

Παράλληλη Επεξεργασία Εαρινό Εξάμηνο 2023-2024

Εργασία "Παράλληλη Ολική Βελτιστοποίηση"

Προθεσμία Δήλωσης Ομάδας: 24.05.2024
Τελική Ημερομηνία Παράδοσης: 01.07.2024

1. Εισαγωγή

Η ολική βελτιστοποίηση αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα θέματα έρευνας στον τομέα των εφαρμοσμένων μαθηματικών. Έχει πολύ σημαντικές εφαρμογές σε διάφορα πεδία επιστημών, όπως οικονομία, χημεία, βιολογία και μηχανική.

Στόχος της ολικής βελτιστοποίησης είναι η εύρεση μίας λύσης εντός ενός συνόλου λύσεων στο οποίο η αντικειμενική συνάρτηση αποκτά τη μικρότερη τιμή της, δηλαδή το ολικό ελάχιστο. Επομένως, η ολική βελτιστοποίηση δεν στοχεύει απλά στον καθορισμό ενός τοπικού ελαχίστου αλλά στο μικρότερο τοπικό ελάχιστο από το σύνολο των λύσεων.

Για την εύρεση ενός τοπικού ελαχίστου έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι. Ο αλγόριθμος MDS (Multi-Dimensional Search) λειτουργεί σε ένα πολύτοπο (simplex) σημείων του χώρου αναζήτησης. Ο αλγόριθμος εφαρμόζει ένα σύνολο από πράξεις (reflections, expansions, contractions) στο simplex ώστε να εξασφαλίσει την σύγκλιση σε ένα τοπικό ελάχιστο. Ο αλγόριθμος είναι ντετερμινιστικός, δεν βασίζεται σε τυχαίους αριθμούς και δεν χρησιμοποιεί παραγώγους παρά μόνο κλήσεις της συνάρτησης που μπορούν να εκτελεστούν ταυτόχρονα.

Σε κάθε επανάληψη t του αλγορίθμου, διατηρείται ένα simplex διάστασης n : $S(t) = \{x(t)_0, x(t)_1, \dots, x(t)_n\}$, $x(t)_i \in \mathbb{R}^n$. Το κέντρο του simplex αποτελεί μια προσέγγιση στο ελάχιστο. Η τιμή της συνάρτησης υπολογίζεται στις n κορυφές του simplex και η καλύτερη κορυφή ορίζεται ως αυτή με τη μικρότερη τιμή συνάρτησης. Οι κορυφές αναδιατάσσονται έτσι ώστε η μετάβαση στην επόμενη επανάληψη να πραγματοποιείται περιστρέφοντας το simplex γύρω από σημείο $x(t)_0$ και επιχειρώντας μια ανάκλαση. Στη συνέχεια, η αντικειμενική συνάρτηση αξιολογείται στις n κορυφές του ανακλώμενου simplex. Εάν η τιμή της συνάρτησης μειωθεί, τότε επιχειρείται ένα βήμα επέκτασης για την παραγωγή ενός ακόμη μεγαλύτερου ανακλώμενου simplex. Εάν η ανάκλαση δεν παράγει μικρότερη τιμή συνάρτησης (από αυτή του άξονα περιστροφής), τότε επιχειρείται ένα βήμα συστολής που μειώνει το μέγεθος του simplex.

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να ικανοποιηθεί ένα κριτήριο τερματισμού. Αυτό το κριτήριο μπορεί να είναι ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων, ο μέγιστος αριθμός κλήσεων της συνάρτησης ή ο εντοπισμός μη περαιτέρω προόδου σε μία επανάληψη.

Σας δίνεται μια υλοποίηση της μεθόδου MDS στο αρχείο *torczon.c*. Η συνάρτηση υπολογίζει ένα σημείο \mathbf{x} στο οποίο η μη γραμμική συνάρτηση $f(\mathbf{x})$ έχει ένα τοπικό ελάχιστο. Το σημείο \mathbf{x} είναι ένα n -διάστατο διάνυσμα και η τιμή της συνάρτησης $f(\mathbf{x})$ είναι βαθμωτή (scalar), δηλαδή ισχύει ότι $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^1$.

Η αντικειμενική συνάρτηση που θα χρησιμοποιηθεί στα πλαίσια της εργασίας του μαθήματος είναι η συνάρτηση Rosenbrock, η οποία ορίζεται ως εξής:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N-1} [(1 - x_i)^2 + 100(x_{i+1} - x_i^2)^2] \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^N.$$

Η συνάρτηση έχει καθολικό ελάχιστο στο σημείο $(1,1,\dots,1)$, όπου παίρνει την τιμή 0. Για περισσότερες πληροφορίες: http://en.wikipedia.org/wiki/Rosenbrock_function.

Μια προφανής πιθανοτική διαδικασία ολικής βελτιστοποίησης βασίζεται στην εφαρμογή ενός αλγορίθμου τοπικής βελτιστοποίησης σε διαφορετικά σημεία της συνολικής περιοχής αναζήτησης. Η διαδικασία

καλείται "Multistart" (Πολυεναρκτήρια Τοπική Αναζήτηση), με τα σημεία στα οποία εφαρμόζεται η τοπική βελτιστοποίηση να επιλέγονται με τυχαίο τρόπο.

2. Λογισμικό Ολικής Βελτιστοποίησης

Η παρούσα εργασία περιλαμβάνει μία εφαρμογή (multistart_mds_seq.c) που υλοποιεί **σειριακά** τη μέθοδο Multistart σύμφωνα με την περιγραφή στην προηγούμενη ενότητα. Η εφαρμογή επιλέγει **ntrials** τυχαία σημεία διάστασης **nvars**, καλεί τη μέθοδο MDS σε καθένα από αυτά για να βρει το τοπικό ελάχιστο και υπολογίζει το σημείο εκείνο που δίνει το ολικό ελάχιστο για τη συνάρτηση Rosenbrock, εκτυπώνοντας τελικά το σημείο αυτό καθώς και την τιμή της συνάρτησης στο συγκεκριμένο σημείο. Ως πεδίο αναζήτησης χρησιμοποιείται το διάστημα $[-2, 2]$ για κάθε μια από τις **nvars** διαστάσεις της συνάρτησης.

3. Παράλληλη Ολική Βελτιστοποίηση

Βασικός στόχος της εργασίας είναι η παραλληλοποίηση του λογισμικού ολικής βελτιστοποίησης, χρησιμοποιώντας τα διάφορα μοντέλα προγραμματισμού που μελετήθηκαν στα πλαίσια του μαθήματος. Συγκεκριμένα, η μέθοδος MDS θα πρέπει να εφαρμοστεί παράλληλα στα τυχαία σημεία που επιλέγονται από την εφαρμογή, ελαχιστοποιώντας έτσι τον χρόνο εύρεσης του σημείου που αντιστοιχεί στο ολικό ελάχιστο.

Τα μοντέλα προγραμματισμού τα οποία θα χρησιμοποιήσετε για την παραλληλοποίηση της εφαρμογής είναι τα ακόλουθα:

- **OpenMP**: πολλαπλά νήματα εφαρμόζουν τη μέθοδο MDS στα τυχαία σημεία.
- **OpenMP tasks**: όπως πριν αλλά χρησιμοποιώντας το μοντέλο εργασιών του OpenMP. Στην περίπτωση αυτή καλείστε να αξιοποιήσετε και τον παραλληλισμό εντός της μεθόδου MDS.
- **MPI**: πολλαπλές διεργασίες εφαρμόζουν τη μέθοδο στα τυχαία σημεία.

4. Μετρήσεις

Αφού ολοκληρώσετε τις παράλληλες εκδόσεις της εφαρμογής και βεβαιωθείτε για τη σωστή λειτουργία τους, θα μετρήσετε την απόδοσή τους ώστε να δείξετε την σωστή αξιοποίηση του διαθέσιμου πολυεπεξεργαστικού υλικού. Για κάθε μοντέλο προγραμματισμού θα πρέπει να μετρήσετε το χρόνο εκτέλεσης της εφαρμογής, για διάφορους αριθμούς επεξεργαστικών στοιχείων (νημάτων / διεργασιών κλπ). Για κάθε μοντέλο, μας ενδιαφέρει τόσο ο ελάχιστος χρόνος εκτέλεσης όσο και η χρονοβελτίωση (speedup) της εφαρμογής.

Ως σημείο αναφοράς για τα τελικά σας πειράματα, χρησιμοποιήστε τη συνάρτησης Rosenbrock για αρχικά 64 σημεία διάστασης 4.

5. Παραδοτέα

Θα πρέπει να παραδώσετε τα ακόλουθα:

1. Ένα συμπίεσμένο αρχείο **ZIP** με τον **φάκελο που έχει τους κώδικες σας και το Makefile**, ως άμεση επέκταση του κώδικα που σας δίνεται..
2. Ένα αρχείο **PDF** με την **αναλυτική γραπτή αναφορά** για την εργασία σας.

Στο εξώφυλλο της γραπτής αναφοράς θα συμπεριλάβετε το όνομα (**επώνυμο, όνομα**) και τον **ΑΜ** όλων των μελών της ομάδας. Στην αναφορά θα περιγράψετε και τεκμηριώνετε αναλυτικά τις παράλληλες υλοποιήσεις και τις σχεδιαστικές αποφάσεις σας και θα παρουσιάσετε τα αποτελέσματά σας (ενδεικτικά: τελικό ελάχιστο, συνολικός αριθμός κλήσεων της συνάρτησης, χρόνοι εκτέλεσης και γραφικές παραστάσεις).

Σχολιάστε τις διαφορές από την χρήση βελτιστοποιήσεων στο χρόνο εκτέλεσης της εφαρμογής και (κυρίως) στην χρονοβελτίωση. Γενικότερα, δώστε ιδιαίτερο βάρος στην αναφορά σε αυτά που κάνατε εσείς. Θα πρέπει επίσης να αναφέρετε τα βασικά χαρακτηριστικά του υπολογιστικού συστήματος στο οποίο εκτελέσατε τα προγράμματά σας.

Η διαμόρφωση της αναφοράς σας θα πρέπει να είναι παρόμοια με εκείνη που έχει χρησιμοποιηθεί για την παρουσίαση των λύσεων των ασκήσεων του μαθήματος. Η αναφορά θα πρέπει να περιλαμβάνει τις ακόλουθες ενότητες:

- α) Εισαγωγή
- β) Αναλυτική τεκμηρίωση παράλληλων υλοποιήσεων και τυχόν βελτιστοποιήσεων
- γ) Αποτελέσματα
- δ) Συμπεράσματα

6. Δήλωση ομάδας

Η εργασία θα πρέπει να γίνει σε ομάδες έως 4 ατόμων.

Ένα άτομο από κάθε ομάδα θα αναλάβει να δηλώσει την ομάδα του μέχρι την **Παρασκευή, 24/05/2024 και ώρα 23:59:59**. Το άτομο αυτό θα είναι επίσης υπεύθυνο για όλη την επικοινωνία της ομάδας καθ' όλη την διάρκεια του εξαμήνου και μέχρι την παράδοση της άσκησης. Η ομάδα θα δηλωθεί μέσω e-mail στην διεύθυνση phadjido@upatras.gr, και το e-mail θα πρέπει να έχει τον τίτλο: **[ParPro24] Δήλωση ομάδας**

Το περιεχόμενο του e-mail θα πρέπει να είναι ο ΑΜ και το ονοματεπώνυμο (επώνυμο, όνομα) του φοιτητή που κάνει την δήλωση της ομάδας, καθώς επίσης και τα αντίστοιχα στοιχεία (ΑΜ και ονοματεπώνυμο) για τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας.

7. Παράδοση εργασίας

Η παράδοση της εργασίας θα γίνει από τον υπεύθυνο της κάθε ομάδας στο "E-class" του μαθήματος. Για λόγους δικαιοσύνης και ισοτιμίας, εκπρόθεσμες εργασίες δεν θα ληφθούν υπόψη και δεν θα αξιολογηθούν. **Κάθε ομάδα θα παραδώσει μια φορά μόνο την εργασία (όχι κάθε φοιτητής ξεχωριστά).**

8. Βαθμολογία

Ο βαθμός της εργασίας αποτελεί το **20%** της τελικής βαθμολογίας του μαθήματος ενώ το υπόλοιπο **80%** προκύπτει από την τελική εξέταση. Αυτό ισχύει μόνο **εάν ο βαθμός της εργασίας βελτιώνει τον τελικό βαθμό**. Για να περάσει κάποιος φοιτητής το μάθημα **δεν είναι απαραίτητη η παράδοση** της εργασίας. Στην περίπτωση αυτή ο τελικός βαθμός προκύπτει από το **100%** της βαθμολογίας της γραπτής εξέτασης.

Η εργασία παραδίδεται ΜΟΝΟ κατά την εξεταστική Ιουνίου (υποβολές που θα γίνουν κατά την διάρκεια της εξεταστικής Σεπτεμβρίου ή της άτυπης εξεταστικής Φεβρουαρίου δεν θα γίνουν δεκτές).

Ο βαθμός της εργασίας διατηρείται μέχρι και την άτυπη εξεταστική Φεβρουαρίου 2025.

9. Επίλογος

Οι ασκήσεις είναι ομαδικές και είναι σημαντική η ενεργή συμμετοχή όλων των μελών της ομάδας αφού βασικός σκοπός της είναι η προετοιμασία σας για την τελική εξέταση του μαθήματος. Επιτρέπεται η επικοινωνία μεταξύ των ομάδων αλλά **αυστηρά όχι** η διαμοίραση κώδικα.

Για τυχόν απορίες ή διευκρινίσεις μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τη σελίδα του μαθήματος στο "E-Class" ή να επικοινωνήσετε με το διδάσκοντα μέσω e-mail, ξεκινώντας τον τίτλο (subject) κάθε e-mail με [ParPro24].

Αν απαιτείται, θα προστεθούν διευκρινίσεις, βοηθητικές πληροφορίες και απαντήσεις στο "E-Class".

Καλή επιτυχία!

Παναγιώτης Χατζηδούκας