπτό (όσο μεγαλώνει η τιμή του n)

Εκθετική πολυπλοκότητα

Υπάρχουν σταθερές $a > 0$, $c > 0$, $d > 0$, και $k \geq 0$ τέτοιες ώστε για κάθε είσοδο μεγέθους n , ο χρόνος εκτέλεσης να φράσσεται από $c \cdot a^{n^d \cdot \log^k n}$ στοιχειώδη υπολογιστικά βήματα

$$\text{Π.χ., } n! \leq n^n = 2^{n \log n}$$

Πολυωνυμικός Χρόνος

Υπάρχουν σταθερές $c > 0$, $d > 0$, και $k \geq 0$ τέτοιες ώστε για κάθε είσοδο μεγέθους n , ο χρόνος εκτέλεσης να φράσσεται από $c \cdot n^d \cdot \log^k n$ στοιχειώδη υπολογιστικά βήματα

Επιθυμητή ιδιότητα κλιμάκωσης. Όταν το μέγεθος της εισόδου διπλασιάζεται, η χρονική πολυπλοκότητα θα πρέπει να μεγαλώνει μόνο κατά έναν σταθερό παράγοντα Δ .

Μέγεθος	Χρόνος
n	$c \cdot n^d \cdot \log^k n$
$2n$	$c \cdot (2n)^d \cdot \log^k (2n) < c \cdot (2^{d+1}) \cdot n^d \cdot \log^k n$

$$\Delta = 2^{d+1}$$

Ένας αλγόριθμος είναι **πολυωνυμικού χρόνου** αν ισχύει η παραπάνω ιδιότητα κλιμάκωσης.

Πολυωνυμικός vs Εκθετικός Χρόνος

Χρονική διάρκεια 1 ώρας σε Η/Υ με S_1 στοιχ. λειτουργίες /sec

Αλγόριθμος	ΠΧΠ	Μέγεθος στιγμιότυπου
Πολυωνυμικός	n^2	n_1
Εκθετικός	2^n	N_1

- Νέος Η/Υ με ταχύτητα $S_2 = 100 \cdot S_1$ στοιχ. λειτουργίες/sec

Ερώτημα 1: πόσο μεγαλύτερα στιγμιότυπα εισόδου μεγέθους n_2 μπορεί να επιλύσει σε μία ώρα ο Π στο νέο Η/Υ ??

$$\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 = \frac{s_2}{s_1} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{s_2}{s_1}} = \sqrt{100} = 10 \Rightarrow n_2 = 10 \cdot n_1$$

Ερώτημα 2: πόσο μεγαλύτερα στιγμιότυπα εισόδου μεγέθους N_2 μπορεί να επιλύσει σε μία ώρα ο Ε στο νέο Η/Υ ??

$$\frac{2^{N_2}}{2^{N_1}} = \frac{s_2}{s_1} \Rightarrow 2^{N_2 - N_1} = \frac{s_2}{s_1} = 100 \Rightarrow N_2 - N_1 = \log(100) < 7 \\ \Rightarrow N_2 < N_1 + 7 \quad (!)$$

Ενδεικτικοί Χρόνοι Εκτέλεσης Πολυωνυμικών & Εκθετικών Αλγορίθμων

Πίνακας 2.1 Οι χρόνοι εκτέλεσης (στρογγυλεμένοι προς τα επάνω) διαφόρων αλγορίθμων για εισόδους αυξανόμενου μεγέθους, σε έναν επεξεργαστή που εκτελεί ένα εκατομμύριο εντολές υψηλού επιπέδου ανά δευτερόλεπτο. Στις περιπτώσεις όπου ο χρόνος εκτέλεσης υπερβαίνει τα 10^{25} έτη, καταγράφουμε απλώς ότι ο αλγόριθμος χρειάζεται πάρα πολύ χρόνο.

	n	$n \log_2 n$	n^2	n^3	1.5^n	2^n	$n!$
$n = 10$	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	4 sec
$n = 30$	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	18 min	10^{25} έτη
$n = 50$	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	11 λεπτά	36 έτη	πάρα πολύ
$n = 100$	< 1 sec	< 1 sec	< 1 sec	1 sec	12,892 έτη	10^{17} έτη	πάρα πολύ
$n = 1,000$	< 1 sec	< 1 sec	1 sec	18 λεπτά	πάρα πολύ	πάρα πολύ	πάρα πολύ
$n = 10,000$	< 1 sec	< 1 sec	2 λεπτά	12 ημέρες	πάρα πολύ	πάρα πολύ	πάρα πολύ
$n = 100,000$	< 1 sec	2 sec	3 ώρες	32 έτη	πάρα πολύ	πάρα πολύ	πάρα πολύ
$n = 1,000,000$	1 sec	20 sec	12 ημέρες	31,710 έτη	πάρα πολύ	πάρα πολύ	πάρα πολύ

Αποδοτικότητα & Πολυωνυμικός Χρόνος

Ένας αλγόριθμος είναι **αποδοτικός** αν έχει πολυωνυμικό χρόνο εκτέλεσης

Αιτιολόγηση: Μεγάλη πρακτική σημασία !

- Στην πράξη, οι αλγόριθμοι πολυωνυμικού χρόνου που αναπτύσσουμε σχεδόν πάντα έχουν χαμηλές σταθερές και χαμηλούς εκθέτες.
- Μείωση του εκθετικού ορίου ενός αλγόριθμου ωμής βίας συνήθως αποκαλύπτει κάποια πολύ σημαντική δομή του προβλήματος.

Εξαιρέσεις

- Κάποιοι αλγόριθμοι πολυωνυμικού χρόνου έχουν όντως υψηλές σταθερές ή/και εκθέτες, και είναι άχρηστοι στην πράξη.
- Κάποιοι αλγόριθμοι εκθετικού χρόνου (ή χειρότεροι) χρησιμοποιούνται ευρέως γιατί τα στιγμιότυπα χειρότερης περίπτωσης είναι σπάνια.



Μέθοδος Simplex
Unix grep

Πολυωνυμικός Χρόνος

Ένας αλγόριθμος είναι **αποδοτικός** αν έχει πολυωνυμικό χρόνο εκτέλεσης

Ερώτημα: Μας αρκεί **οποιοσδήποτε** πολυωνυμικός χρόνος;

Πολυωνυμικοί Αλγόριθμοι

Πρόβλημα: ταξινόμηση n στοιχείων

Στοιχειώδης λειτουργία: σύγκριση δύο στοιχείων

Αλγόριθμος	Χρόνος (συγκρίσεις)
A1	$10 \cdot n \cdot \log n$
A2	n^2

Υπολογιστής	Συγκρίσεις/sec
Y1 (2005)	10^7
Y2 (2012)	10^9

$$n = 10^6$$

- Χρόνος A1 (πιο αποδοτικός) στον Y1 (αργός):

$$(10 \cdot 10^6 \cdot \log 10^6) / 10^7 = 6 \cdot \log 10 \text{ secs} \approx 20 \text{ secs}$$

- Χρόνος A2 (λιγότερο αποδοτικός) στον Y2 (γρήγορος):

$$(10^6)^2 / 10^9 = 1000 \text{ secs} = 16.6 \text{ min}$$

Πολυωνυμικοί Αλγόριθμοι

Πρόβλημα: ταξινόμηση n στοιχείων

Στοιχειώδης λειτουργία: σύγκριση δύο στοιχείων

Αλγόριθμος	Χρόνος (συγκρίσεις)
A1	$10 \cdot n \cdot \log n$
A2	n^2

Υπολογιστής	Συγκρίσεις/sec
Y1 (2005)	10^7
Y2 (2012)	10^9

$$n = 10^7$$

- Χρόνος A1 (πιο αποδοτικός) στον Y1 (αργός):

$$(10 \cdot 10^7 \cdot \log 10^7) / 10^7 = 70 \cdot \log 10 = 232 \text{ secs} \approx 3.8 \text{ min}$$

- Χρόνος A2 (λιγότερο αποδοτικός) στον Y2 (γρήγορος):

$$(10^7)^2 / 10^9 = 100000 \text{ ses} = 27.7 \text{ hours (!)}$$

Πολυωνυμικός Χρόνος

Ένας αλγόριθμος είναι **αποδοτικός** αν έχει πολυωνυμικό χρόνο εκτέλεσης

Ερώτημα: Μας αρκεί **οποιοσδήποτε** πολυωνυμικός χρόνος;

Απάντηση: ΟΧΙ

Αποδοτικότητα \equiv

- Όσο το δυνατόν «μικρότερο» πολυώνυμο
- Τεράστια πρακτική/τεχνολογική σημασία

Βιβλιογραφία

1. J. Kleinberg and E. Tardos, *Σχεδιασμός Αλγορίθμων*, ελληνική έκδοση, Εκδόσεις Κλειδάριθμος, 2008
2. T. Cormen, C. Leiserson, R. Rivest, and C. Stein, *Εισαγωγή στους Αλγορίθμους*, ελληνική έκδοση, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2012
3. K. Mehlhorn and P. Sanders, *Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων - Τα βασικά εργαλεία*, ελληνική έκδοση, Εκδόσεις Κλειδάριθμος, 2014
4. S. Dasgupta, C. Papadimitriou, and U. Vazirani, *Αλγόριθμοι*, ελληνική έκδοση, Εκδόσεις Κλειδάριθμος, 2008
5. Θ. Παπαθεοδώρου, *Αλγόριθμοι: Εισαγωγικά Θέματα και Παραδείγματα*, Εκδόσεις Πανεπιστημίου Πατρών, 1999

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση **1.0**.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Χρήστος Ζαρολιάγκης, 2014.
«Εισαγωγή στους Αλγορίθμους». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2014.
Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<https://eclass.upatras.gr/courses/CEID1083>

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό.



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Πηγές εικόνων - Χρήση Έργων Τρίτων

Εικόνα 1: σελ. 8,

https://c2.staticflickr.com/2/1064/1346692055_ea4f250675_z.jpg

Εικόνα 2: σελ. 8,

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Moscow_Park_of_the_Arts_sculptor_at_work.jpg

Εικόνα 3: σελ. 11,

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:NDrive_GPS.jpg

Εικόνα 4: σελ. 11,

Google logo

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/4a/Logo_2013_Google.png

Εικόνα 5: σελ. 11,

<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1f/NYSE.jpg>

Πηγές εικόνων - Χρήση Έργων Τρίτων

Εικόνα 6: σελ. 12,

http://en.wikipedia.org/wiki/Johannes_Gutenberg#mediaviewer/File:Johannes_Gutenberg.jpg

Εικόνα 7: σελ. 12,

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:1983_CPA_5426.jpg

Εικόνα 8: σελ. 12,

<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b5/Fibonacci.jpeg>

Εικόνα 9: σελ. 13,

http://pt.wikipedia.org/wiki/Euclides#mediaviewer/File:Euklid-von-Alexandria_1.jpg

Εικόνα 10: σελ. 18,

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d2/Charles_Babbage_1860.jpg

Πηγές εικόνων - Χρήση Έργων Τρίτων

Εικόνα 11: σελ. 18,

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f9/Babbages_difference_engine_1832.jp

[g](#)

Εικόνα 12: σελ. 26,

<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:JohnvonNeumann-LosAlamos.gif>

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει) μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.