



Εισαγωγή στη Βιοπληροφορική

Μερικές διαφάνειες από διαφάνειες βιβλίου Neil C. Jones, Pavel A. Pevzner, Εισαγωγή στους Αλγορίθμους Βιοπληροφορικής

Και από το βιβλίο: Dan Gusfield Algorithms on Strings, Trees and Sequences, Cambridge University Press,

(

Βασική Προεπεξεργασία (1)

(D. Gusfield)

- $Z_i(S)$ = το μήκος της μεγαλύτερης υποσυμβολοσειράς του S , που αρχίζει στο i και ταιριάζει πρόθεμα του S .
- Z-box at i = το σύνολο χαρακτήρων που αρχίζουν από i και τελειώνουν στη θέση $i+Z_i(S)-1$.
- Για κάθε i , r_i συμβολίζει το δεξιότερο άκρο των Z-boxes που ξεκινά από ή πριν τη θέση i . Διαφορετικά, r_i είναι η μεγαλύτερη τιμή του $j+Z_j-1$ για κάθε $2 \leq j \leq i$. Το αριστερό άκρο (j) το συμβολίζουμε ως l_j .

Βασική Προεπεξεργασία (2)

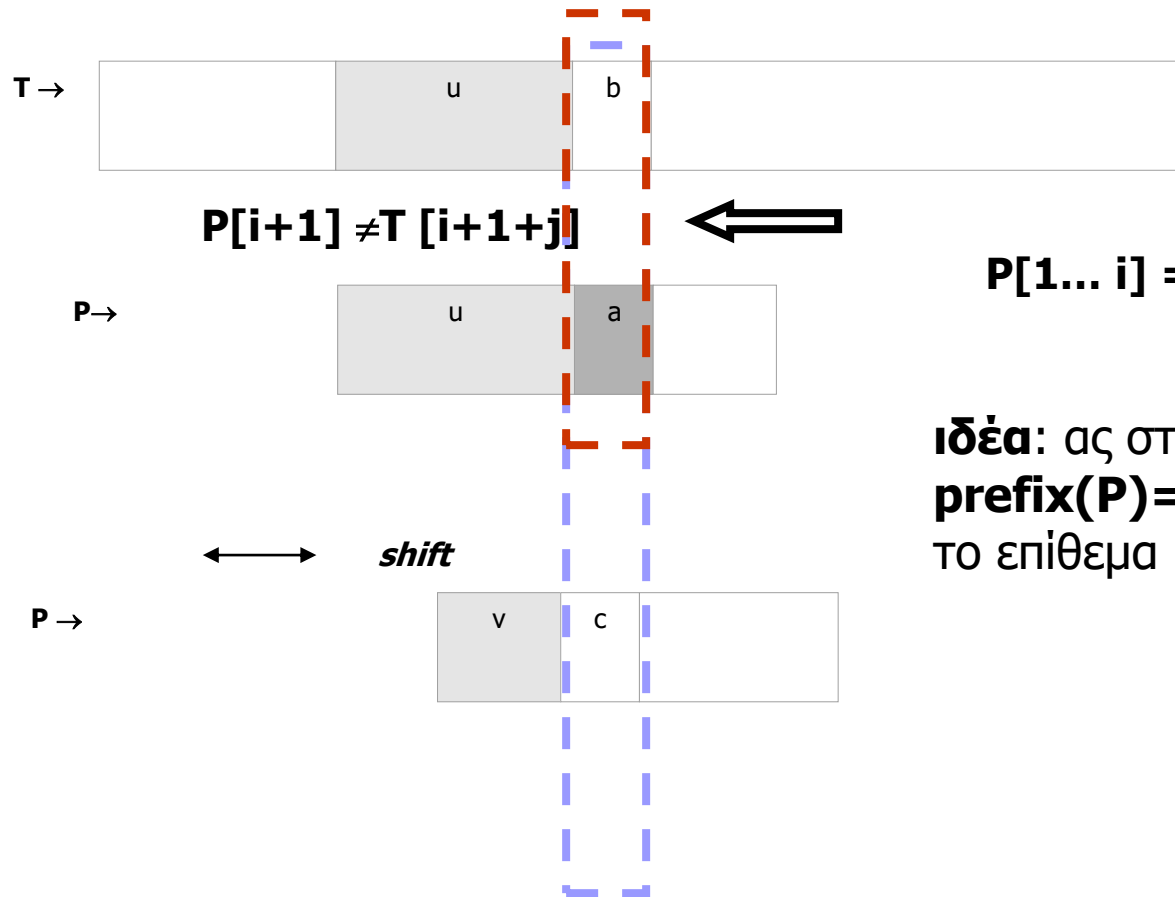
Δοθέντων Z_i για $i \leq k-1$ και r, l για Z_{k-1} :

1. If $k > r$, find Z_k explicitly. If $Z_k > 0$, $r = k + Z_k - 1$, $l = k$.
2. If $k \leq r$, $S[k..r]$ matches $S[k'..Z_l]$ and the substring at k matches a prefix of S of length $\geq \min(Z_{k'}, r - k + 1)$ ($k' = k - l + 1$)
 - 2.a. If $Z_{k'} < |S[k..r]|$ then $Z_k = Z_{k'}$, r, l remain unchanged
 - 2.b. Compare the characters starting at $r+1$ of S with the characters starting at $|S[k..r]|$ until a mismatch. Say the mismatch occurs at $q \geq r+1$. Then Z_k is $q - k$, r is set to $q - 1$ and l is set to k .

Βασική Προεπεξεργασία (3)

- Εφάρμοσε τον αλγόριθμο στην ακολουθία P\$T
- Κάθε τιμή $Z_i=m$, $i>m$ σηματοδοτεί match στη θέση $i-m-1$.
- Η μέθοδος μπορεί να υλοποιηθεί έτσι ώστε να απαιτεί επιπλέον (του χώρου αποθήκευσης P, T), $O(m)$ χώρο.
- Είναι μέθοδος που οι πολυπλοκότητές της είναι ανεξάρτητες από το μέγεθος του αλφαβήτου (ίδια ιδιότητα έχει ο αλγόριθμος Boyer Moore, Knuth Morris Pratt, όχι όμως ο Shift Or και ο αλγόριθμος Aho-Corasick)

Ο αλγόριθμος Knuth-Morris-Pratt



$$P[1 \dots i] = T[j \dots i+j-1] = u$$



ιδέα: ας στοιχίσουμε το μέγιστο πρόθεμα
prefix(P)=v με το αντίστοιχο τμήμα από
το επίθεμα **u** της ακολουθίας

Ας δούμε τον αλγόριθμο στην πράξη

1ο βήμα: Στοιχίζουμε την ακολουθία και το πρότυπο & συγκρίνουμε τους χαρακτήρες από αριστερά προς τα δεξιά

x	y	a	b	c	x	a	b	c	x	a	d	c	d	q	f	e	g	a	g	t	a	c	g
		1	2	3	4	5	6	7	8	9													
		a	b	c	x	a	b	c	d	e													



The table shows a sequence of characters and a template. The sequence is 'x y a b c x a b c x a d c d q f e g a g t a c g'. The template is 'a b c x a b c d e'. The characters 'x' at index 9 and 'a' at index 10 are highlighted with dashed orange boxes, indicating a mismatch.

2ο βήμα: Μετατοπίζω το πρότυπο κατά 4 θέσεις

x	y	a	b	c	x	a	b	c	x	a	d	c	d	q	f	e	g	a	g	t	a	c	g
						1	2	3	4	5	6	7	8	9									
						a	b	c	x	a	b	c	d	e									

The table shows the same sequence and template as before. The template 'a b c x a b c d e' is now shifted 4 positions to the right, starting at index 6. The characters 'q' at index 14 and 'f' at index 15 are highlighted with dashed blue boxes, indicating a mismatch.

Υλοποίηση KMP (1)

- Ορίζω ως $sh_i(P)$ το μήκος του μεγαλύτερου επιθέματος του $P[1..i]$ που ταιριάζει ένα πρόθεμα του P , με την επιπλέον συνθήκη ότι οι χαρακτήρες $P[i+1]$ και $P[sh_i(P)+1]$ είναι διαφορετικοί.
- Η θέση $j > 1$ αντιστοιχίζεται στο i εάν $i = j + Z_j(P) - 1$.
- Για κάθε $i > 1$ $sh_i(P) = i - j + 1$; όπου j είναι η μικρότερη θέση που αντιστοιχίζεται στο i .

Υλοποίηση KMP (2)

For $i=1$ to m to $sh_i(P)=0$;

For $j=m$ downto 2 do

begin

$i=j+Z_j(P)-1$;

$sh_i(P)=Z_j(P)$;

end

Real Time KMP

- Ορίζω ως $sh_i(P, x)$ το μήκος του μεγαλύτερου επιθέματος του $P[1..i]$ που ταιριάζει ένα πρόθεμα του P , με την επιπλέον συνθήκη ότι ο χαρακτήρας $P[sh_i(P, x)+1]$ είναι ο x .
- Όπως πριν:
For $i=1$ to m to $sh_i(P)=0$;
For $j=m$ downto 2 do
begin
 $i=j+Z_j(P)-1$;
 $x=P[Z_j(P)+1]$
 $sh_i(P, x)=Z_j(P)$;
end

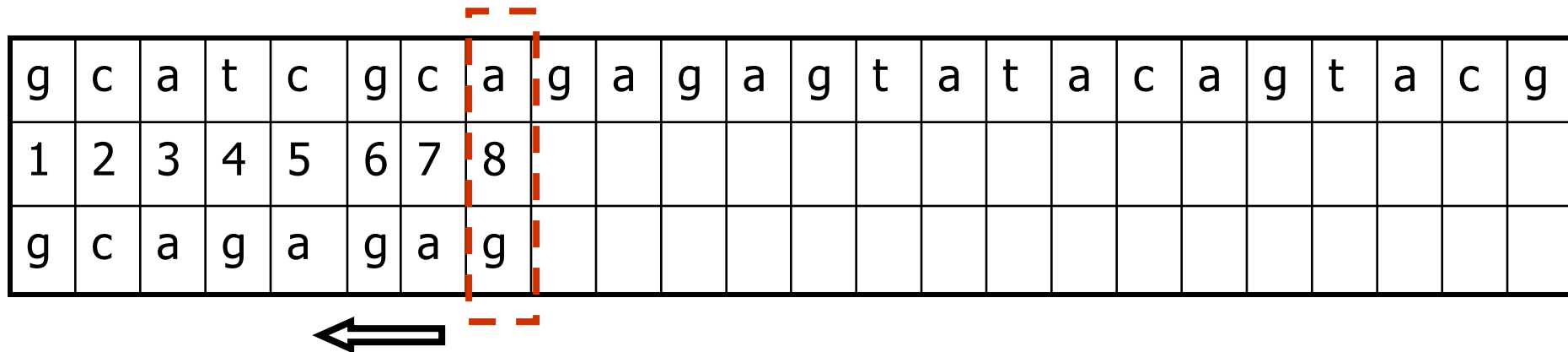
Ανάλυση του αλγορίθμου Knuth-Morris-Pratt σε χρόνο

- Πολυπλοκότητα μεθόδου: $O(n+m)$, όπου $|T|=n$ & $|P|=m$
 1. Σε χρόνο $O(m)$ υπολογίζω, την πληροφορία που χρειάζεται για το πρότυπο.
 2. Σε μία συλλογή από shift και compare φάσεις, έχω $O(n)$ shifts και σε κάθε compare εμπλέκω παλιό χαρακτήρα μία φορά και καινούριους.
 3. Σύνολο $O(n+m)$

Ο αλγόριθμος Boyer-Moore

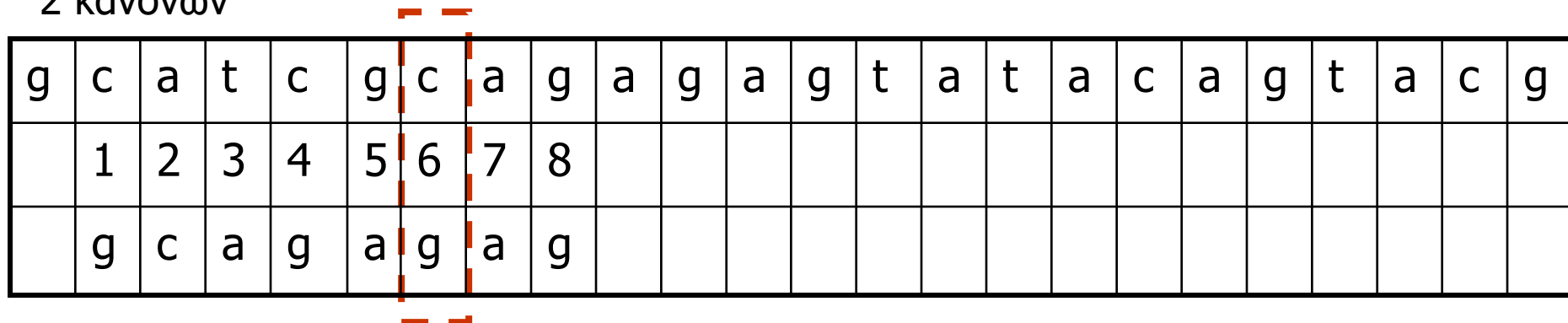
1η ιδέα: Στοιχίζουμε την ακολουθία και το πρότυπο & συγκρίνουμε τους χαρακτήρες από δεξιά προς τα αριστερά

g	c	a	t	c	g	c	a	g	a	g	a	g	t	a	t	a	c	a	g	t	a	c	g
1	2	3	4	5	6	7	8																
g	c	a	g	a	g	a	g																

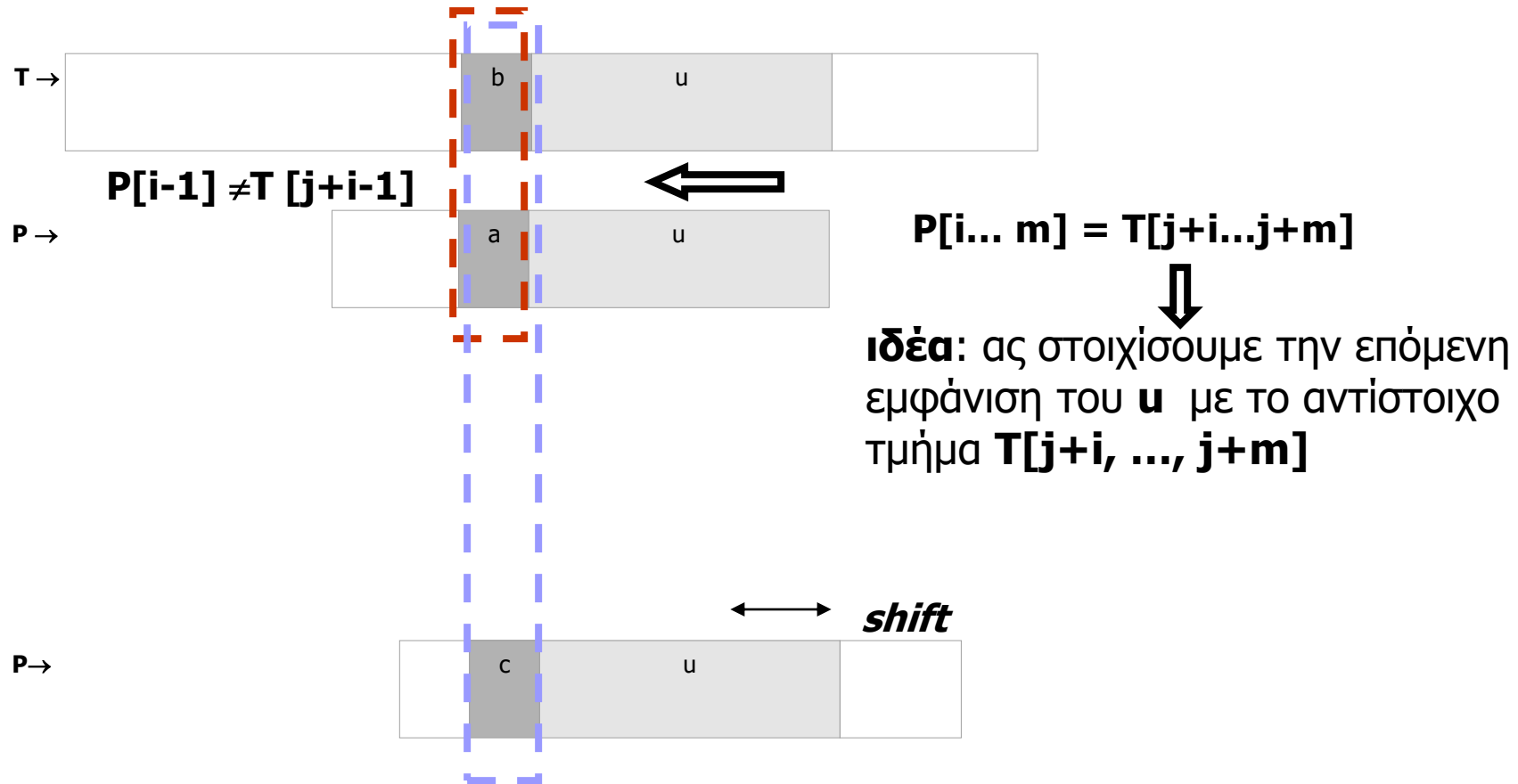


2η ιδέα: Σε κάθε mismatch μετατοπίζω το πρότυπο περισσότερες από 1 θέσεις βάσει 2 κανόνων

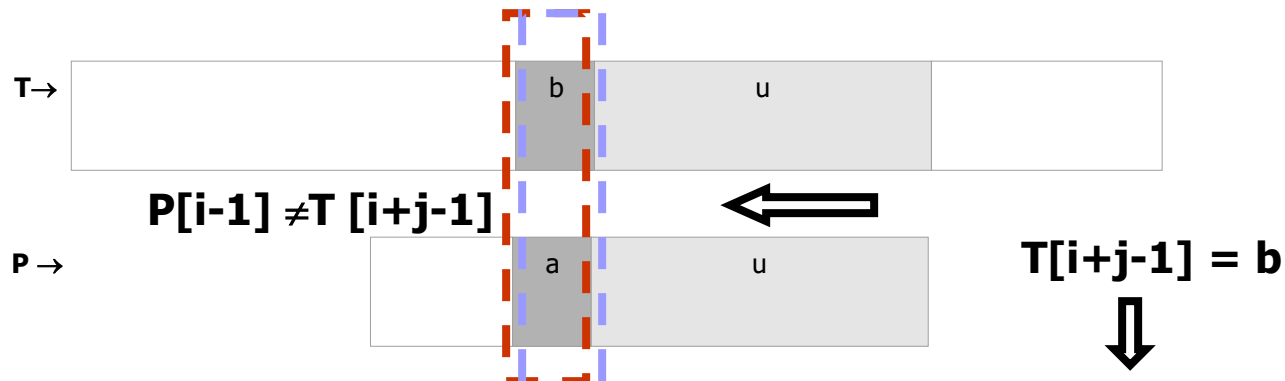
g	c	a	t	c	g	c	a	g	a	g	a	g	t	a	t	a	c	a	g	t	a	c	g
	1	2	3	4	5	6	7	8															
	g	c	a	g	a	g	a	g															



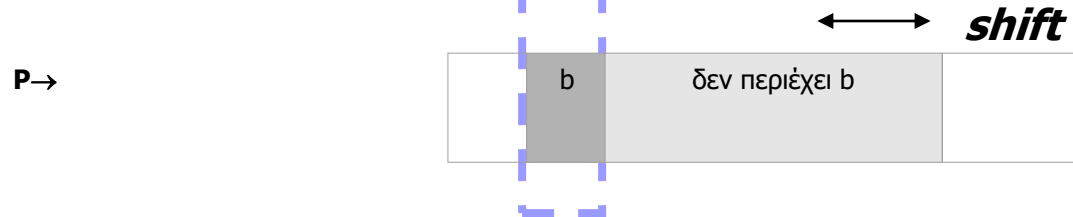
α' κανόνας: "*good suffix shift*"



β' κανόνας: "*bad character shift*"



ιδέα: ας στοιχίσουμε το χαρακτήρα $T[i+j-1] = b$ με τη δεξιότερη εμφάνισή του -αν υπάρχει- στο πρότυπο **P**



Υλοποίηση “bad character shift”

- (Simple Shift) Χρησιμοποίησε ένα πίνακα μεγέθους $m \times |\Sigma|$ και σάρωσε το πρότυπο από αριστερά προς τα δεξιά.
- (Extended Shift) Σάρωσε το πρότυπο από δεξιά προς τα αριστερά και για κάθε χαρακτήρα δημιούργησε μία λίστα από εμφανίσεις. Σάρωσε την κατάλληλη λίστα όταν εντοπιστεί.

Υλοποίηση “goof suffix shift” (1)

- Έστω $L(i)$ η μεγαλύτερη θέση στο P , έτσι ώστε η $P[i..m]$ να ταιριάζει ένα επίθεμα του $P[1..L[i]]$ με τον επιπλέον περιορισμό ότι ο χαρακτήρας που προηγείται του επιθέματος θα πρέπει να είναι διαφορετικός του $P[i-1]$.
- Ορίζουμε ως $l'(i)$ το μήκος του μεγαλύτερου επιθέματος του $P[i..m]$ που είναι επίσης πρόθεμα του P .

Υλοποίηση “goof suffix shift” (2)

- Έστω $N_j(P)$ το μήκος του μεγαλύτερου επιθέματος της συμβολοσειράς $P[1..j]$ που είναι επίθεμα του P .

$$N_j(P) = Z_{m-j+1}(P^r)$$

Από τον ορισμό αυτό προκύπτει ότι $L(i)$ είναι η μεγαλύτερη τιμή $j < m$ έτσι ώστε

$$N_j(P) = |P[i..m]|$$

Τέλος $L'[i]$ είναι το μεγαλύτερο $j \leq |P[i..m]|$, έτσι ώστε $N_j(P) = j$

Υλοποίηση “goof suffix shift” (3)

```
for j=1 to m-1 do  
  begin  
     $i = m - N_j(P) + 1$ ;  
     $L(i) := j$ ;  
  end
```

Ανάλυση του αλγορίθμου Boyer-Moore σε χρόνο

- Πολυπλοκότητα μεθόδου: $O(n*m)$, όπου $|T|=n$ & $|P|=m$
- 1. Οι απαιτούμενοι πίνακες υπολογίζονται σε $O(m+\sigma)$ χρόνο
- 2. Σε πραγματικές εφαρμογές απαιτούνται “ $3n$ ” συγκρίσεις.
- 3. Για μεγάλο αλφάβητο $|\Sigma| = (\approx |\text{pattern}|)$, απαιτούνται $O(n/m)$ συγκρίσεις.
- 4. Χωρίς match και μόνο με τον good suffix rule ο χρόνος είναι $O(n)$.
- 5. Μόνο με τον bad character στη μέση περίπτωση υπογραμμικό.
- 6. Υπάρχουν παραλλαγές με worst-case $O(n+m)$ χρόνο

Ο αλγόριθμος Shift-Or

- Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί αριθμητικές τεχνικές:
 1. Έστω για κάθε char $c \in \Sigma$, το διάνυσμα S_c μεγέθους $m=|P|$, που αποθηκεύει τις εμφανίσεις του c μέσα στο πρότυπο (με $0 \leq p < m$ προσδιορίζεται η εμφάνιση),
 2. Ο πίνακας $R[m \times n]$: bit-array όπου $R[i,j]$ είναι 0 αν και μόνο αν οι πρώτοι i χαρακτήρες του P ταιριάζουν με τους i χαρακτήρες που τελειώνουν στο j -οστό χαρακτήρα του T .
 3. $R_{j+1} = \text{Shift}(R_j) \text{ OR } S_{T[j+1]}$

Ας δούμε τον αλγόριθμο στην πράξη

1ο βήμα: Υπολογίζω τα διανύσματα S_c για το πρότυπο $x=gcagagag$

	S_a	S_c	S_g	S_t
g	1	1	0	1
c	1	0	1	1
a	0	1	1	1
g	1	1	0	1
a	0	1	1	1
g	1	1	0	1
a	0	1	1	1
g	1	1	0	1

$$R_{j+1} = \text{Shift}(R_j) \text{ Or } S_{T[j+1]}$$
[illegible]

Ανάλυση του αλγορίθμου Shift-Or σε χρόνο

- Πολυπλοκότητα μεθόδου: $O(n+m)$, όπου $|T|=n$ & $|P|=m$
 1. Σε χρόνο $O(m \cdot \sigma)$ υπολογίζω, τα διανύσματα S_c