

«Εξομοίωση Κβαντικού Κυκλώματος Άθροισης HNG στον εξομοιωτή Quirk»



Γιαννικοπούλου Νικολίτσα ΑΜ:1041245

Τμήμα Μηχανικών Ηλεκτρονικών Υπολογιστών και Πληροφορικής
Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών: Επιστήμη και Τεχνολογία Υπολογιστών

Μάθημα: Νανοηλεκτρονική και Κβαντικές Πύλες

Υπεύθυνος Καθηγητής: κ. Χρηστίδης

Εαρινό Εξάμηνο 2017-18



Εισαγωγή



Βασικά Στοιχεία του Εξομοιωτή Κβαντικών Κυκλωμάτων Quirk(1)

❑ Quirk :

- Εξομοιωτής κβαντικών κυκλωμάτων
- Αρκετά ισχυρό εργαλείο για σχετικά μεγάλα κυκλώματα (όχι τεράστια)
- Αποτελεί εξομοιωτή ανοικτού κώδικα – open source με δωρεάν δυνατότητες

❑ Δυνατότητες:

- Προσομοίωση κυκλωμάτων με εισόδους ακόμα και μέχρι 16 qubit
- Δυνατότητα οπτικοποίησης των αποτελεσμάτων (π.χ στη σφαίρα Bloch)
- Real-time Simulation
- Αποτύπωση καταστάσεων καταχωρητών

Βασικά Στοιχεία του Εξομοιωτή Κβαντικών Κυκλωμάτων Quirk(2)

□ Χρηστικότητα:

- Εύκολος χειρισμός του εργαλείου μέσω πρόσβασης σε έναν φυλλομετρητή web-browser
- Κατανοητός και εύκολος σχεδιασμός /παραμετροποίηση κυκλωμάτων με drag-and-drop
- Δημιουργία συνδέσμων – links της κάθε υλοποίησης για μεταφορά οπουδήποτε αλλού
- Άμεσα διαθέσιμες πύλες και μετασχηματισμοί για ποικίλες υλοποιήσεις

Οδηγίες Σύνδεσης στον Εξομοιωτή Κβαντικών Κυκλωμάτων Quirk(1)

□ Σύνδεση στην Quirk:

- Μέσω Web-browser στη διεύθυνση: <http://algassert.com/quirk>
- Αρχικό μενού δυνατοτήτων:
 - **Edit Circuit**- Δημιουργία Κβαντικών Κυκλωμάτων
 - **Tutorial Video** – Βοηθητικός Οδηγός
 - **Source Code** – Πηγαίος Κώδικας
 - **Example Circuits** – Υλοποιήσεις παραδειγμάτων

Welcome to Quirk
A drag-and-drop quantum circuit simulator

Edit Circuit

Tutorial Video

Source Code

Example Circuits

- [Grover Search](#)
- [Shor Period Finding](#)
- [Bell Inequality Test \(CHSH\)](#)
- [Quantum Teleportation](#)
- [Superdense Coding](#)
- [Delayed Choice Eraser](#)
- [Symmetry Breaking](#)
- [Quantum Fourier Transform](#)
- [Reversible Addition](#)

Οδηγίες Σύνδεσης στον Εξομοιωτή Κβαντικών Κυκλωμάτων Quirk(2)

- Για υλοποίηση κβαντικού κυκλώματος επιλέγουμε: **Edit circuit**
- Δημιουργία κυκλώματος στις γραμμές σχεδίασης
- Δυνατότητα drag and drop πυλών και μετασχηματισμών από τα 2 διαθέσιμα toolboxes

drag gates onto circuit

Local wire states (Chance/Bloch)

Final amplitudes

Version 2.1

Menu Export Clear Circuit Clear ALL Undo Redo Make Gate

Probes Displays Half Turns Quarter Turns Eighth Turns Sixteenths Spinning Parametrized Silly

Sample Density Bloch Chance Amps

Z Swap Y H

$Z^{1/2}$ $Z^{-1/2}$ $Z^{1/4}$ $Z^{-1/4}$ $Z^{1/8}$ $Z^{-1/8}$ Z^t Z^{-t} $Z^{A/2^n}$ $Z^{-A/2^n}$ 0 ?

$Y^{1/2}$ $Y^{-1/2}$ $Y^{1/4}$ $Y^{-1/4}$ $Y^{1/8}$ $Y^{-1/8}$ Y^t Y^{-t} $Y^{A/2^n}$ $Y^{-A/2^n}$ -

$X^{1/2}$ $X^{-1/2}$ $X^{1/4}$ $X^{-1/4}$ $X^{1/8}$ $X^{-1/8}$ X^t X^{-t} $X^{A/2^n}$ $X^{-A/2^n}$...

Off Off

0 1

Toolbox 1

X/Y Probes Order Frequency Inputs Arithmetic Compare Modular Custom Gates

Toolbox 2

Reverse

Grad^{1/2} Grad^{-1/2} Grad^t Grad^{-t}

input A A=# default +1 -1 ⊕A<B ⊕A>B +1 -1 mod R

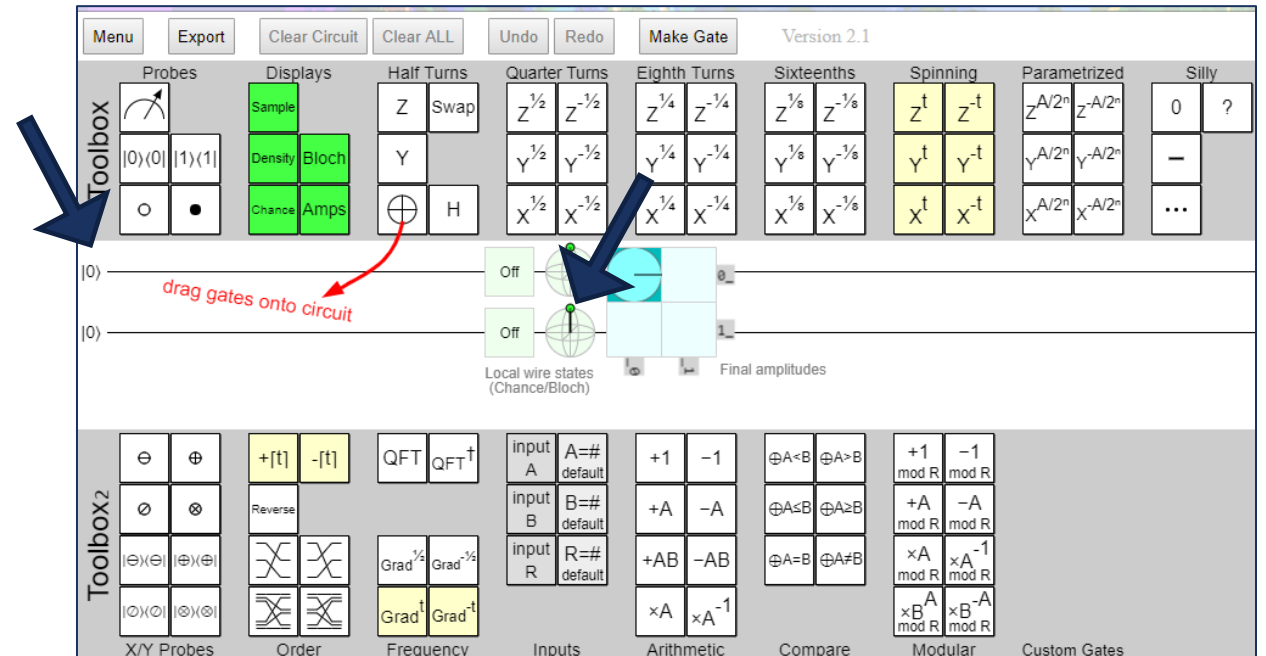
input B B=# default +A -A ⊕A≤B ⊕A≥B +A -A mod R

input R R=# default +AB -AB ⊕A=B ⊕A≠B xA xA⁻¹ mod R

xA xA⁻¹ xB xB⁻¹ mod R

Οδηγίες Σύνδεσης στον Εξομοιωτή Κβαντικών Κυκλωμάτων Quirk(3)

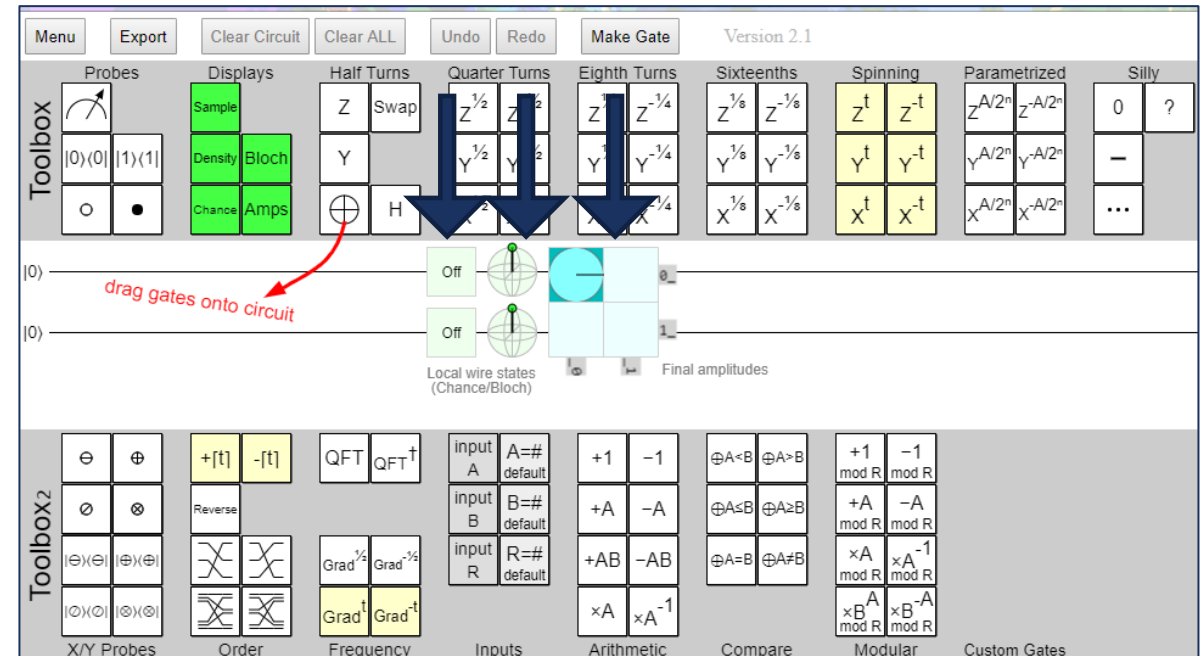
- Αριστερά των γραμμών σχεδίασης: παρούσα κατάσταση των καταχωρητών – «είσοδοι»
- Δεξιά των γραμμών σχεδίασης: επόμενη κατάσταση – «έξοδοι»



Οδηγίες Σύνδεσης στον Εξομοιωτή Κβαντικών Κυκλωμάτων Quirk(4)

□ Αναπαράσταση επόμενης κατάστασης κυκλώματος:

- πιθανότητες ON/OFF (100%,0%)
- σφαίρες Bloch
- τετράγωνα (γαλάζια) που δείχνουν πιθανότητα διαμόρφωσης της αρχικής κατάστασης στις επόμενες



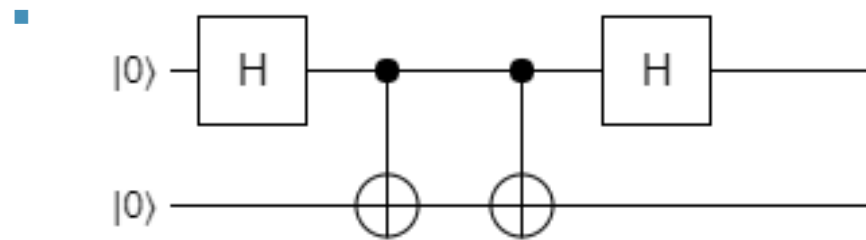
Βιβλιοθήκη από Κβαντικές Πύλες στον Εξομοιωτή Quirk

- Δυνατότητα επιλογής ποικίλων κβαντικών πυλών
- Στην παρούσα υλοποίηση έγινε χρήση των:
 - Clifford+T πύλες
 - Pauli Gates X, Y, Z
 - Swap gate

| Type of Gate | Symbol | Matrix |
|--------------------------------|-------------|--|
| NOT gate | N | $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ |
| Hadamard gate | H | $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ |
| T gate | T | $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i \cdot \frac{\pi}{4}} \end{bmatrix}$ |
| T gate Hermitian transpose | T^\dagger | $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i \cdot \frac{\pi}{4}} \end{bmatrix}$ |
| Phase gate | S | $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$ |
| Phase gate Hermitian transpose | S^\dagger | $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$ |
| CNOT gate | C | $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ |

Παράδειγμα δημιουργίας απλού Κβαντικού Κυκλώματος στην Quirk (Click στο κύκλωμα)

□ Δημιουργία ενός απλού κυκλώματος:



□ Χρήση Πυλών:

- Hadamard
- CNOT



Περιγραφή Προβλήματος



Ζητούμενα Προβλήματος

□ Περιγραφή προβλήματος:

- Η εξομίωση του κβαντικού κυκλώματος της HNG πύλης στην Quirk λειτουργώντας ως πλήρης αθροιστής.
- Η χρήση όσο το δυνατόν λιγότερων πυλών για εξοικονόμηση κόστους.
- Η παρουσίαση λειτουργίας της HNG ως full adder για όλες τις δυνατές εισόδους.
- Η καταγραφή της κάθε κατάστασης.
- Η παρουσίαση της HNG στις περιπτώσεις όπου λειτουργεί ως XNOR OR, NOT, AND, XOR NAND, 4-bit reversible gate.

Δεδομένα Προβλήματος

- ❑ Βιβλιοθήκη Clifford+T gates
- ❑ Μοντέλο της HNG πύλης ως προς τις λειτουργίες της
- ❑ Κβαντικό κύκλωμα της HNG πύλης (όχι στην Clifford)
- ❑ Πίνακας Αληθείας

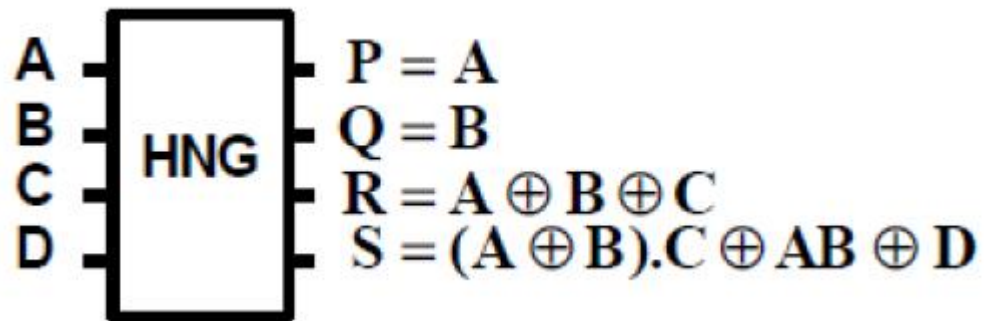


Table 1. The truth table of HNG gate

| A | B | C | D | P | Q | R | S |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |



Διαδοχικά Στάδια Προσέγγισης

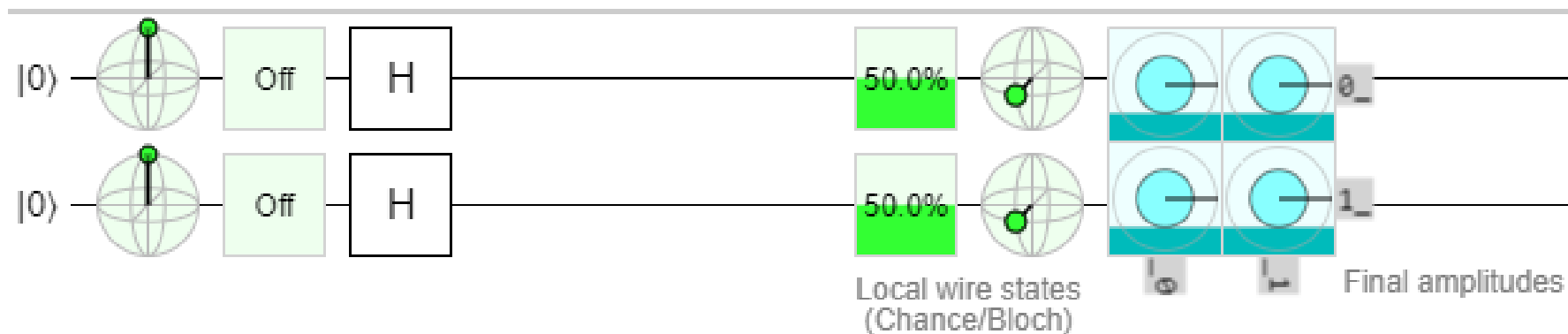


Εξομοίωση της Πύλης Hadamard

Παρακάτω εφαρμόζεται η εξομοίωση της πύλη Hadamard σε καταχωρητές με τιμές: 00,01,10,11

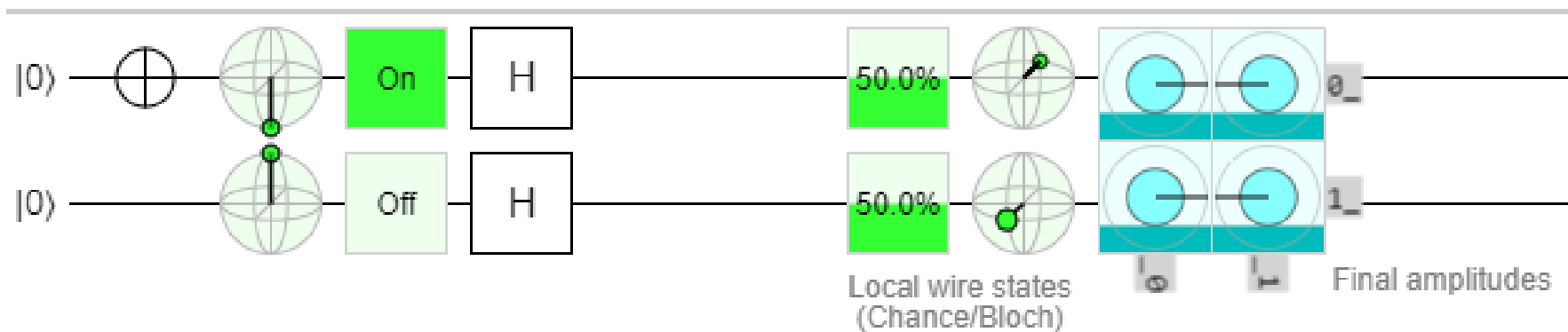
Βήμα 1^ο : Εξομοίωση της Πύλης Hadamard(1)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 00 | 00 | 25% |
| | 01 | 25% |
| | 10 | 25% |
| | 11 | 25% |



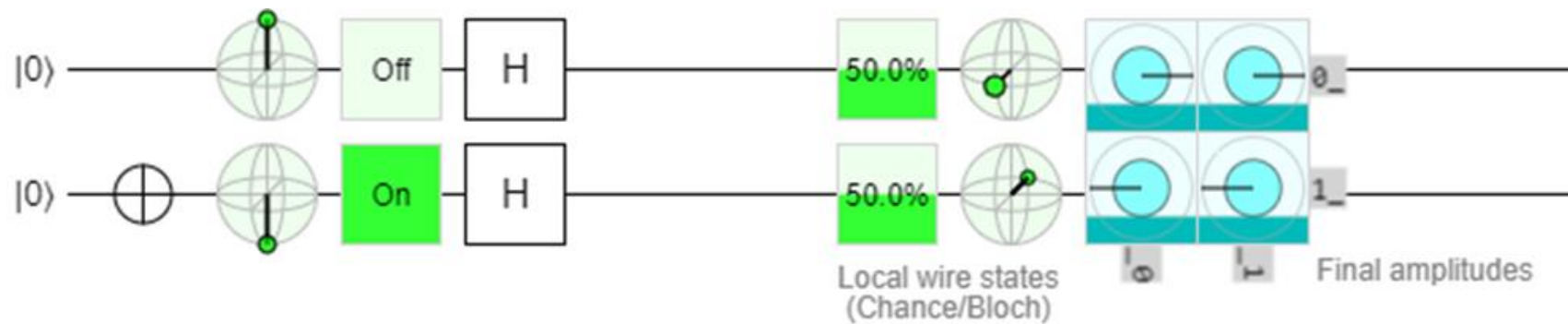
Βήμα 1^ο : Εξομοίωση της Πύλης Hadamard(2)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 01 | 00 | 25% |
| | 01 | 25% |
| | 10 | 25% |
| | 11 | 25% |



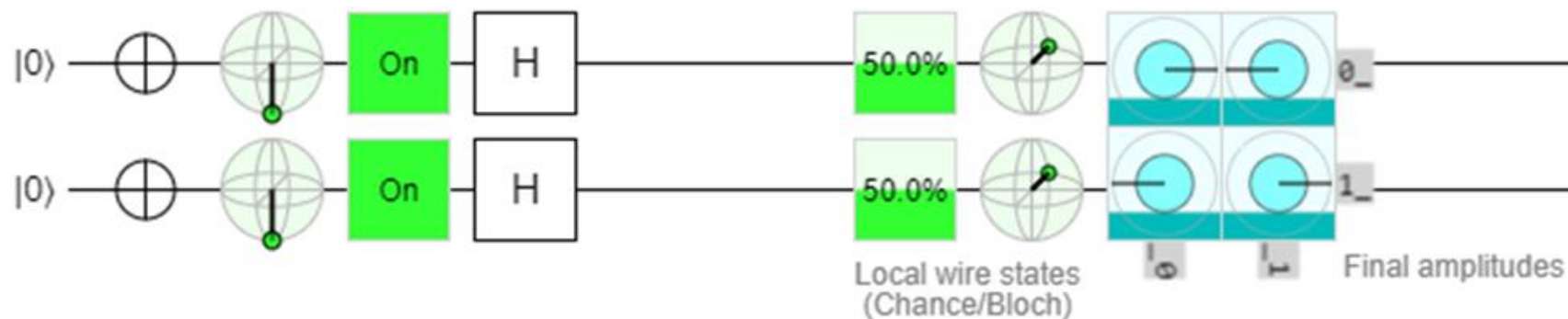
Βήμα 1^ο : Εξομοίωση της Πύλης Hadamard(3)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 10 | 00 | 25% |
| | 01 | 25% |
| | 10 | 25% |
| | 11 | 25% |



Βήμα 1^ο : Εξομοίωση της Πύλης Hadamard(3)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 11 | 00 | 25% |
| | 01 | 25% |
| | 10 | 25% |
| | 11 | 25% |

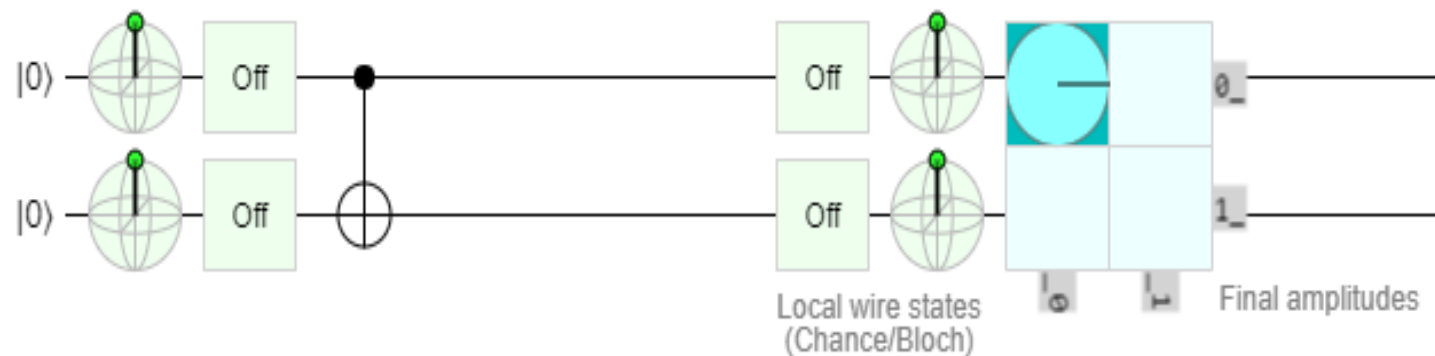


Εξομοίωση της Πύλης CNOT

Παρακάτω εφαρμόζεται η εξομοίωση της πύλη CNOT σε καταχωρητές με τιμές: 00,01,10,11

Βήμα 2^ο : Εξομοίωση της Πύλης CNOT(1)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 00 | 00 | 100% |
| | 01 | 0% |
| | 10 | 0% |
| | 11 | 0% |



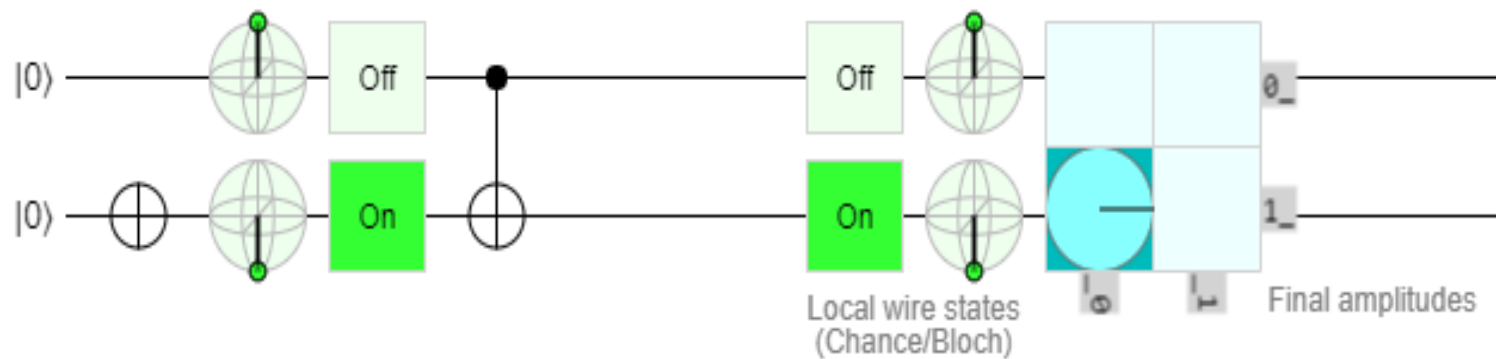
Βήμα 2^ο : Εξομοίωση της Πύλης CNOT(2)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 01 | 00 | 0% |
| | 01 | 0% |
| | 10 | 0% |
| | 11 | 100% |



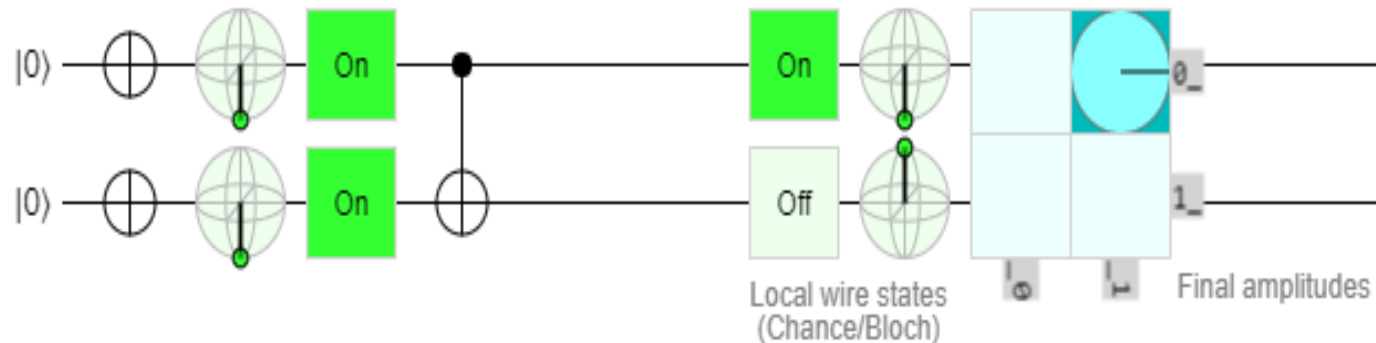
Βήμα 2^ο : Εξομοίωση της Πύλης CNOT(3)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 10 | 00 | 0% |
| | 01 | 0% |
| | 10 | 100% |
| | 11 | 0% |



Βήμα 2^ο : Εξομοίωση της Πύλης CNOT(4)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 11 | 00 | 0% |
| | 01 | 0% |
| | 10 | 100% |
| | 11 | 0% |

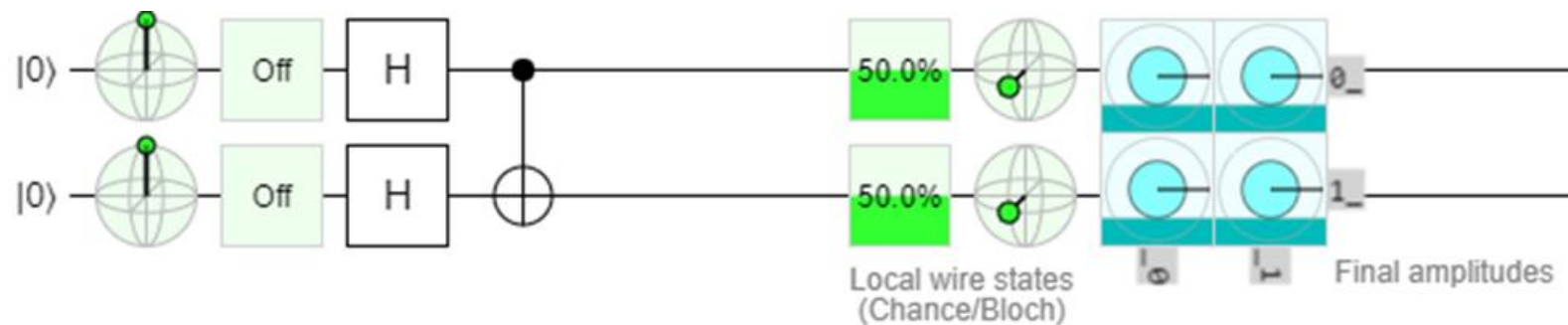


Εξομοίωση της Πύλης Hadamard και CNOT

Παρακάτω εφαρμόζεται η εξομοίωση της πύλη Hadamard και CNOT σε καταχωρητές με τιμές:
00,01,10,11

Βήμα 3^ο : Εξομοίωση της Hadamard και CNOT (1)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 00 | 00 | 25% |
| | 01 | 25% |
| | 10 | 25% |
| | 11 | 25% |



Βήμα 3^ο : Εξομοίωση της Hadamard και CNOT (2)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 01 | 00 | 25% |
| | 01 | 25% |
| | 10 | 25% |
| | 11 | 25% |



Βήμα 3^ο : Εξομοίωση της Hadamard και CNOT (3)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 10 | 00 | 25% |
| | 01 | 25% |
| | 10 | 25% |
| | 11 | 25% |



Βήμα 3^ο : Εξομοίωση της Hadamard και CNOT (4)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 11 | 00 | 25% |
| | 01 | 25% |
| | 10 | 25% |
| | 11 | 25% |



Συμπεράσματα Εξομοίωσης της Hadamard και CNOT

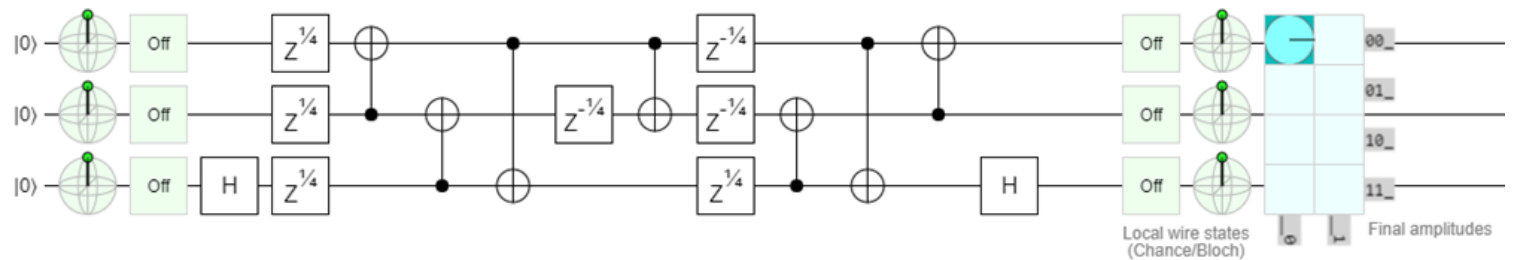
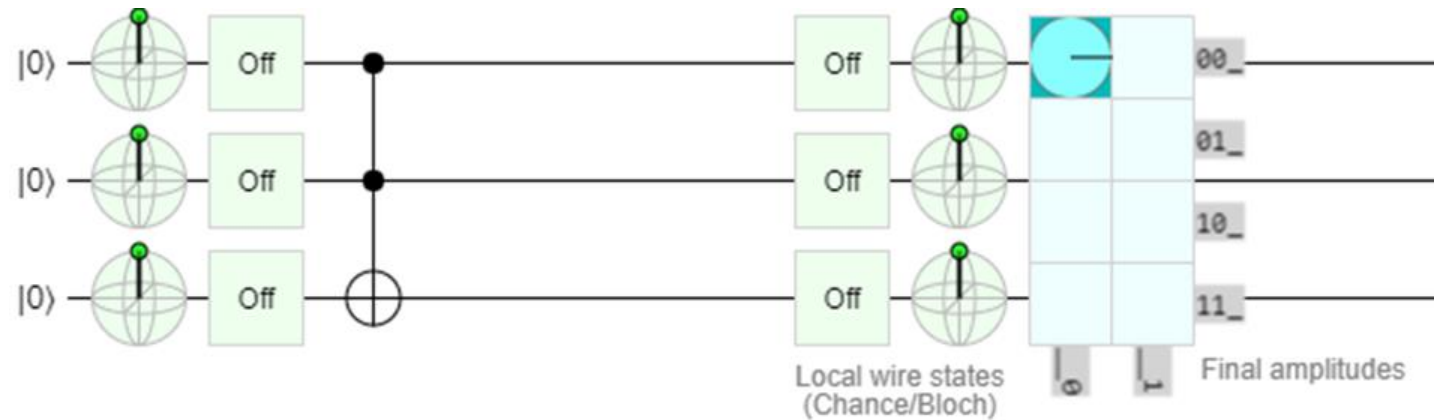
- ❑ Η επόμενη κατάσταση είναι η υπέρθεση των καταστάσεων των καταχωρητών.
- ❑ Για κάθε διαφορετική τιμή στους καταχωρητές το διάνυσμα στη σφαίρα Bloch είναι διαφορετικό για κάθε κατάσταση.
- ❑ Το εύρος ζώνης αλλάζει και αυτό για κάθε διαφορετική τιμή στους καταχωρητές .

Εξομοίωση της Πύλης Toffoli

Παρακάτω εφαρμόζεται η εξομοίωση της πύλης Toffoli, με δυο διαφορετικούς τρόπους, σε καταχωρητές με τιμές: 00,01,10,11

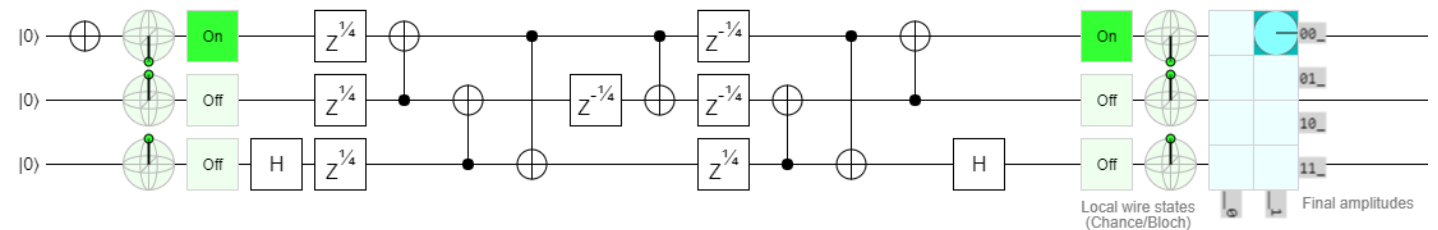
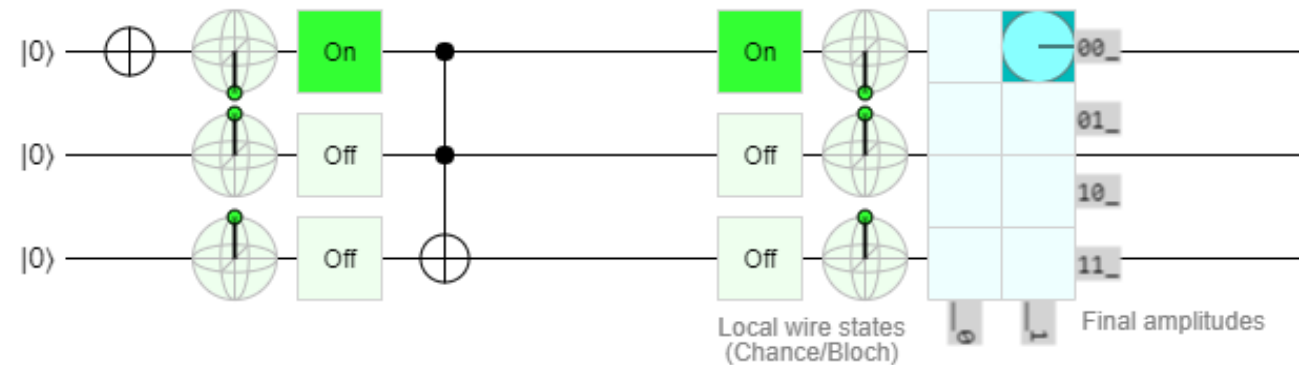
Βήμα 4^ο : Εξομοίωση της Πύλης Toffoli(1)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 000 | 000 | 100% |
| | 001 | 0% |
| | 010 | 0% |
| | 011 | 0% |
| | 100 | 0% |
| | 101 | 0% |
| | 110 | 0% |
| | 111 | 0% |



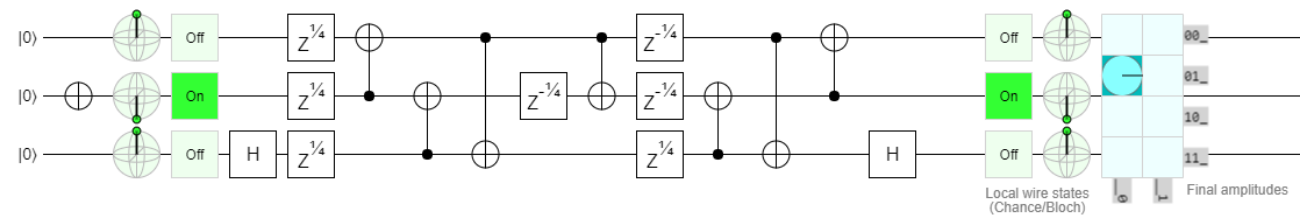
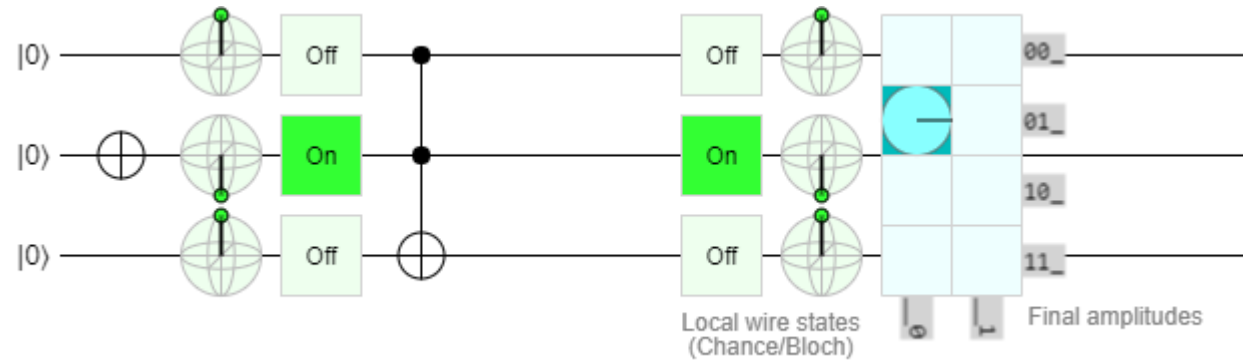
Βήμα 4^ο : Εξομοίωση της Πύλης Toffoli(2)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 001 | 000 | 0% |
| | 001 | 100% |
| | 010 | 0% |
| | 011 | 0% |
| | 100 | 0% |
| | 101 | 0% |
| | 110 | 0% |
| | 111 | 0% |



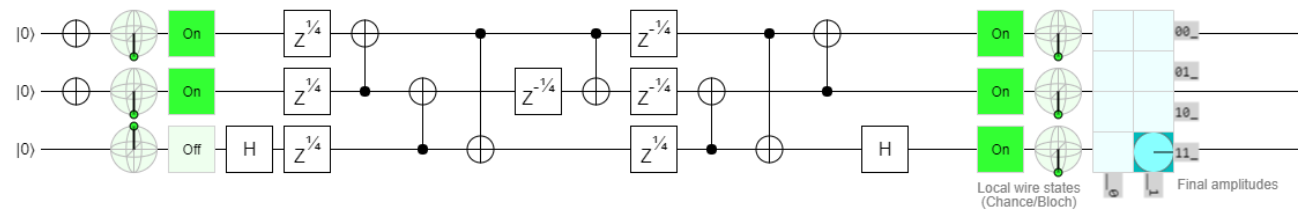
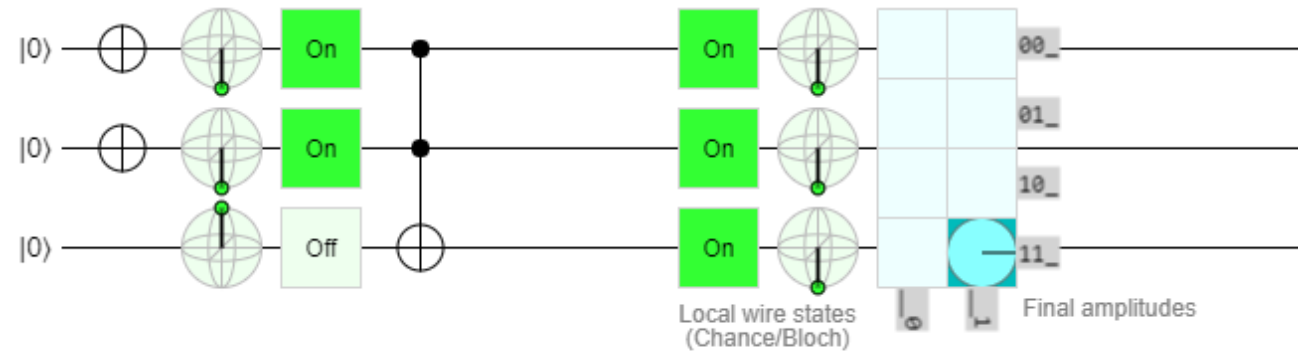
Βήμα 4^ο : Εξομοίωση της Πύλης Toffoli(3)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 010 | 000 | 0% |
| | 001 | 0% |
| | 010 | 100% |
| | 011 | 0% |
| | 100 | 0% |
| | 101 | 0% |
| | 110 | 0% |
| | 111 | 0% |



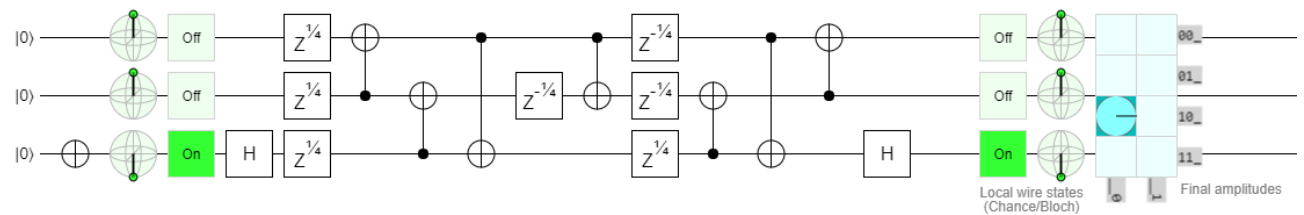
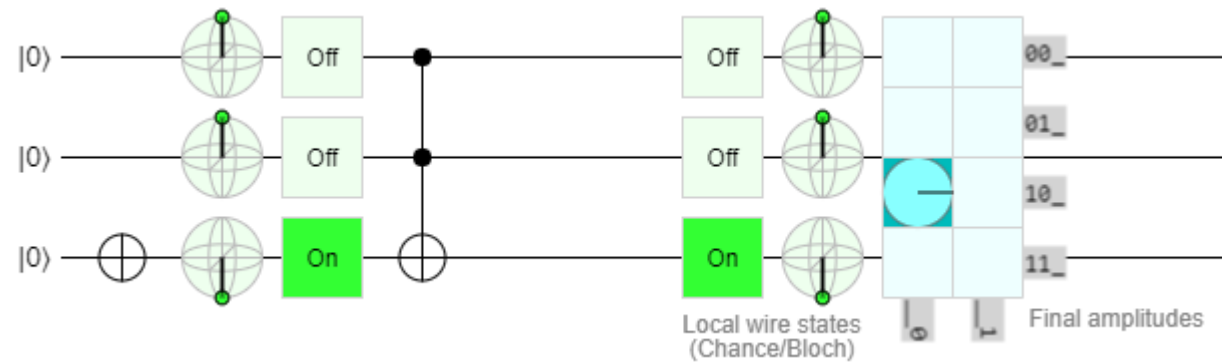
Βήμα 4^ο : Εξομοίωση της Πύλης Toffoli(4)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 011 | 000 | 0% |
| | 001 | 0% |
| | 010 | 0% |
| | 011 | 0% |
| | 100 | 0% |
| | 101 | 0% |
| | 110 | 0% |
| | 111 | 100% |



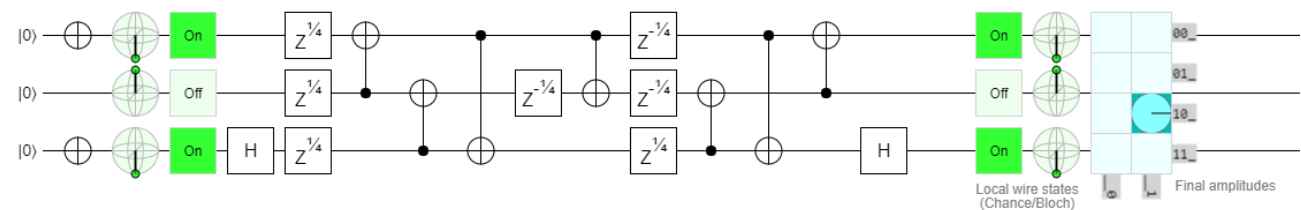
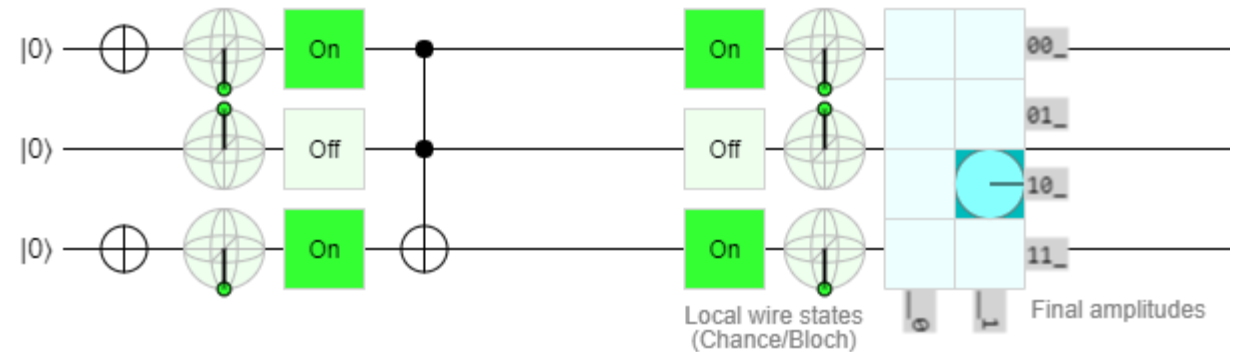
Βήμα 4^ο : Εξομοίωση της Πύλης Toffoli(5)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 100 | 000 | 0% |
| | 001 | 0% |
| | 010 | 0% |
| | 011 | 0% |
| | 100 | 100% |
| | 101 | 0% |
| | 110 | 0% |
| | 111 | 0% |



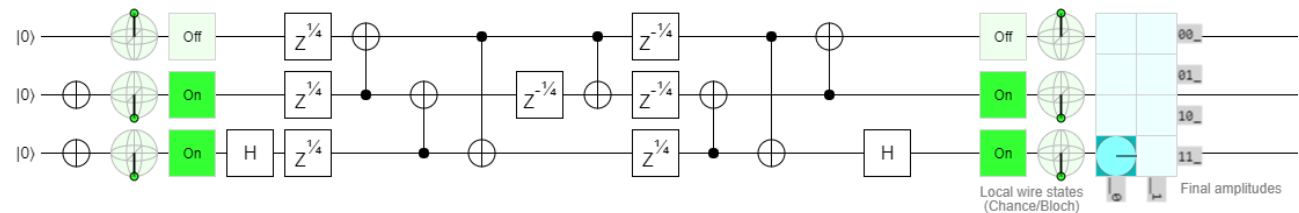
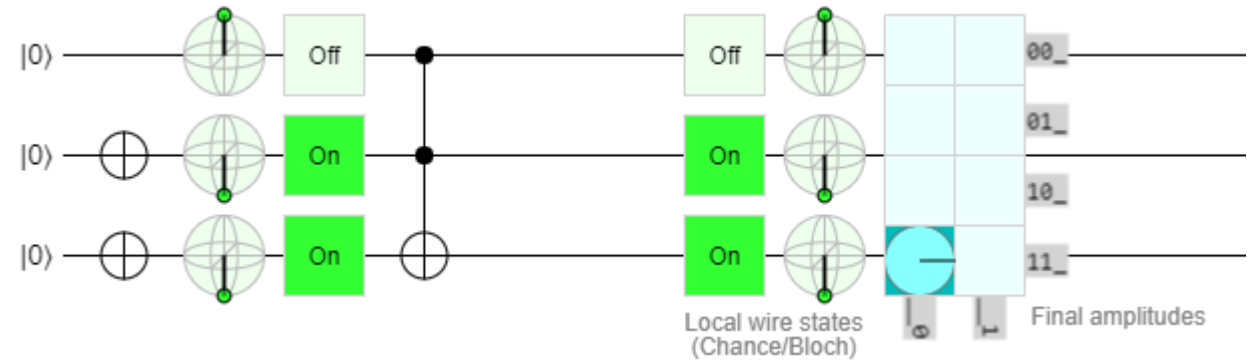
Βήμα 4^ο : Εξομοίωση της Πύλης Toffoli(6)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 101 | 000 | 0% |
| | 001 | 0% |
| | 010 | 0% |
| | 011 | 0% |
| | 100 | 0% |
| | 101 | 100% |
| | 110 | 0% |
| | 111 | 0% |



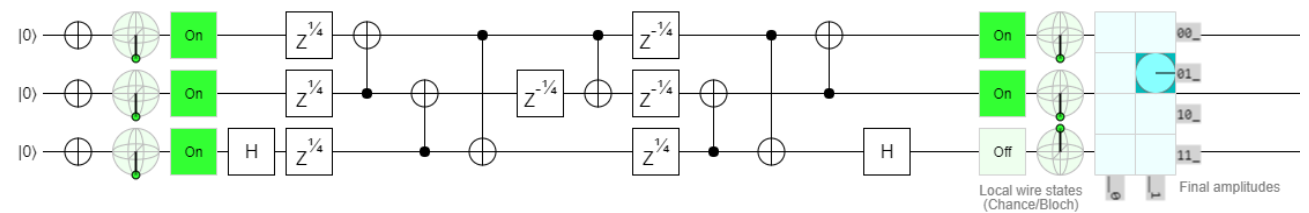
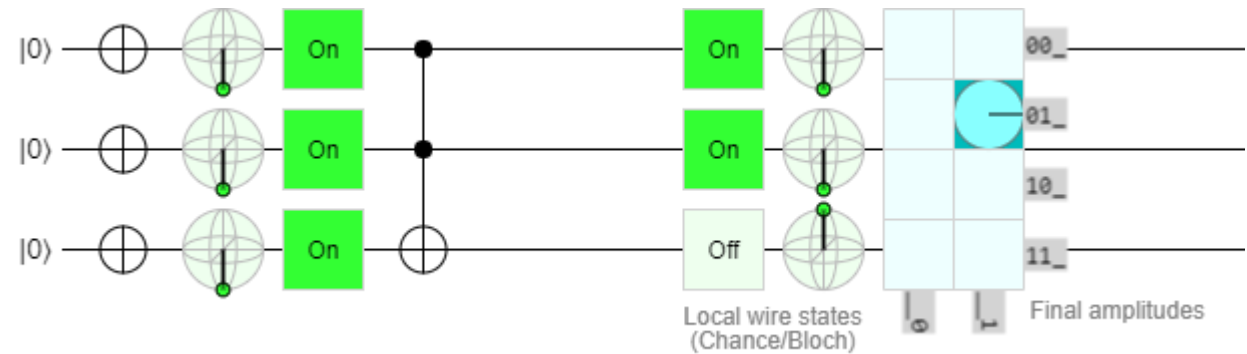
Βήμα 4^ο : Εξομοίωση της Πύλης Toffoli(7)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 110 | 000 | 0% |
| | 001 | 0% |
| | 010 | 0% |
| | 011 | 0% |
| | 100 | 0% |
| | 101 | 0% |
| | 110 | 100% |
| | 111 | 0% |



Βήμα 4^ο : Εξομοίωση της Πύλης Toffoli(8)

| Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών | Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών | Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 111 | 000 | 0% |
| | 001 | 0% |
| | 010 | 0% |
| | 011 | 100% |
| | 100 | 0% |
| | 101 | 0% |
| | 110 | 0% |
| | 111 | 0% |



Συμπεράσματα Εξομοίωσης της Toffoli

- ❑ Οι δύο διαφορετικοί τρόποι εξομοίωσης της Toffoli έχουν τα ίδια αποτελέσματα.

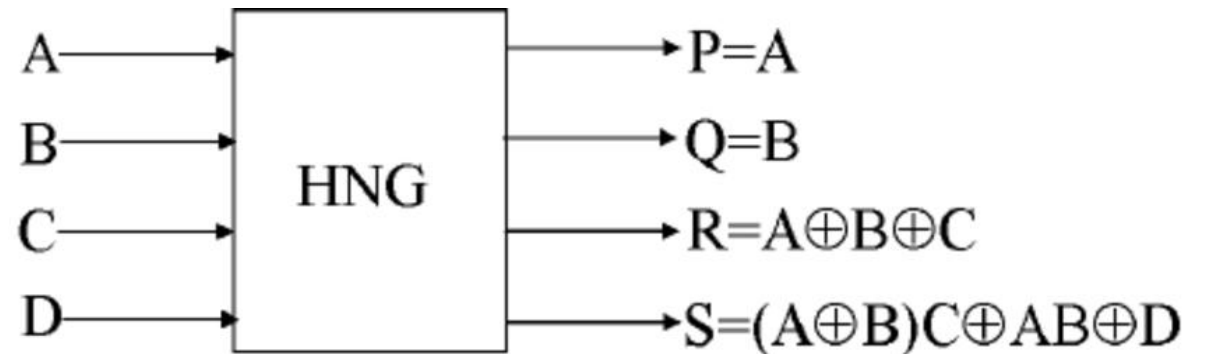


Μεθοδολογία Επίλυσης



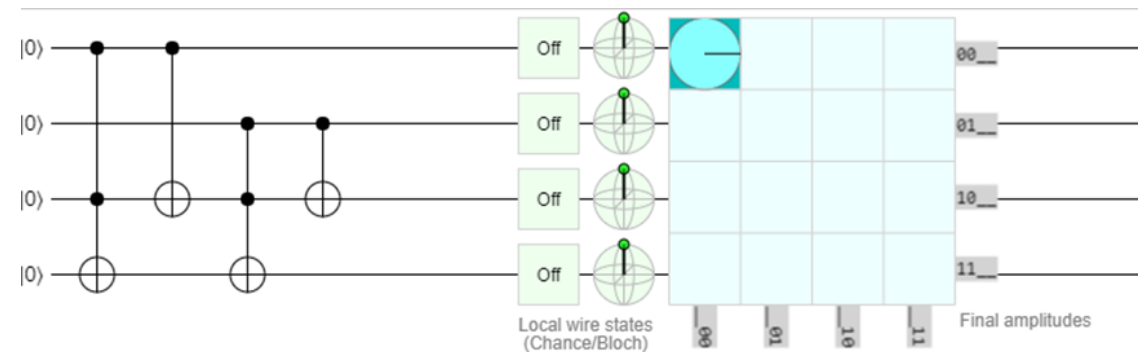
Εισαγωγή - HNG πύλη

- ❑ Η HNG έχει 4 εισόδους και 4 εξόδους
- ❑ Βραχυκυκλώνοντας συγκεκριμένες εισόδους επιτυγχάνονται συγκεκριμένες λειτουργίες της πύλης



Εισαγωγή – Η εξομοίωση της HNG στην quirk

- Γραμμές των qubits: αντιστοιχίζονται από πάνω προς τα κάτω:
- Πάνω γραμμή => A => τωρινή κατάσταση => P στην επόμενη κατάσταση.
- Δεύτερη (από πάνω γραμμή) => B τωρινή κατάσταση => Q στην επόμενη κατάσταση.
- Τρίτη (από πάνω γραμμή) => C στην τωρινή κατάσταση => R στην επόμενη κ.ο.κ



Εξομοίωση της HNG στην quirk με διάφορες λειτουργίες:

- ❑ Παρακάτω παρουσιάζεται η εξομοίωση της HNG λειτουργώντας ως:
 - **XNOR and OR**
 - **XOR and NAND**
 - **HNG as NOR**
 - **HNG as NOT**
 - **HNG as AND**
- ❑ Παρατίθενται οι απλοποιήσεις που γίνονται κάθε φορά στο κύκλωμα.

HNG ως XNOR and OR

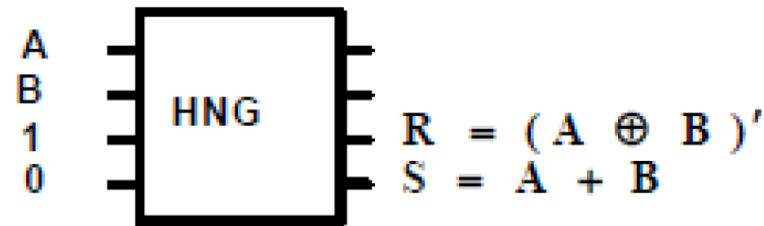


Fig.3 XNOR and OR.

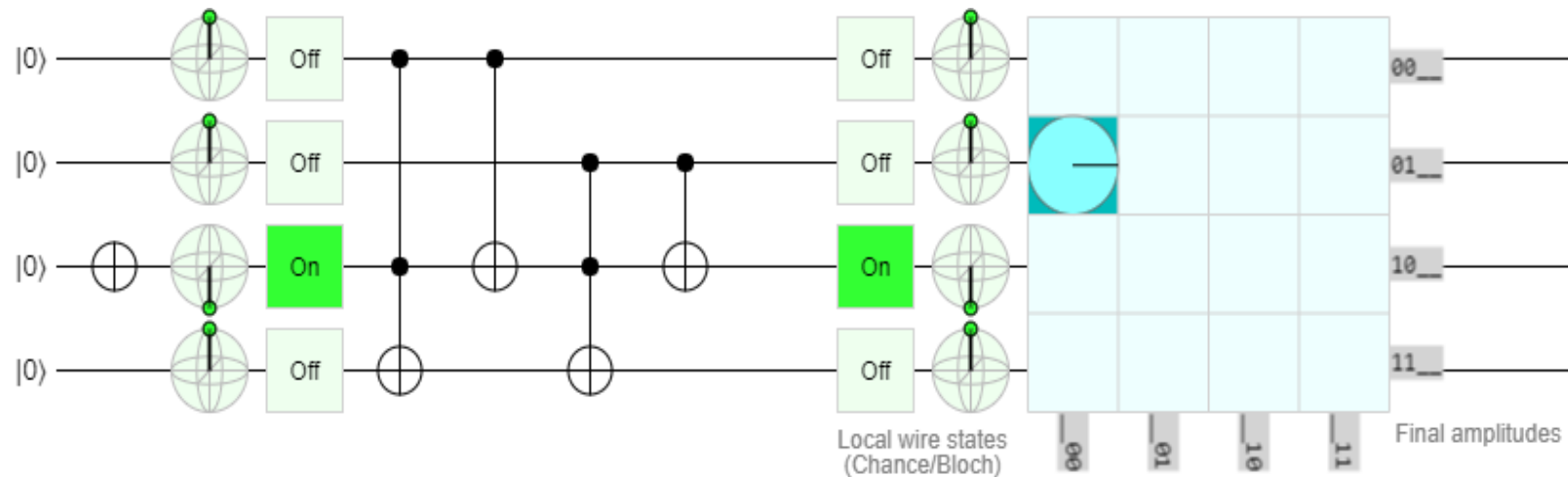
| A | B | C | D | P | Q | R | S |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Απλοποιώντας τον πίνακα αληθείας:

| A | B | R | S |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

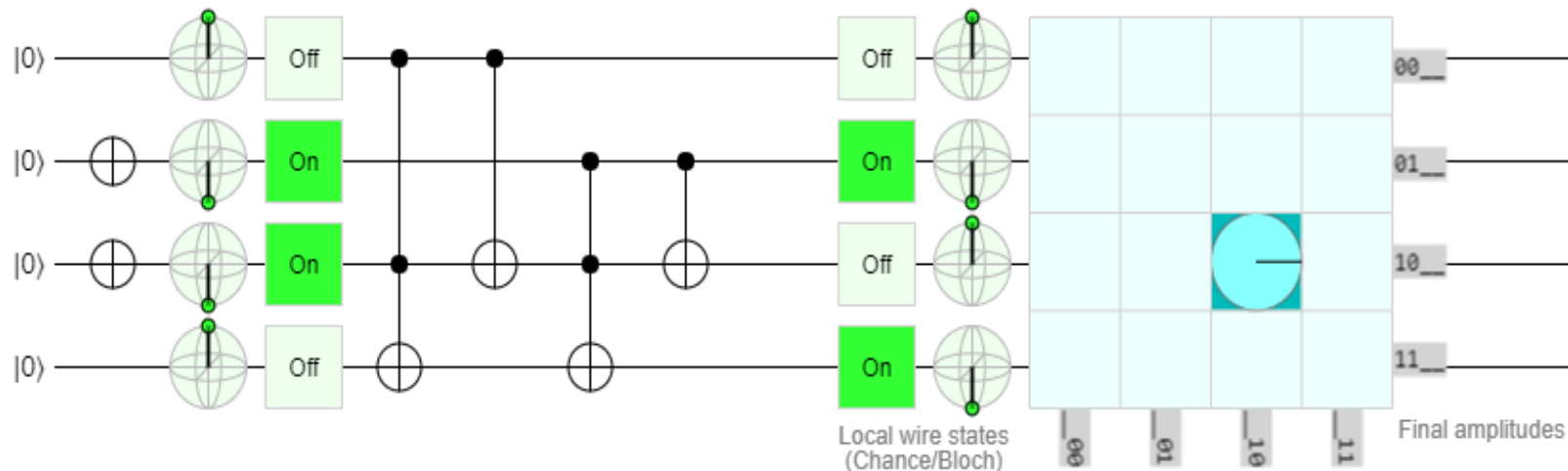
HNG ως XNOR and OR: Εξομοίωση για A=B=0

| A | B | R | S |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |



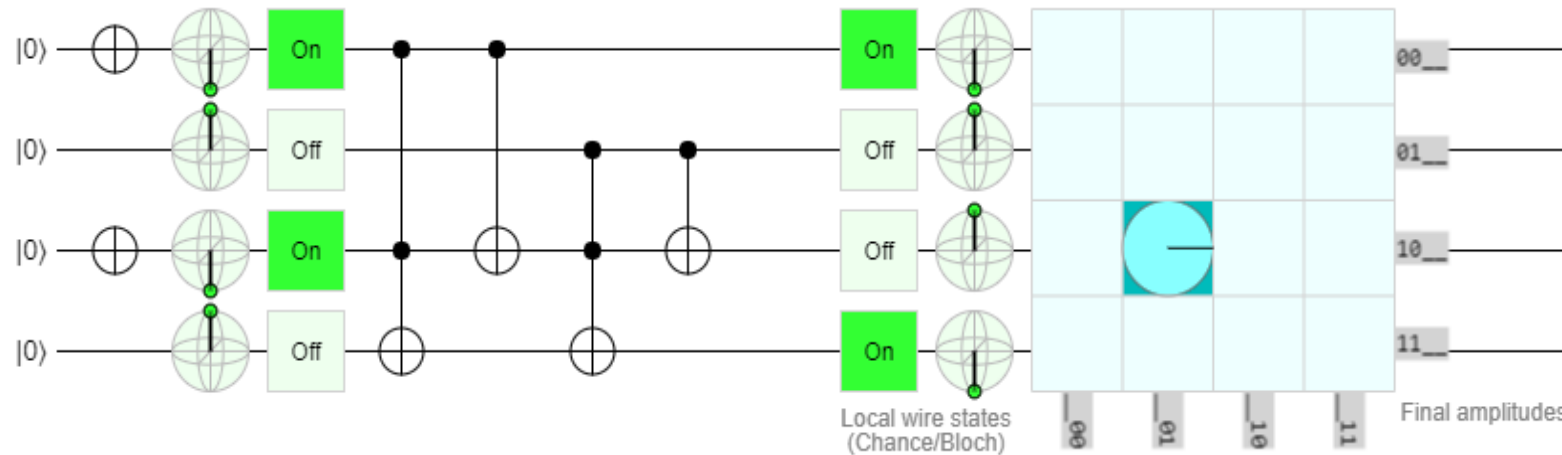
HNG ως XNOR and OR: Εξομοίωση για A=0 B=1

| A | B | R | S |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |



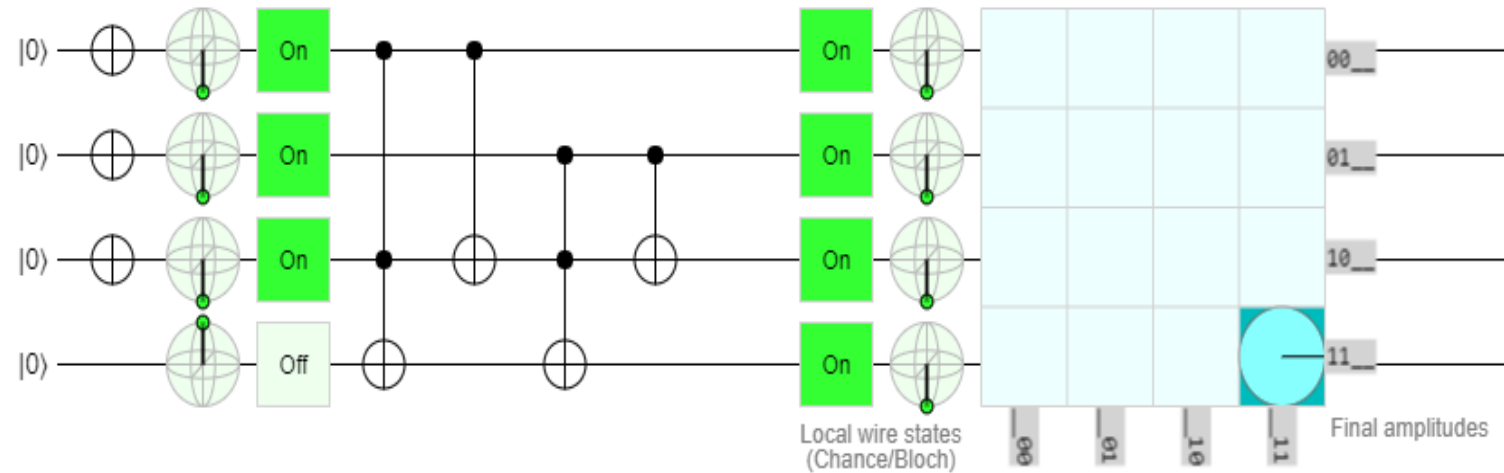
HNG ως XNOR and OR: Εξομοίωση για A=1 B=0

| A | B | R | S |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |



HNG ως XNOR and OR: Εξομοίωση για A=B=1

| A | B | R | S |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |



HNG ως XOR AND NAND

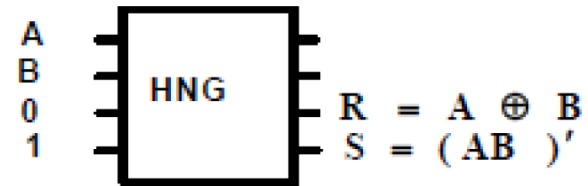


Fig.4 XOR and NAND gates.

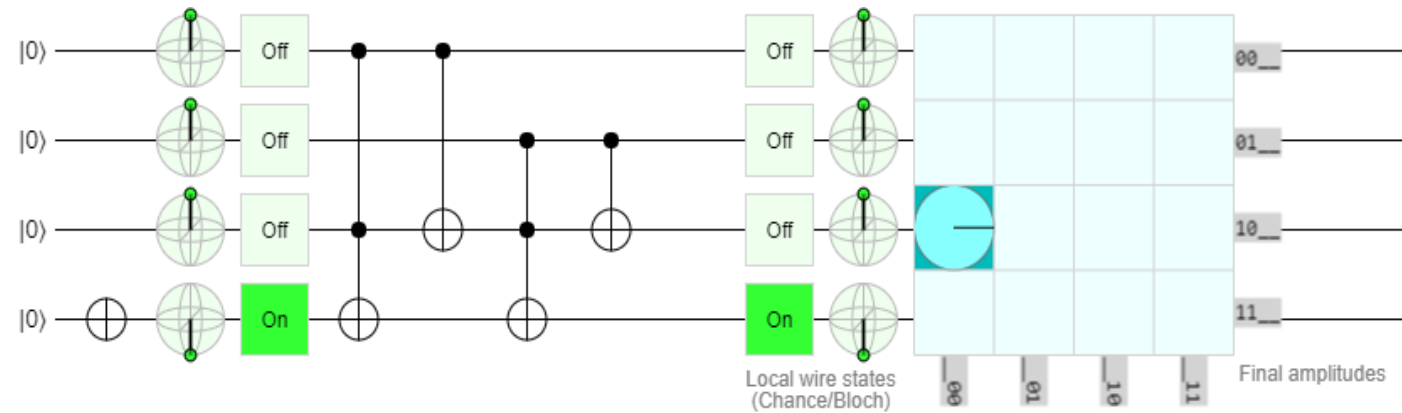
| A | B | C | D | P | Q | R | S |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Απλοποιώντας τον πίνακα αληθείας:

| A | B | R | S |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |

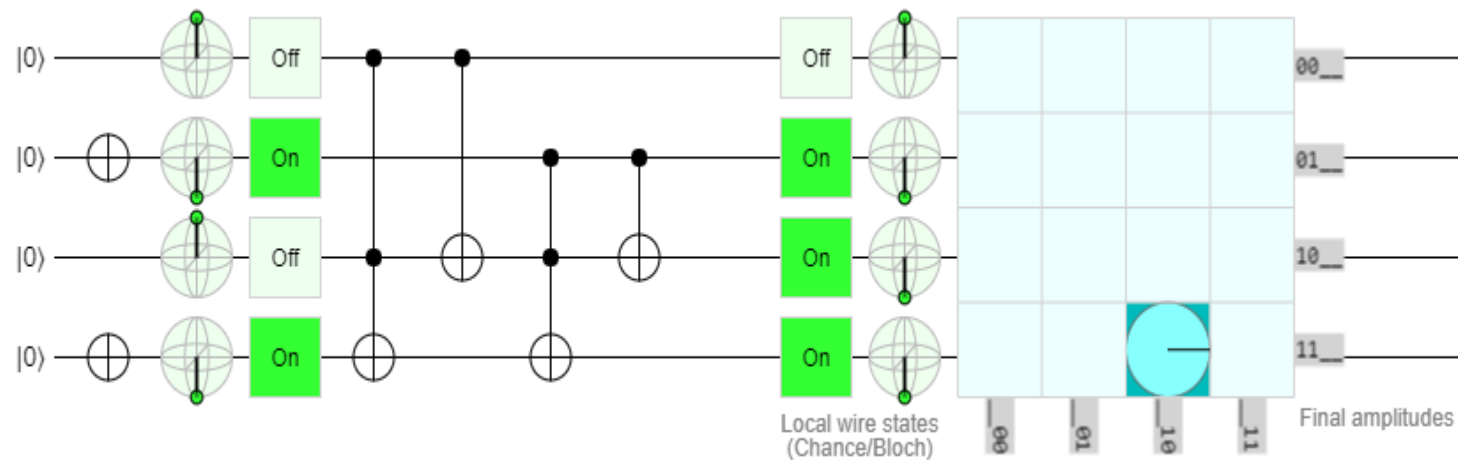
HNG ως XOR AND NAND : Εξομοίωση για A=B=0

| A | B | R | S |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |



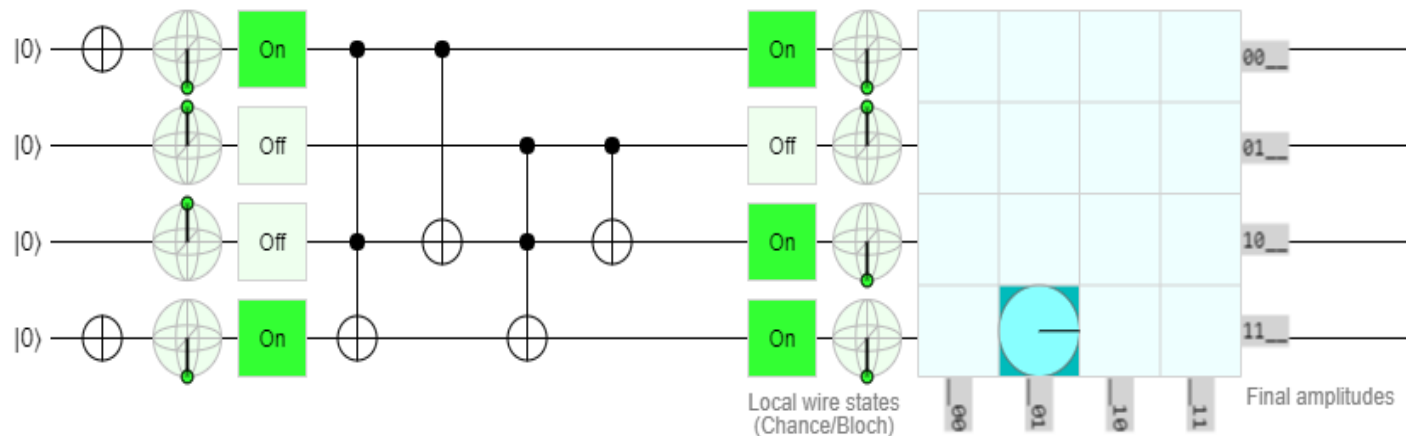
HNG ως XOR AND NAND : Εξομοίωση για A=0 B=1

| A | B | R | S |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |



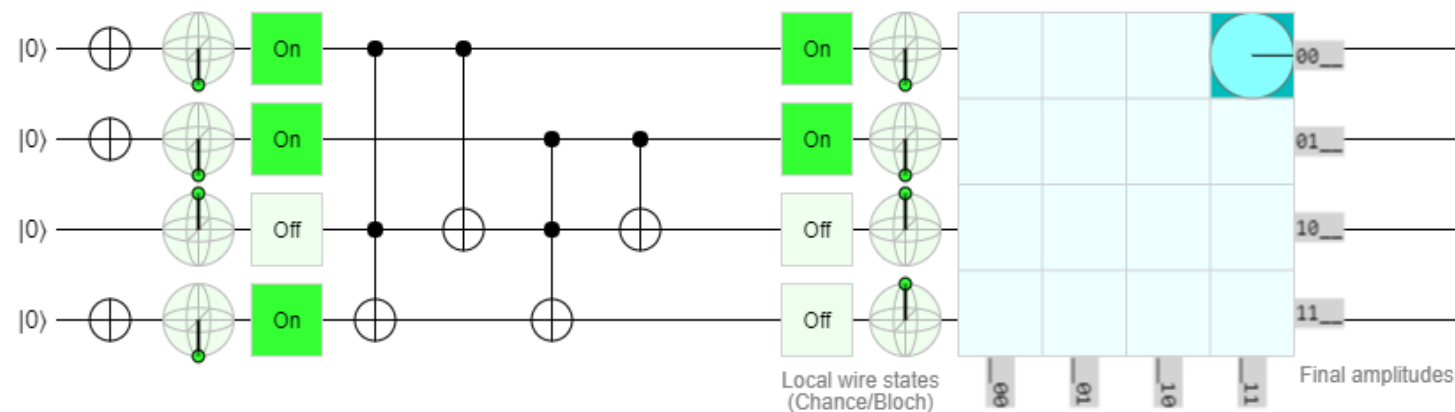
HNG ως XOR AND NAND : Εξομοίωση για A= 1 B=0

| A | B | R | S |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |

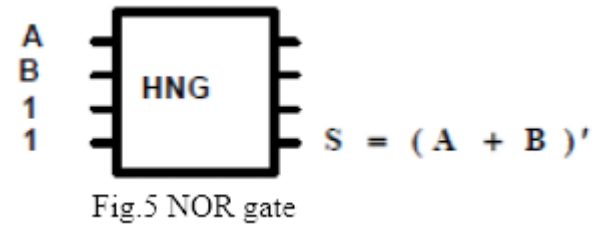


HNG ως XOR AND NAND : Εξομοίωση για A=B=1

| A | B | R | S |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |



HNG ως NOR



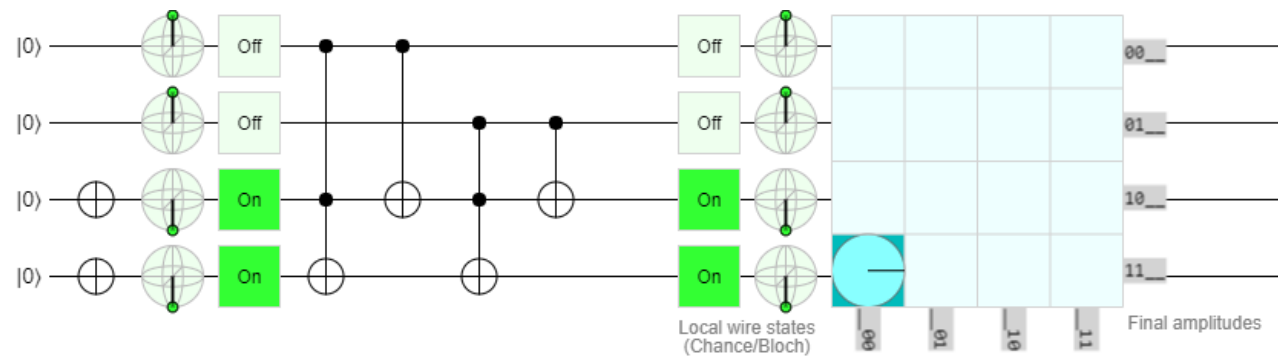
| A | B | C | D | P | Q | R | S |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Απλοποιώντας τον πίνακα αληθείας:

| A | B | S |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

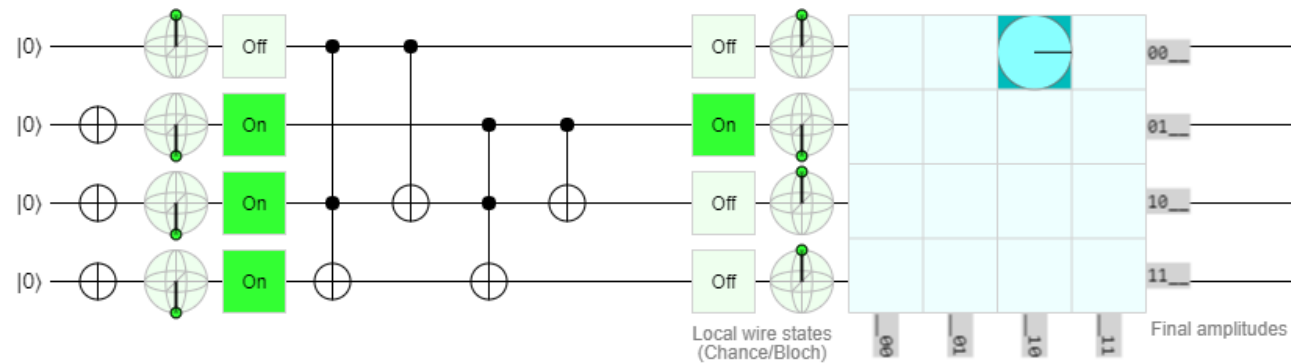
HNG ως NOR: Εξομοίωση για A=B=0

| A | B | S |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |



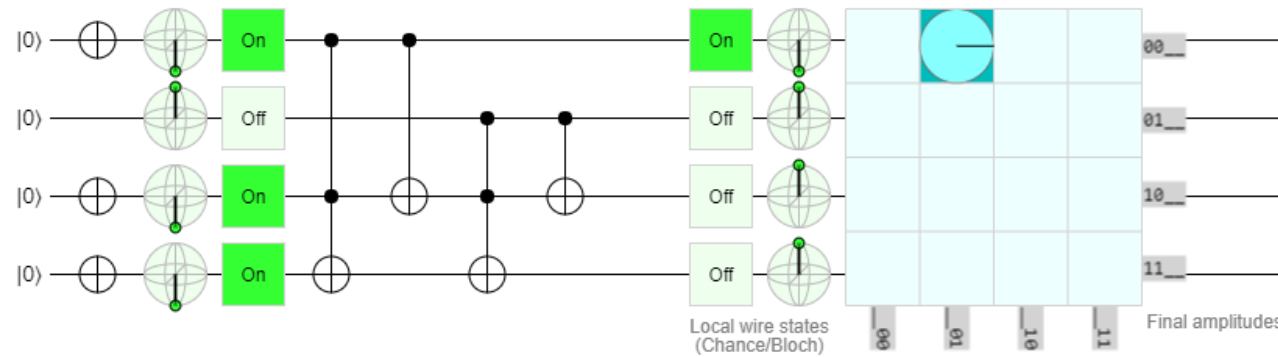
HNQ ως NOR: Εξομοίωση για A=0 B=1

| A | B | S |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |



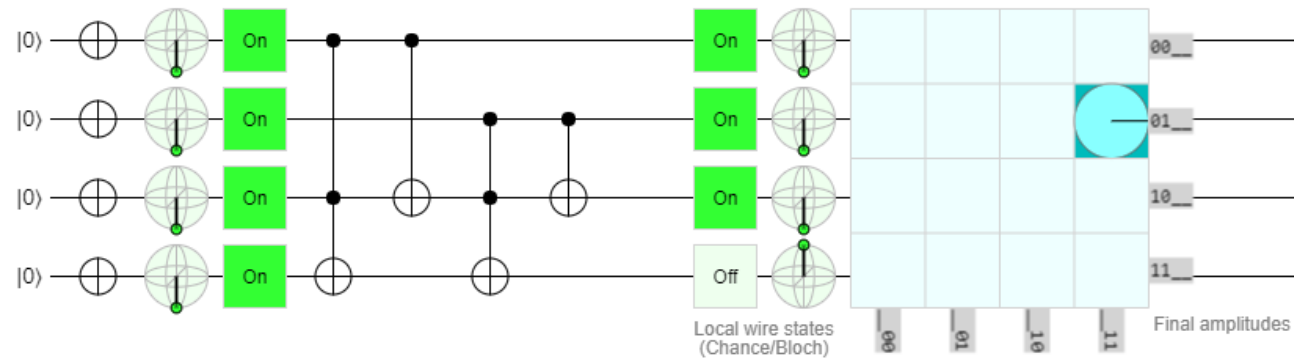
ΗNG ως NOR: Εξομοίωση για A=1 B=0

| A | B | S |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |



HNG ως NOR: Εξομοίωση για A=B=1

| A | B | S |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |



HNG ως NOT

| A | B | C | D | P | Q | R | S |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

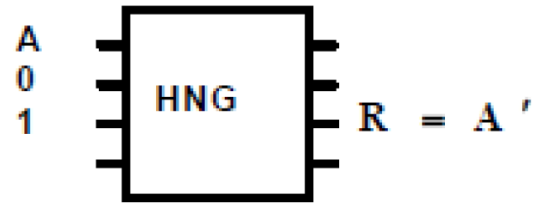
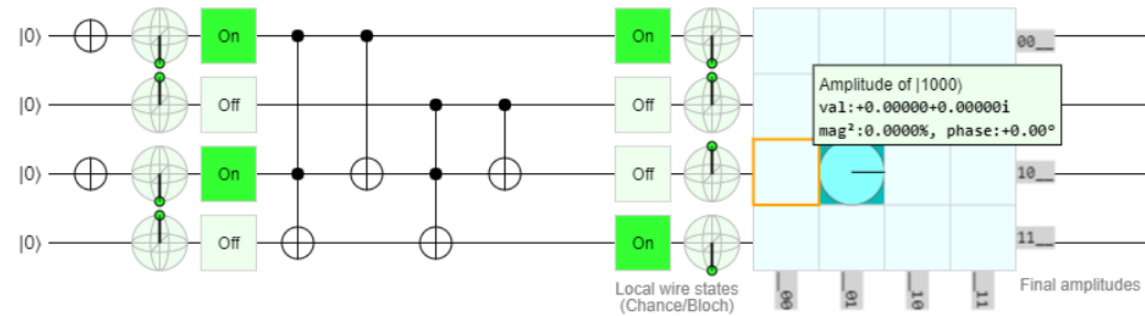
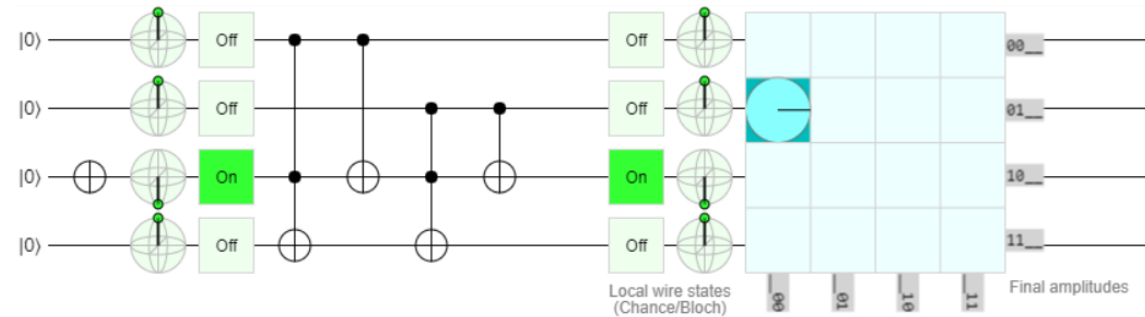


Fig.6 NOT gate.

Απλοποιώντας τον πίνακα αληθείας:

| A | R |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

HNG ως NOT: Εξομοίωση για $A=0$ & $A=1$



HNG ως AND

| A | B | C | D | P | Q | R | S |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

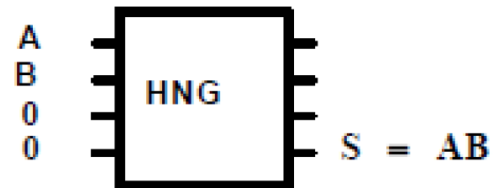


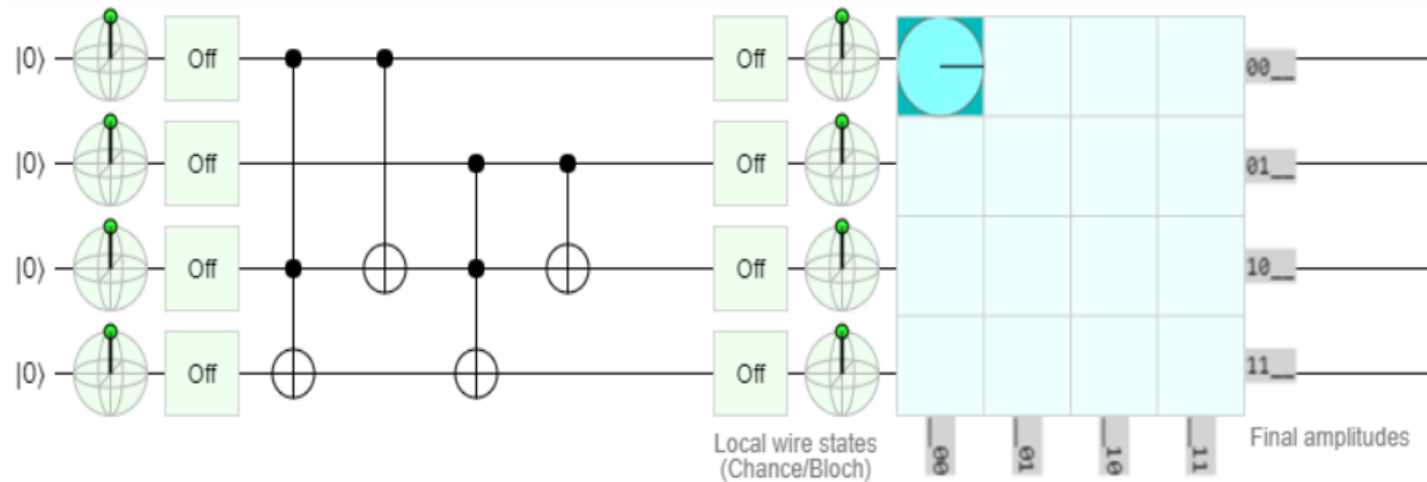
Fig.7 AND gate.

Απλοποιώντας τον πίνακα
αληθείας:

| A | B | S |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

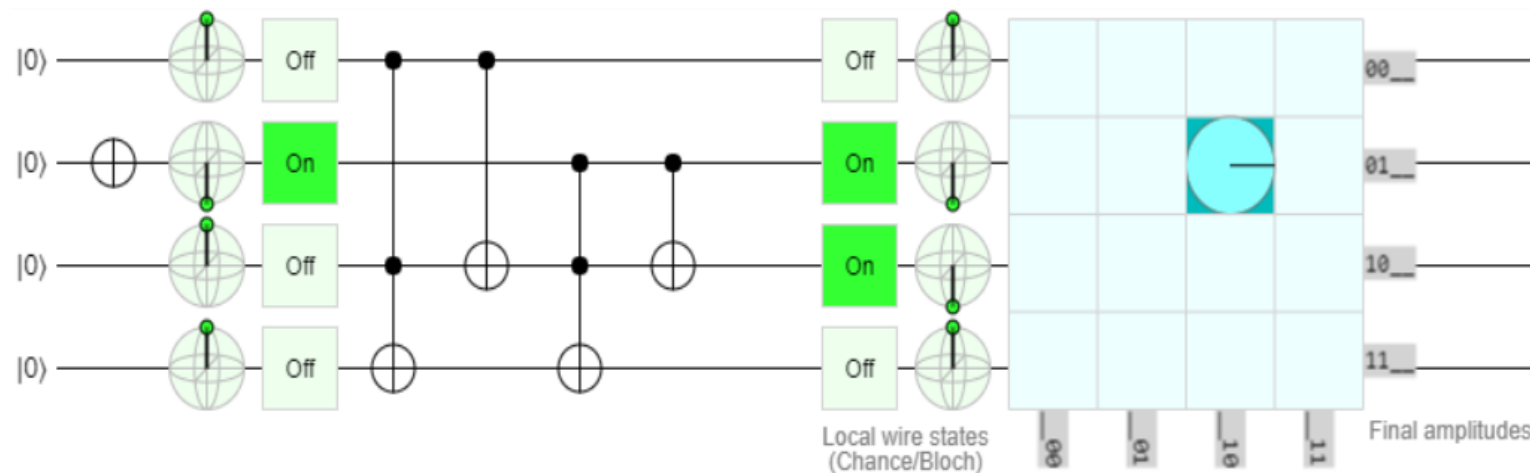
HNG ως AND Εξομοίωση για A=0 B=0

| A | B | S |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |



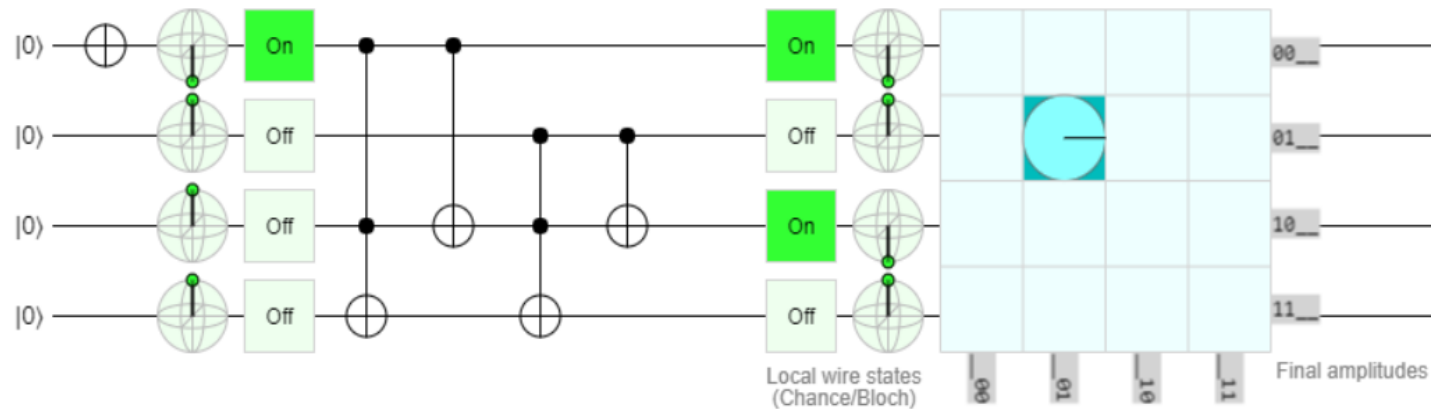
HNG ως AND Εξομοίωση για A=0 B=1

| A | B | S |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |



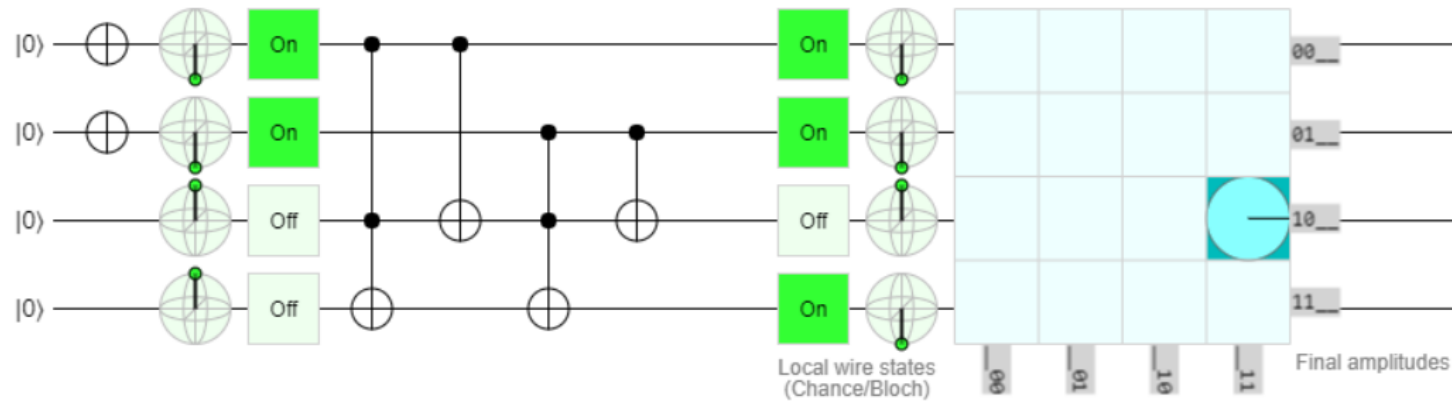
HNG ως AND Εξομοίωση για A=1 B=0

| A | B | S |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |



ΗNG ως AND Εξομοίωση για A=B=1

| A | B | S |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |



HNG GATE ως 4-BIT REVERSIBLE GATE

Πλήρης Αθροιστής

| A | B | C | D | P | Q | R | S |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

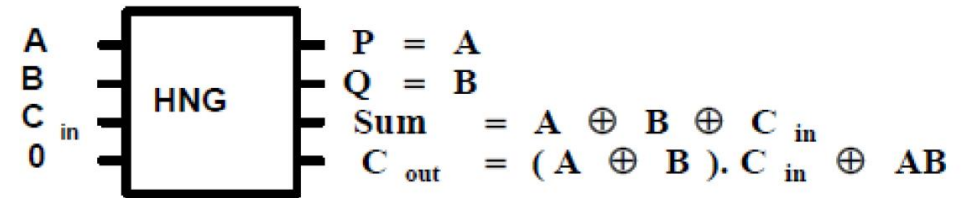


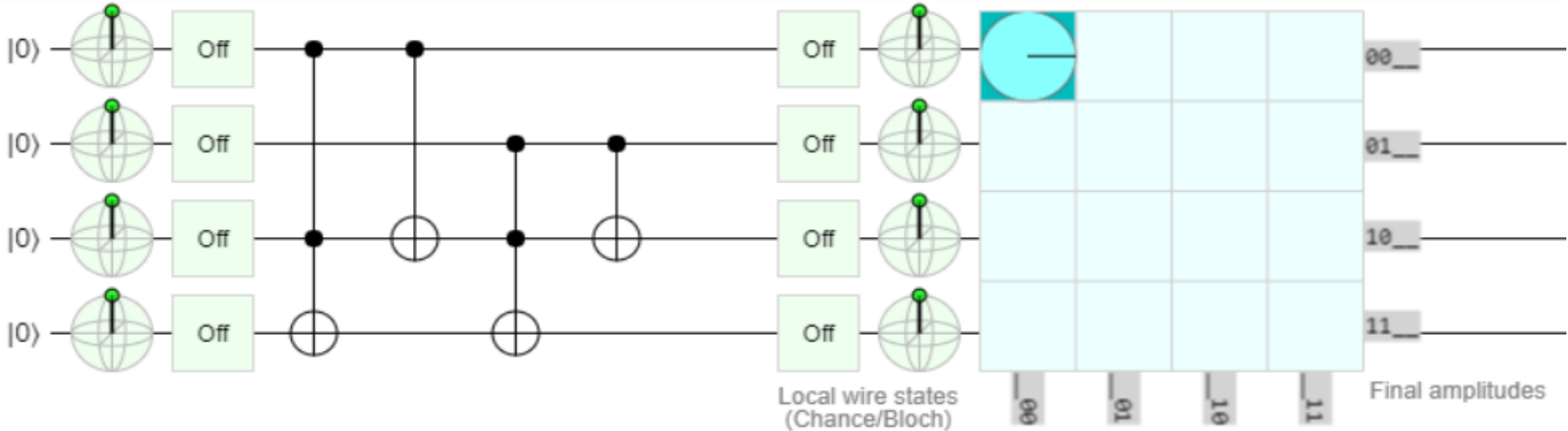
Fig.8 The HNG gate is a 4-bit reversible gate, which is a full adder.

Απλοποιώντας τον
πίνακα αληθείας:

| A | B | C | P | Q | Sum | C_out |
|---|---|---|---|---|-----|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

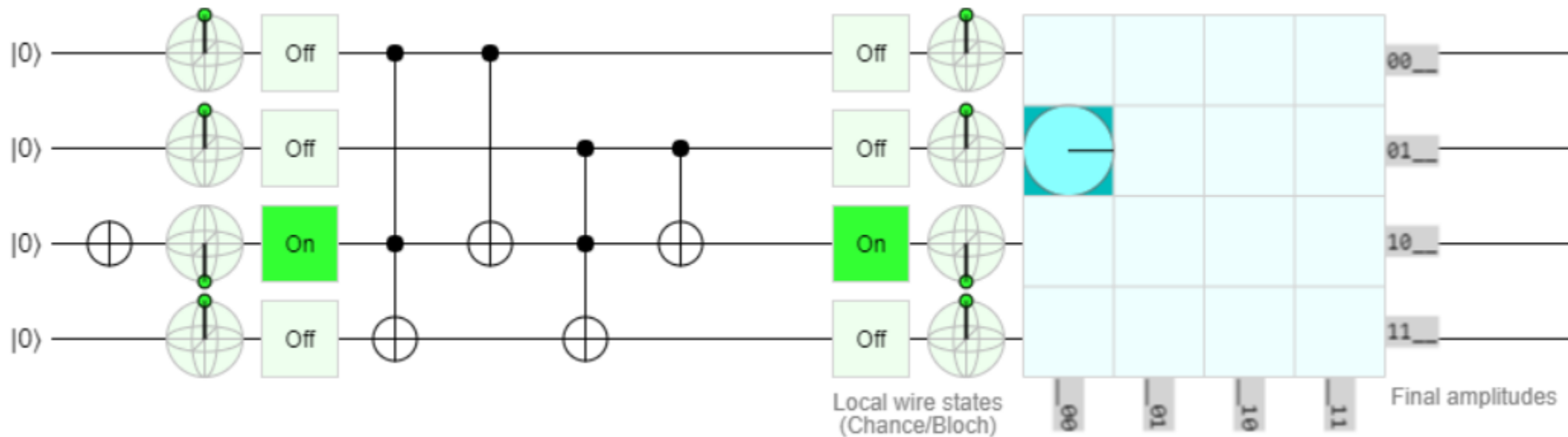
HNG GATE ως FULL ADDER – Εξομοίωση για A=0 B=0 C=0

| A | B | C | P | Q | Sum | C_out |
|---|---|---|---|---|-----|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



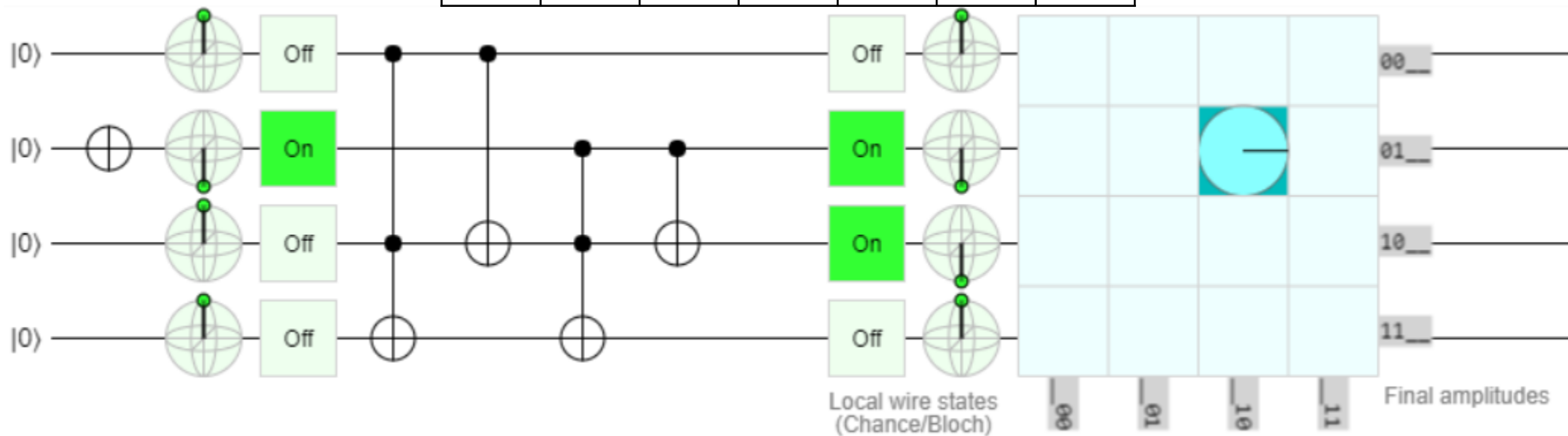
HNG GATE ως FULL ADDER– Εξομοίωση για A=0 B=0 C=1

| A | B | C | P | Q | Sum | C_out |
|---|---|---|---|---|-----|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



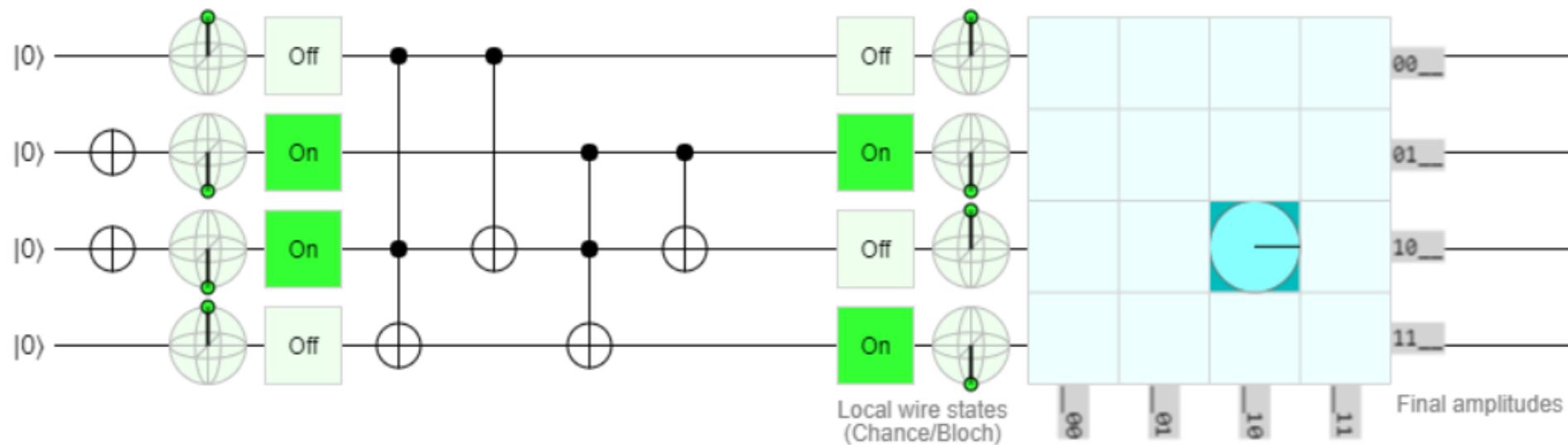
HNG GATE ως FULL ADDER– Εξομοίωση για A=0 B=1 C=0

| A | B | C | P | Q | Sum | C_out |
|---|---|---|---|---|-----|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



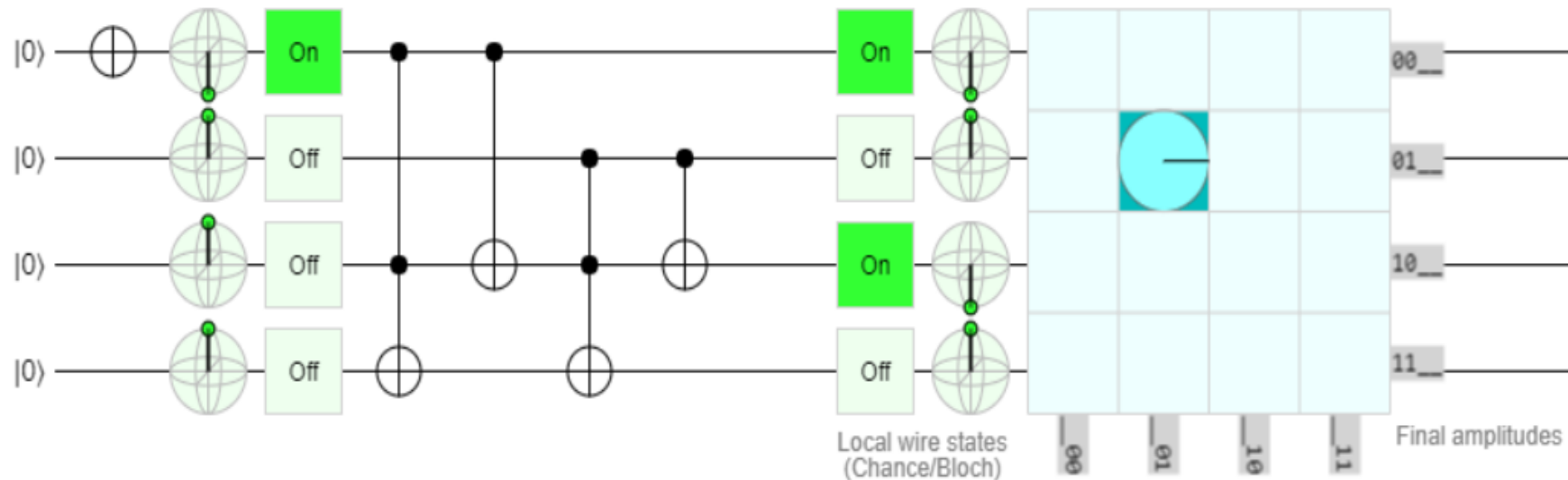
HNG GATE ως FULL ADDER– Εξομοίωση για A=0 B=1 C=1

| A | B | C | P | Q | Sum | C_out |
|---|---|---|---|---|-----|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



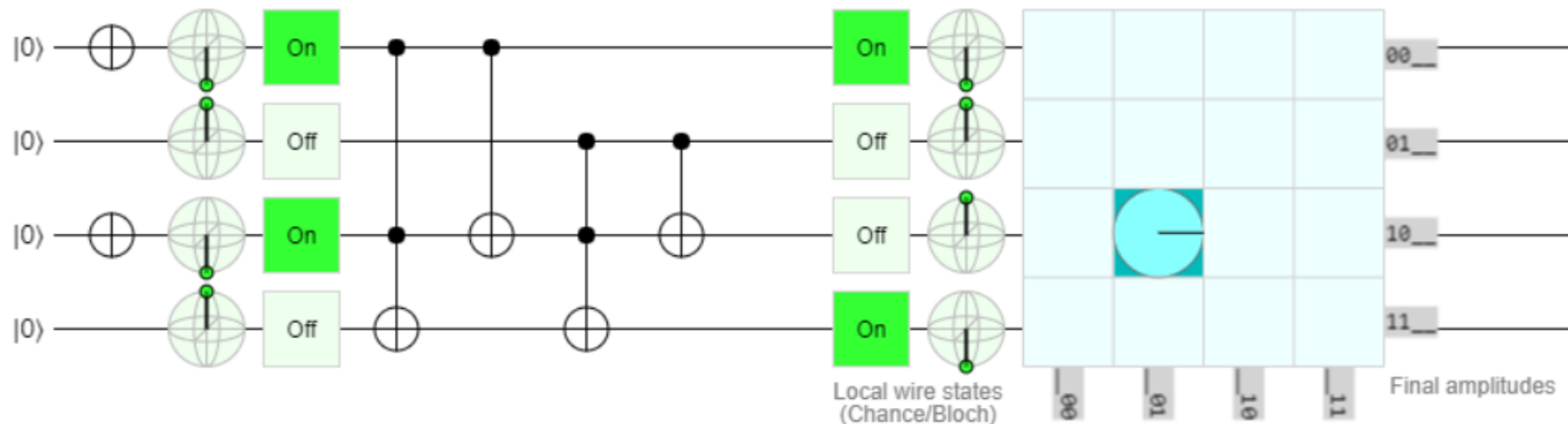
HNG GATE ως FULL ADDER– Εξομοίωση για A=1 B=0 C=0

| A | B | C | P | Q | Sum | C _{out} |
|---|---|---|---|---|-----|------------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



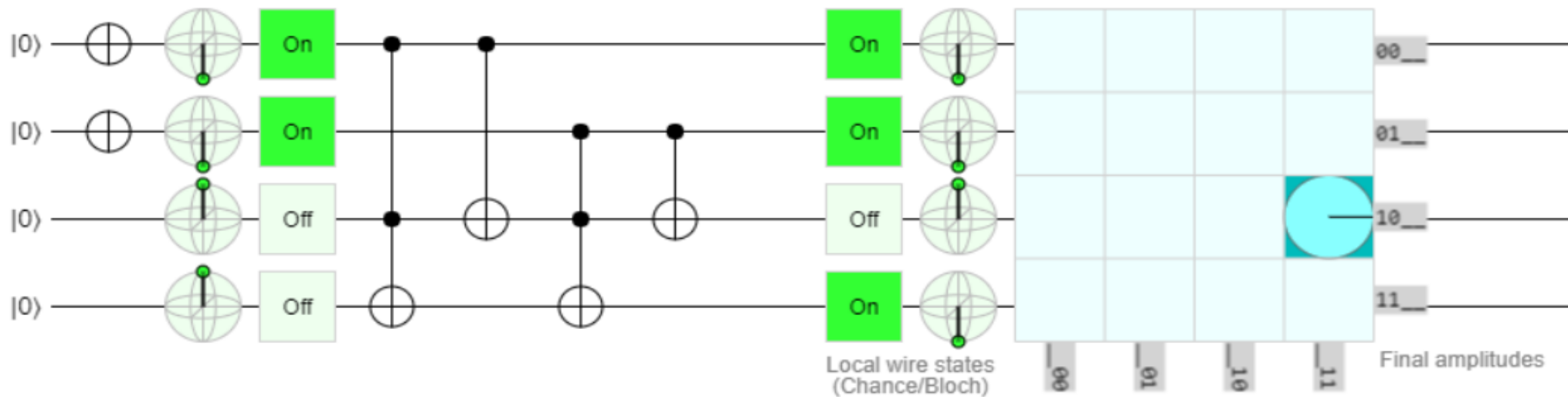
HNG GATE ως FULL ADDER– Εξομοίωση για A=1 B=0 C=1

| A | B | C | P | Q | Sum | C_out |
|---|---|---|---|---|-----|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



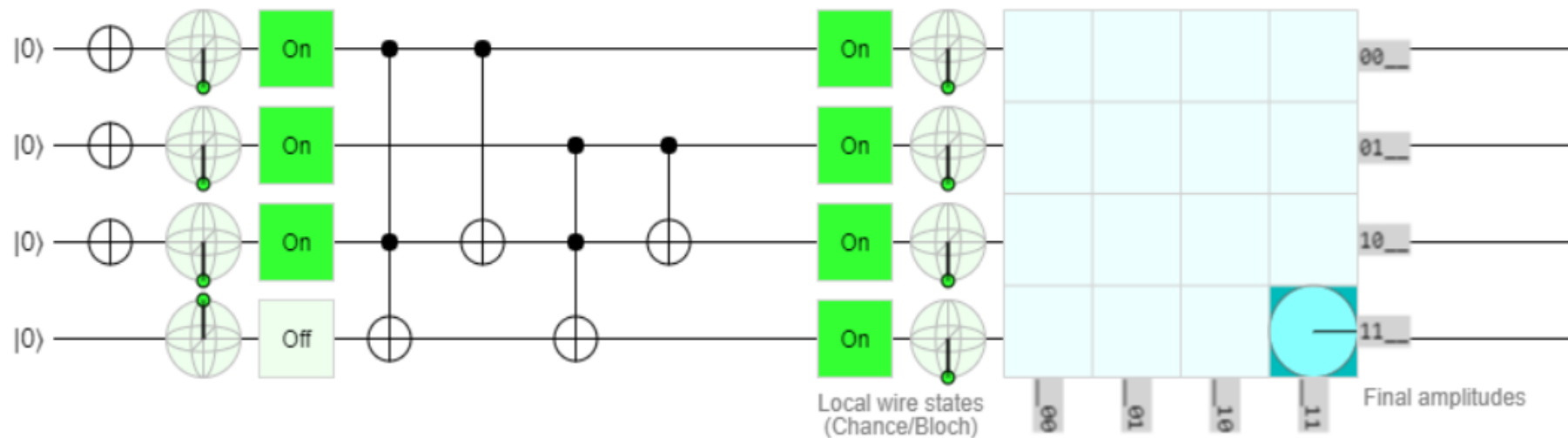
HNG GATE ως FULL ADDER– Εξομοίωση για A=1 B=1 C=0

| A | B | C | P | Q | Sum | C_out |
|---|---|---|---|---|-----|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



HNG GATE ως FULL ADDER– Εξομοίωση για A=1 B=1 C=1

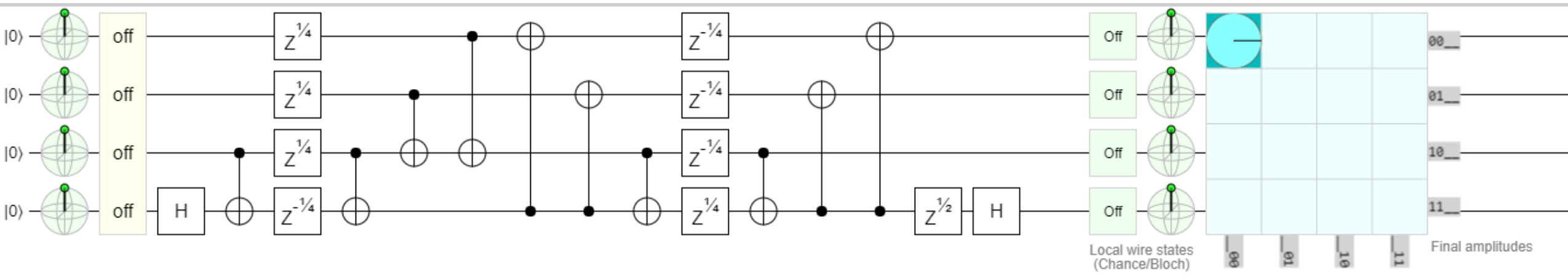
| A | B | C | P | Q | Sum | C_out |
|---|---|---|---|---|-----|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



HNG GATE ως FULL ADDER– Εξομοίωση 2 Toffoli gates στην CLIFFORD+T

A=B=C=0

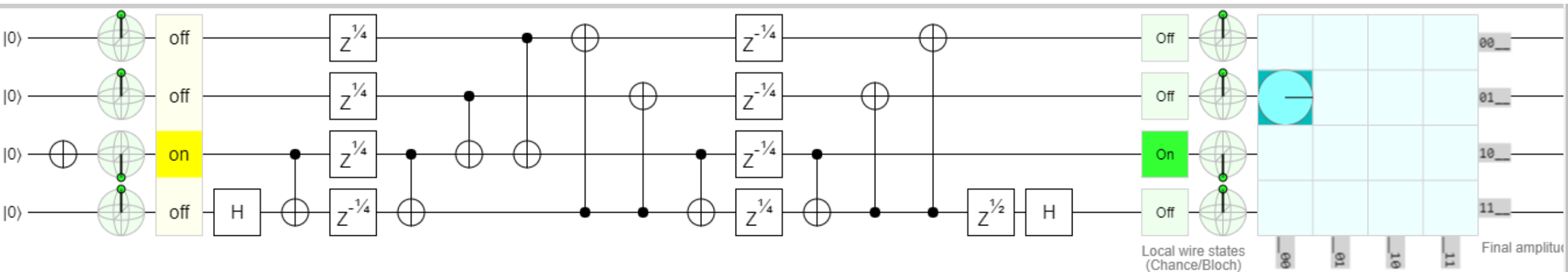
| A | B | C | P | Q | Sum | C_out |
|---|---|---|---|---|-----|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



HNG GATE ως FULL ADDER– Εξομοίωση 2 Toffoli gates στην CLIFFORD+T

A=0, B=0, C=1

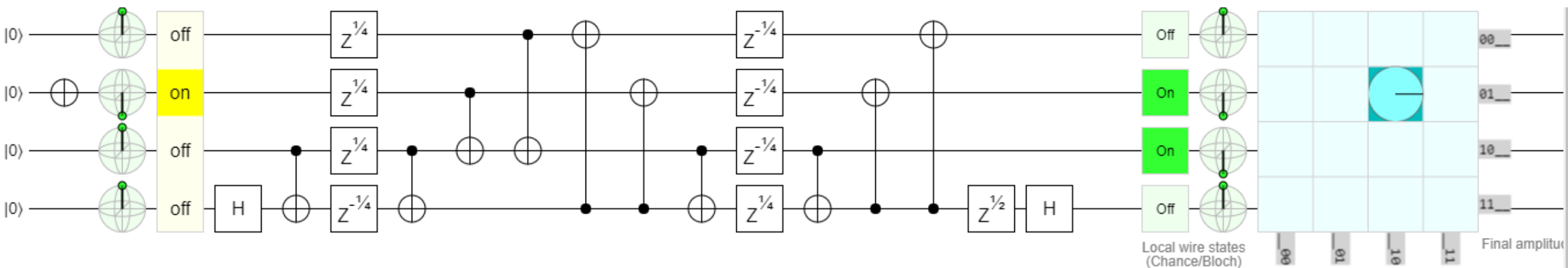
| A | B | C | P | Q | Sum | C_out |
|---|---|---|---|---|-----|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



HNG GATE ως FULL ADDER– Εξομοίωση 2 Toffoli gates στην CLIFFORD+T

A=0, B=1, C=0

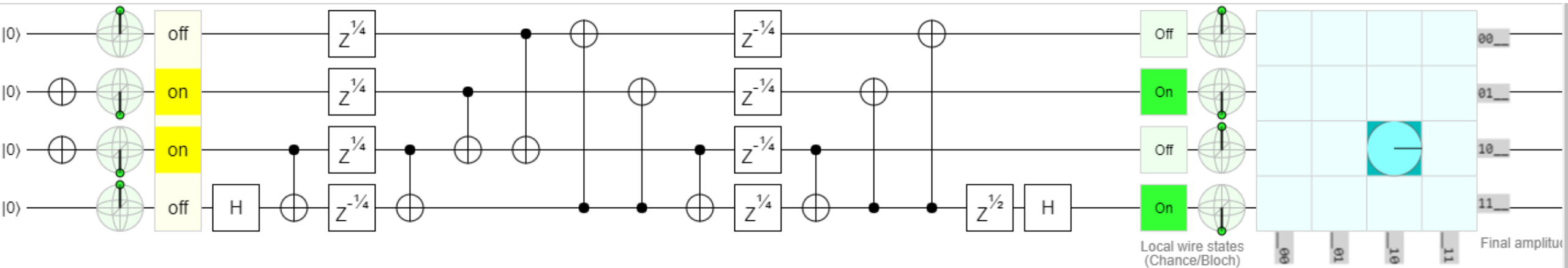
| A | B | C | P | Q | Sum | C_out |
|---|---|---|---|---|-----|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



HNG GATE ως FULL ADDER– Εξομοίωση 2 Toffoli gates στην CLIFFORD+T

A=0, B=1, C=1

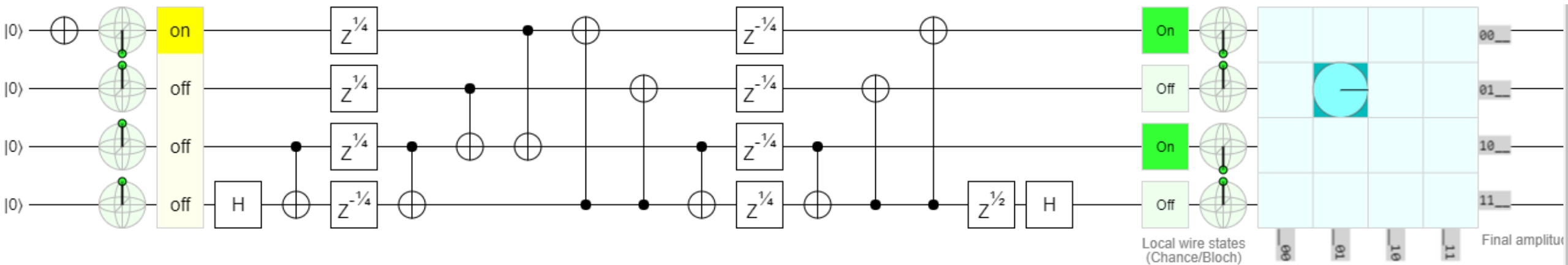
| A | B | C | P | Q | Sum | C_out |
|---|---|---|---|---|-----|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



HNG GATE ως FULL ADDER– Εξομοίωση 2 Toffoli gates στην CLIFFORD+T

A=1, B=0, C=0

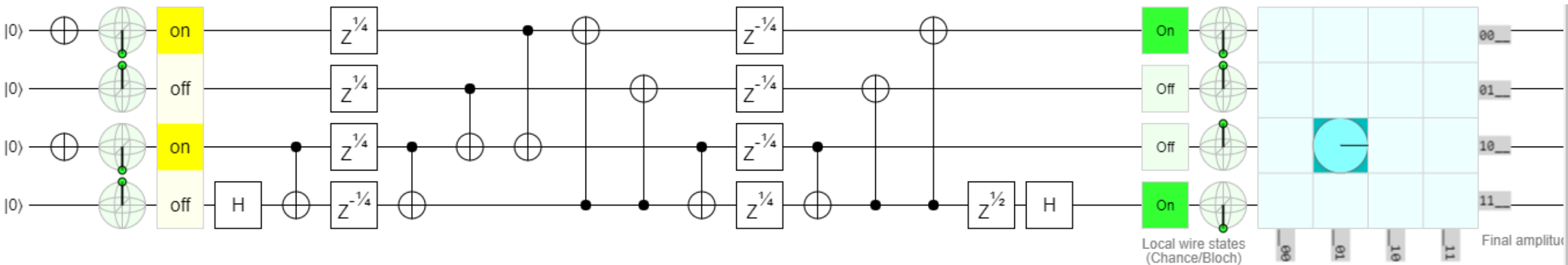
| A | B | C | P | Q | Sum | C_out |
|---|---|---|---|---|-----|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



HNG GATE ως FULL ADDER– Εξομοίωση 2 Toffoli gates στην CLIFFORD+T

A=1, B=0, C=1

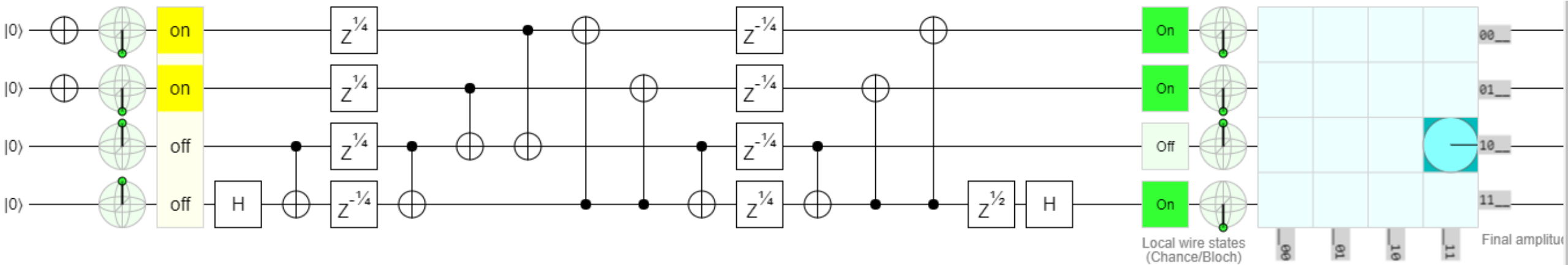
| A | B | C | P | Q | Sum | C_out |
|---|---|---|---|---|-----|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



HNG GATE ως FULL ADDER– Εξομοίωση 2 Toffoli gates στην CLIFFORD+T

A=1, B=1, C=0

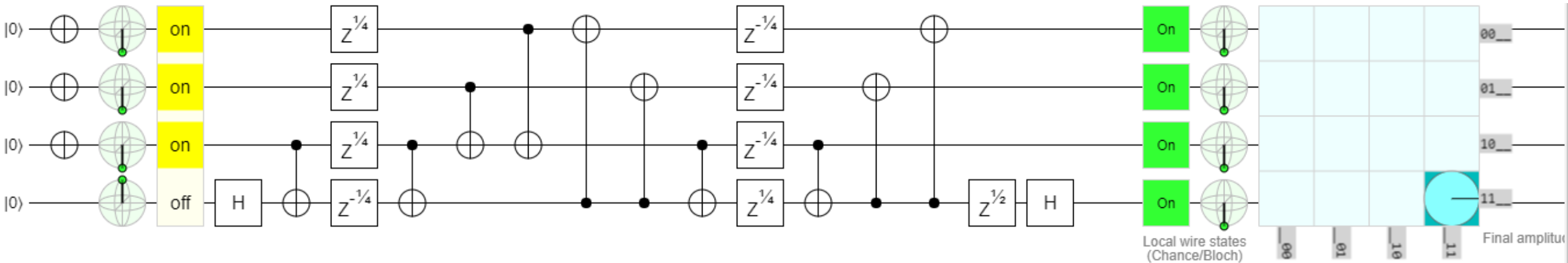
| A | B | C | P | Q | Sum | C_out |
|---|---|---|---|---|-----|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



HNG GATE ως FULL ADDER– Εξομοίωση 2 Toffoli gates στην CLIFFORD+T

A=B=C=1

| A | B | C | P | Q | Sum | C_out |
|---|---|---|---|---|-----|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



HNG GATE ως FULL ADDER– Εξομοίωση 2 Toffoli gates στην CLIFFORD+T Βίντεο Εξομοίωσης ως Αθροιστής

Welcome to Quirk
A drag-and-drop quantum circuit simulator.

Loading...

[Tutorial Video](#) [Source Code](#)

Example Circuits

- [Grover Search](#)
- [Shor Period Finding](#)
- [Bell Inequality Test \(CHSH\)](#)
- [Quantum Teleportation](#)
- [Superdense Coding](#)
- [Delayed Choice Eraser](#)
- [Symmetry Breaking](#)
- [Quantum Fourier Transform](#)
- [Reversible Addition](#)

www.thundershare.net

Συμπεράσματα Εξομοίωσης HNG GATE ως FULL ADDER με 2 Toffoli gates στην CLIFFORD+T

- Σύμφωνα με τον πίνακα αληθείας (απλοποιημένο) της HNG ως full adder, συμπεραίνουμε πως οι παραπάνω περιπτώσεις που παρουσιάστηκαν για όλες τις πιθανές εισόδους, φανερώνουν πως το κύκλωμα εξομοίωσης των 2 Toffoli gates στην Clifford+T λειτουργεί ως full adder (επιβεβαιώνεται ο πίνακας αληθείας) για όλους τους συνδυασμούς εισόδων A,B,C και D=0.

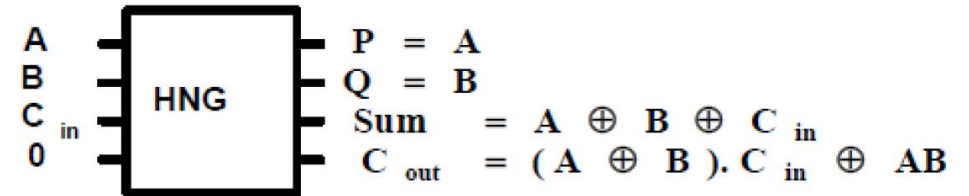


Fig.8 The HNG gate is a 4-bit reversible gate, which is a full adder.

| A | B | C | P | Q | Sum | C _{out} |
|---|---|---|---|---|-----|------------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



Αποτελέσματα



Αποτελέσματα Πλήρη Αθροιστή

- ❑ Τα αποτελέσματα της εξομοίωσης της πύλης HNG υποδεικνύουν πως λειτουργεί ως 4-bit reversible full adder - πλήρης αθροιστής, όπως ακριβώς αναμενόταν με βάση το θεωρητικό υπόβαθρο.
- ❑ Η εξομοίωση του κυκλώματος παρατίθεται στον εξής σύνδεσμο, καθώς επίσης παρουσιάζεται και στις παρακάτω διαφάνειες(ως βίντεο screen-record).
- ❑ Σύνδεσμος εξομοίωσης πύλης HNG ως πλήρης αθροιστής:
 - [http://algassert.com/quirk#circuit={%22cols%22:\[\[%22Counting3%22\],\[%22Bloch%22,%22Bloch%22,%22Bloch%22,%22Bloch%22\],\[%22Chance%22,%22Chance%22,%22Chance%22,%22Chance%22\],\[%22%E2%80%A2%22,1,%22%E2%80%A2%22,%22X%22\],\[%22%E2%80%A2%22,1,%22X%22\],\[1,%22%E2%80%A2%22,%22%E2%80%A2%22,%22X%22\],\[1,%22%E2%80%A2%22,%22X%22\]\]}](http://algassert.com/quirk#circuit={%22cols%22:[[%22Counting3%22],[%22Bloch%22,%22Bloch%22,%22Bloch%22,%22Bloch%22],[%22Chance%22,%22Chance%22,%22Chance%22,%22Chance%22],[%22%E2%80%A2%22,1,%22%E2%80%A2%22,%22X%22],[%22%E2%80%A2%22,1,%22X%22],[1,%22%E2%80%A2%22,%22%E2%80%A2%22,%22X%22],[1,%22%E2%80%A2%22,%22X%22]]})

Βίντεο Εξομοίωσης κυκλώματος ΗΝG



Βίντεο Εξομοίωσης κυκλώματος HNG (click στο κύκλωμα)

Quirk: Quantum Circuit S

algassert.com/quirk#circuit={"cols":["Counting3"],["Bloch","Bloch","Bloch","Bloch"],["Chance","Chance","Chance","Chance"],["*","1","*","X"],["*","1","X"],["1","*","*","X"],["1","*","X"]]}

Welcome to Quirk
A drag-and-drop quantum circuit simulator.

Loading...

Tutorial Video

Source Code

Example Circuits

- [Grover Search](#)
- [Shor Period Finding](#)
- [Bell Inequality Test \(CHSH\)](#)
- [Quantum Teleportation](#)
- [Superdense Coding](#)
- [Delayed Choice Eraser](#)
- [Symmetry Breaking](#)
- [Quantum Fourier Transform](#)
- [Reversible Addition](#)

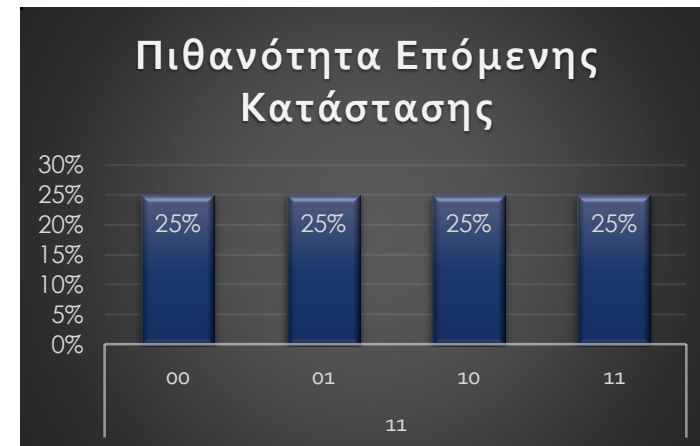
www.thundershare.net

Αναμονή για κεντρικό υπολογιστή play.google.com...

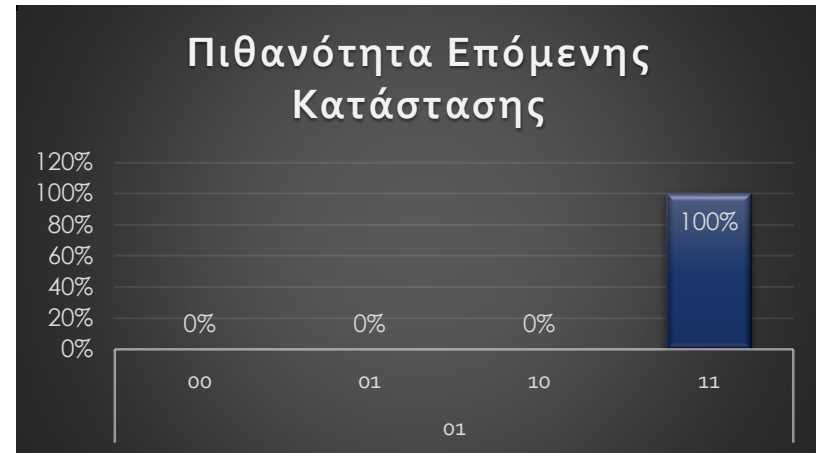
Ραβδόγραμμα Αποτελεσμάτων Εξόδου του ΗΝG



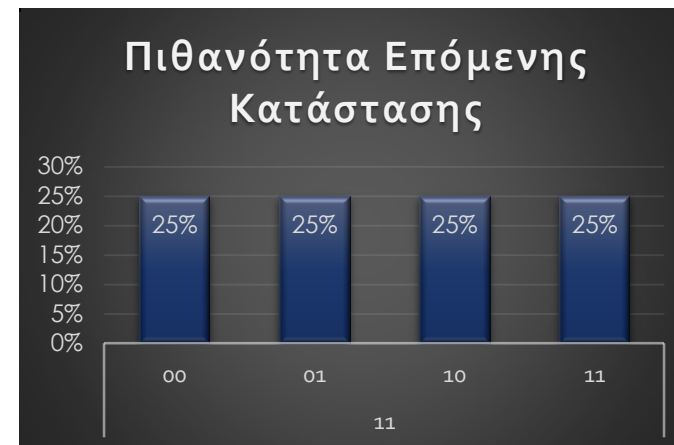
Ραβδογράμματα Αποτελεσμάτων Εξόδου Πύλης Hadamard



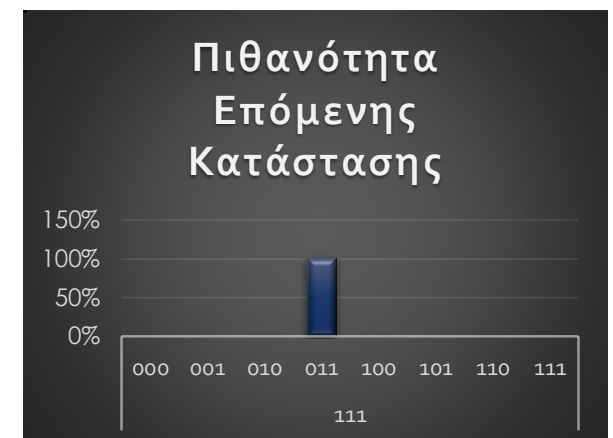
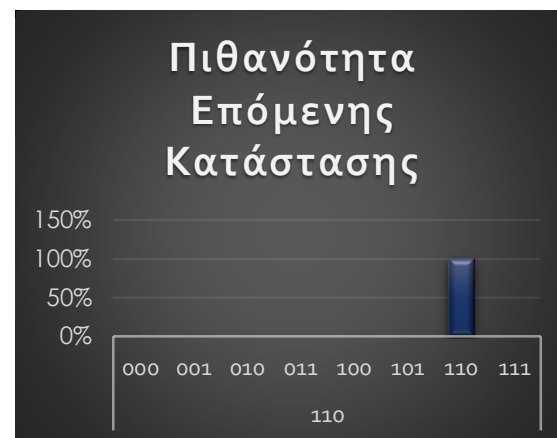
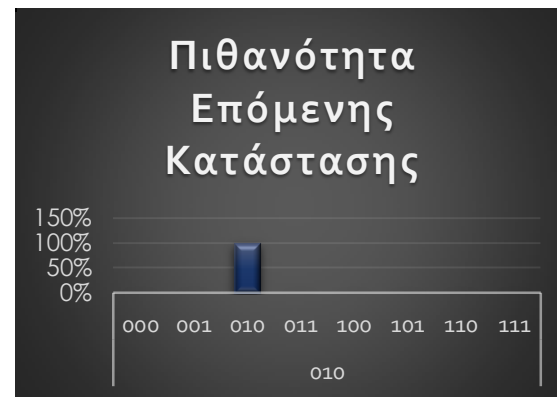
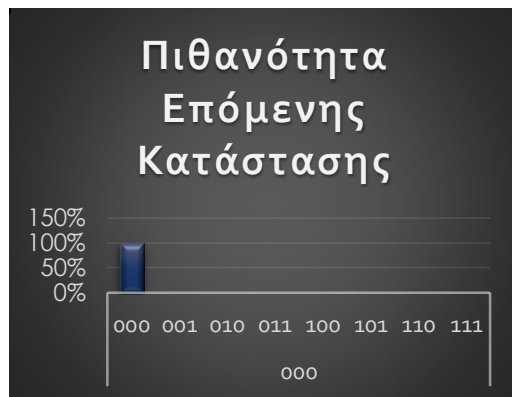
Ραβδογράμματα Αποτελεσμάτων Εξόδου Πύλης CNOT



Ραβδογράμματα Αποτελεσμάτων Εξόδου Πύλης Hadamard+CNOT



Ραβδογράμματα Αποτελεσμάτων Εξόδου Πύλης Toffoli



Συγκριτικός Πίνακας μεταξύ των αναμενόμενων
και Εξομοιωμένων Αποτελεσμάτων Εξόδου του
Κυκλώματος ΗΝG



Αποτελέσματα Εξομοίωσης HNG Πύλης

- ❑ Τα τελικά αποτελέσματα που προέκυψαν από την εξομοίωση της πύλης HNG ταυτίζονται με τα αναμενόμενα αποτελέσματα.
- ❑ Επιβεβαιώθηκε πως η HNG λειτουργεί σωστά ως:
 - XNOR and OR
 - XOR and NAND
 - HNG as NOR
 - HNG as NOT
 - HNG as AND
 - HNG as 4-bit reversible full adder

Συγκριτικός Πίνακας μεταξύ των αναμενόμενων και Εξομοιωμένων Αποτελεσμάτων Εξόδου του Κυκλώματος HNG

| Αναμενόμενα Αποτελέσματα εξόδου της HNG | Εξομοιωμένα αποτελέσματα εξόδου της HNG |
|---|---|
| XNOR and OR | ✓ |
| XOR and NAND | ✓ |
| HNG as NOR | ✓ |
| HNG as NOT | ✓ |
| HNG as AND | ✓ |
| HNG as 4-bit reversible full adder | ✓ |



Βιβλιογραφία και Πηγές Πληροφοριών



Βιβλιογραφία

- ❑ Καραφυλλίδης «Κβαντική Υπολογιστική» - https://repository.kallipos.gr/bitstream/11419/216/7/%CE%9A%CE%92%CE%91%CE%9D%CE%A4%CE%99%CE%9A%CE%97%CE%A5%CE%A0%CE%9F%CE%9B%CE%9F%CE%93%CE%99%CE%A3%CE%A4%CE%99%CE%9A%CE%97_144.pdf
- ❑ Κώνστα «Κβαντική Φυσική» - http://www.physics.ntua.gr/cv/kvantikh_fysikh_amalia_konsta.pdf
- ❑ Majid Haghparast and Keivan Navi «A Novel Reversible BCD Adder For Nanotechnology Based Systems» - <http://thescipub.com/pdf/10.3844/ajassp.2008.282.288>
- ❑ <https://github.com/Strilanc/Quirk/wiki/How-to-use-Quirk>
- ❑ <http://algassert.com/2016/05/22/quirk.html>