

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ – ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ
ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΓΓΕΚΕΣ

15 Σεπτεμβρίου 2026

ΛΥΣΕΙΣ & ΣΧΟΛΙΑ

Συμπληρώστε τα στοιχεία σας.			
ΕΠΩΝΥΜΟ :		ΟΝΟΜΑ :	
ΑΡ. ΜΗΤΡΩΟΥ :		ΕΤΟΣ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ :	
ΑΙΘΟΥΣΑ :	ΑΦΕ	ΣΤΗΛΗ :	ΜΟΝΑΔΕΣ :

Οδηγίες/Επεξηγήσεις

Στο διαγώνισμα υπάρχουν ερωτήσεις

- του τύπου Σωστό/Λάθος στις οποίες, μετά από ένα σύντομο έλεγχο κυκλώνετε τη σωστή απάντηση.
- με την ένδειξη ■ στις οποίες, μετά από σχετική προεργασία στο πρόχειρο, απλά δίνετε δίχως αιτιολόγηση την τελική απάντηση ή λύση.
- δίχως κάποια ένδειξη στις οποίες καλείσθε να δώσετε μια πλήρη αλλά “οικονομική απόδειξη-λύση” για το ζητούμενο στο χώρο που παρέχεται.

Σε όλες τις περιπτώσεις συστήνεται και σε κάποιες επιβάλλεται να “δουλέψετε” κάθε ερώτημα ή υποερώτημα στο πρόχειρο ώστε η απάντησή σας να μην είναι τυχαία.

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 2 ώρες και 30 λεπτά. Η παράδοση των γραπτών αρχίζει 1 ώρα και 15 λεπτά μετά από την έναρξη της εξέτασης.

Καλή Επιτυχία!

Σχόλιο. Όταν σε δύο ανακοινώσεις πριν από την εξέταση αναφέρεται ρητά ότι το σκονάκι, που παραδίδετε μαζί με το γραπτό σας, πρέπει να περιέχει το ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ σας και την ΥΠΟΓΡΑΦΗ σας και αυτό δεν συμβαίνει, τι μπορεί να υποθέσει ο εξεταστής σχετικά με την προσοχή και γιατί όχι και την υπευθυνότητα του τρόπου που προετοιμάζετε για την εξέταση;

Θ1. Δίνονται τα τετραγωνικά μητρώα A και B και έστω ότι υπάρχει τετραγωνικό μητρώο C ώστε $A(B - C) = I$, όπου I είναι το ταυτοτικό μητρώο.

(α) Εξηγείστε γιατί το A είναι αντιστρέψιμο.

Από γνωστό Θεώρημα γνωρίζουμε ότι αν για τα τετραγωνικά μητρώα P και Q ισχύει $PQ = I$, τότε θα είναι $QP = I$, κατά συνέπεια $Q = P^{-1}$ και $P = Q^{-1}$. Σημειώνουμε ότι η σχέση $PQ = I$, επειδή τα μητρώα είναι τετραγωνικά, συνεπάγεται ότι τα δύο μητρώα έχουν την ίδια διάσταση. Σύμφωνα λοιπόν με αυτό το αποτέλεσμα το A είναι αντιστρέψιμο και $A^{-1} = B - C$.

Κάποιοι/κάποιες ανέφεραν δίχως αιτιολόγηση ότι $\det A \neq 0$, γεγονός που συνεπάγεται ότι υπάρχει το A^{-1} . Γιατί ισχύει αυτό; Από τις ιδιότητες της ορίζουσας έπεται, δεδομένου ότι τα μητρώα είναι τετραγωνικά,

$$\det(A(B - C)) = \det I \Rightarrow (\det A)(\det(B - C)) = 1,$$

κατά συνέπεια $\det A \neq 0$ και $\det(B - C) \neq 0$.

(β) Βρείτε το C ως συνάρτηση των A και B .

Από το (α) έχουμε

$$A^{-1} = B - C \Rightarrow C = B - A^{-1}.$$

Τόσο απλά.

Σε κάποια γραπτά υπήρχε η εξής “λύση”: Από τη δοσμένη σχέση έπεται

$$AB - AC = I \Rightarrow AC = AB - I \Rightarrow C = \frac{AB - I}{A}$$

για να θυμηθούμε τα χρόνια που λύναμε πρωτοβάθμιες εξισώσεις στο γυμνάσιο. Βρε α-θεόφοβοι/αθεόφοβες υπάρχει τέτοιος συμβολισμός στις πράξεις μεταξύ μητρώων; Σε ποιο βιβλίο, ή σε ποιες σημειώσεις που διαβάσατε, αν διαβάσετε, το είδατε; Ας υποθέσουμε ότι είναι έτσι, τότε αν το A είναι 2×3 και το B είναι 3×2 και $AB = I$, το I είναι 2×2 , γιατί να μην ισχύει ότι

$$A = \frac{I}{B};$$

Και τι σημαίνει διαίρεση μεταξύ ενός 2×2 μητρώου και ενός 3×2 ; Επι πλέον, έστω ότι συμφωνούμε στο ότι η διαίρεση είναι στην πραγματικότητα πολλαπλασιασμός με το αντίστροφο, σωστό για αριθμούς, τι σημαίνει η σχέση

$$C = \frac{AB - I}{A};$$

Σημαίνει ότι

$$C = A^{-1}(AB - I) = A^{-1}AB - A^{-1}I = B - A^{-1}$$

ή, αφού ο πολλαπλασιασμός δεν είναι μεταθετικός,

$$C = (AB - I)A^{-1} = ABA^{-1} - IA^{-1} = ABA^{-1} - A^{-1};$$

Καταλαβαίνετε λοιπόν πόσα περισσότερα φανερώνει σχετικά με το τι έχετε κατανοήσει κάτι που με απερισκεψία γράφετε;

Θ2. Δίνεται ο υπόχωρος του $\mathbb{R}^3$

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ 2x - y \end{pmatrix} : x, y \in \mathbb{R} \right\}.$$

(α) Να βρεθεί μια βάση του U .

Γράφοντας

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 2x - y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 2x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ y \\ -y \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

επειδή τα δύο διανύσματα είναι γραμμικά ανεξάρτητα μια βάση για το U είναι η

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Η διάσταση του υποχώρου U είναι δύο, αφού η βάση του που βρήκαμε, άρα και κάθε άλλη βάση του, περιέχει δύο διανύσματα. Λέγοντας βρείτε μια βάση του U προφανώς δεν εννοούμε να βρούμε ένα στοιχείο κάποιας βάσης του, δηλαδή ένα διάνυσμα. Κάθε τέτοιο παράγει έναν μονοδιάστατο υπόχωρο του $\mathbb{R}^3$, άρα σε καμία περίπτωση τον U .

(β) ■ $\dim U = 2$, αφού το πλήθος των στοιχείων μιας βάσης, άρα κάθε βάσης του U , είναι 2.

(γ) Να βρεθεί το ορθογώνιο συμπλήρωμα $U^\perp$ του U , ή ένας υπόχωρος W του $\mathbb{R}^3$ τέτοιος ώστε $\mathbb{R}^3 = U \oplus W$.

$U^\perp$: Αν $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \in U^\perp$, τότε

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 2x - y \end{pmatrix} = ax + by + c(2x - y) = (a + 2c)x + (b - c)y = 0$$

για όλα τα x, y , κατά συνέπεια θα πρέπει $a + 2c = 0$ και $b - c = 0$, επομένως

$$U^\perp = \left\{ \begin{pmatrix} -2c \\ c \\ c \end{pmatrix} : c \in \mathbb{R} \right\} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

W : Αφού $\dim U = 2$, θα είναι $\dim W = 1$, επομένως

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : z \neq 2x - y \in \mathbb{R} \right\} \quad \text{για παράδειγμα} \quad W = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$$

αφού $2 \neq 2 \cdot 1 - 1$. Υπάρχουν άπειροι τέτοιοι υπόχωροι W αλλά μοναδικός $U^\perp$.

Θ3. Ένα 2×2 μητρώο A είναι τέτοιο ώστε $\det A = 4$ και $\text{trace } A = 5$.

(α) ■ Να βρεθεί το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του A .

Σε ΚΑΘΕ σκονάκι που έχει ετοιμάσει κάποιος/κάποια που έχει με σοβαρότητα ετοιμαστεί για την εξέταση πρέπει να αναφέρεται ότι το χαρακτηριστικό πολυώνυμο ενός $n \times n$ μητρώου A είναι

$$p(\lambda) = \lambda^n - (\text{trace } A)\lambda^{n-1} + \cdots + (-1)^n \det A.$$

Έτσι στην περίπτωση μας, $n = 2$, το χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι

$$p(\lambda) = \lambda^2 - (\text{trace } A)\lambda + (-1)^2 \det A = \lambda^2 - 5\lambda + 4.$$

Τόσο απλά.

(β) Να υπολογιστεί η ορίζουσα $\det(A^2 - 5A + 6I)$.

Από το (α) και το Θεώρημα Cayley-Hamilton, όπου και αυτό πρέπει να αναφέρεται σε κάθε σκονάκι, έχουμε

$$p(A) = A^2 - 5A + 4I = O,$$

όπου O είναι το μηδενικό μητρώο, επομένως

$$A^2 - 5A + 6I = A^2 - 5A + 4I + 2I = O + 2I = 2I,$$

έτσι

$$\det(A^2 - 5A + 6I) = \det(2I) = 2^2 \det I = 4.$$

Όσο για το ότι

$$\det(A^2 - 5A + 6I) = \det(A^2) - \det(5A) + \det(6I) = \cdots,$$

που εμφανίζεται σε αρκετά γραπτά, τι να πει κανείς. Ο εξεταστής απλά παίρνει δυο-τρία ηρεμιστικά χάπια και ακούει δυο-τρεις σονάτες του Corelli για να συνέλθει!

(γ) ■ $\text{rank } A = 2$, αφού $\det A \neq 0$, ισοδύναμα οι στήλες του A είναι γραμμικά ανεξάρτητες.

Θ4. Το επαυξημένο μητρώο

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 7 & -7 \\ 2 & 3 & 8 & 11 \\ 1 & 2 & \mu^2 & 18\mu \end{pmatrix},$$

όπου μ μια πραγματική παράμετρος, αντιστοιχεί στο σύστημα $Ax = b$.

Το σύστημα πίσω από την κουρτίνα είναι το

$$\begin{aligned} x + y + 7z &= -7 \\ 2x + 3y + 8z &= 11 \\ x + 2y + \mu^2 z &= 18\mu \end{aligned}$$

Ποιο κλασσικό δεν γίνεται.

- (α) Να βρείτε την κλιμακωτή μορφή του μητρώου που θα σας επιτρέψει να αποφανθείτε σχετικά με την μη ύπαρξη ή ύπαρξη λύσης ή λύσεων του συστήματος.

Με απαλοιφή Gauss το, επιλεγμένο ώστε η διαδικασία να καταλήγει σε δύο βήματα, μητρώο μετασχηματίζεται σε

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 7 & -7 \\ 0 & 1 & -6 & 25 \\ 0 & 1 & \mu^2 - 7 & 18\mu + 7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 7 & -7 \\ 0 & 1 & -6 & 25 \\ 0 & 0 & \mu^2 - 1 & 18\mu - 18 \end{pmatrix}.$$

Η πρώτη και η δεύτερη γραμμή περιέχουν οδηγούς επομένως η τρίτη γραμμή καθορίζει την ύπαρξη ή μη λύσης ή λύσεων. Η τρίτη γραμμή γράφεται

$$(0 \quad 0 \quad (\mu - 1)(\mu + 1) \quad 18(\mu - 1)).$$

Να τονιστεί εδώ ότι δεν νοείται να εξετάζεται κάποιος/κάποια στη Γραμμική Άλγεβρα και να μην εκτελεί σωστά τη διαδικασία της απαλοιφής. Και όμως.

- (β) Για ποια/ποιες τιμή/τιμές του μ το σύστημα δεν έχει λύση;

Αν $\mu = -1$ η τελευταία γραμμή γίνεται

$$(0 \quad 0 \quad 0 \quad -36)$$

που αντιστοιχεί στην εξίσωση $0x + 0y + 0z = -36$ που είναι αδύνατη, κατά συνέπεια για $\mu = -1$ το σύστημα δεν έχει λύση.

- (γ) Για ποια/ποιες τιμή/τιμές του μ το σύστημα έχει μοναδική λύση;

Αν $\mu \neq \pm 1$ η τελευταία γραμμή γίνεται

$$(0 \quad 0 \quad 1 \quad \frac{18}{\mu+1})$$

κατά συνέπεια το σύστημα έχει τρεις οδηγούς, επομένως για $\mu \neq \pm 1$ το σύστημα έχει μοναδική λύση.

- (δ) Για ποια/ποιες τιμή/τιμές του μ το σύστημα έχει άπειρες λύσεις;

Αν $\mu = 1$ η τελευταία γραμμή περιέχει μόνο μηδενικά, έτσι το μητρώο περιέχει δύο οδηγούς, οπότε οι πρώτη και δεύτερη εξισώσεις του συστήματος προσδιορίζουν τους δύο αγνώστους μέσω του αυθέρετα προσδιοριζόμενου τρίτου κατά συνέπεια το σύστημα έχει άπειρες το πλήθος λύσεις.

Θ5. Δίνεται το μητρώο

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(α) Να βρεθεί ο μηδενόχωρος, $\text{null}(P)$, του P .

Θέλουμε να βρούμε όλα τα διανύσματα $\mathbf{x}$ ώστε $P\mathbf{x} = \mathbf{0}$, ισοδύναμα

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_1 + x_3 \\ x_2 + x_3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x_1 = -x_3 \quad \text{και} \quad x_2 = -x_3,$$

συνεπώς

$$\text{null}(P) = \left\{ \begin{pmatrix} -t \\ -t \\ t \end{pmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

(β) Το αντίστροφο μητρώο P^{-1} υπάρχει.

Σ (Λ)

αφού ο μηδενόχωρος $\text{null}(P)$ περιέχει μη μηδενικά στοιχεία, ισοδύναμα το σύστημα $P\mathbf{x} = \mathbf{0}$ έχει μη μηδενικές λύσεις. Παρατηρείστε ότι το μητρώο P είναι σε κλιμακωτή μορφή και έχει δύο οδηγούς.

(γ) Το P είναι μητρώο ορθογώνιας προβολής.

(Σ) Λ

αφού

$$P^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = P.$$

(δ) ■ $\dim(\text{range}(P)) = 2$

αφού το P έχει δύο γραμμικά ανεξάρτητες στήλες.

(ε) Ο μετασχηματισμός $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ με $T(\mathbf{x}) = 3P\mathbf{x}$ είναι γραμμικός.

(Σ) Λ

αφού το $3P = P'$ είναι μητρώο και ο μετασχηματισμός $T(\mathbf{x}) = P'\mathbf{x}$ είναι το τυπικό παράδειγμα γραμμικού μετασχηματισμού.

- Θ6. Εάν $\mathbf{x}$ και $\mathbf{y}$ είναι μη συγγραμικά διανύσματα στο $\mathbb{R}^n$ με $\|\mathbf{y}\| = 1$, να βρεθούν όλες οι τιμές της παραμέτρου a ώστε

$$\|\mathbf{x} - a\mathbf{y}\| = \sqrt{\|\mathbf{x}\|^2 + 1}.$$

Σε ΚΑΘΕ σκονάκι πρέπει να αναφέρεται ότι

$$\|\mathbf{u}\|^2 = \langle \mathbf{u}, \mathbf{u} \rangle,$$

σχέση επαγόμενης νόρμας και εσωτερικού γινομένου. Έτσι υψώνοντας στο τετράγωνο τη δοσμένη ισότητα έχουμε

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x} - a\mathbf{y}\|^2 &= \|\mathbf{x}\|^2 + 1 \Leftrightarrow \langle \mathbf{x} - a\mathbf{y}, \mathbf{x} - a\mathbf{y} \rangle = \|\mathbf{x}\|^2 + 1 \\ &\Leftrightarrow \langle \mathbf{x}, \mathbf{x} \rangle - 2\langle \mathbf{x}, a\mathbf{y} \rangle + \langle a\mathbf{y}, a\mathbf{y} \rangle = \|\mathbf{x}\|^2 + 1 \\ &\Leftrightarrow \|\mathbf{x}\|^2 - 2a\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle + a^2\|\mathbf{y}\|^2 = \|\mathbf{x}\|^2 + 1 \\ &\Leftrightarrow a^2 - 2a\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle - 1 = 0. \end{aligned}$$

Λύνοντας την εξίσωση βρίσκουμε τις δύο τιμές του a

$$a = \langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle \pm \sqrt{\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle^2 + 1}.$$

Τι είδανε τα μάτια των διδασκόντων δεν περιγράφεται. Λαγοί και περιστέρια, καμηλοπαρδάλεις και λιοντάρια να βγαίνουν από το καπέλο του μάγου και άλλα πολλά!

- Θ7. **Δίχως υπολογισμό**, αλλά “με το μάτι” χρησιμοποιώντας **μόνο** τις ιδιότητες της ορίζουσας να βρείτε και να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό τις τρεις διαφορετικές τιμές της παραμέτρου λ ώστε

$$\begin{vmatrix} \lambda & \lambda & \lambda \\ 3 & \lambda & \lambda \\ 4 & 5 & \lambda \end{vmatrix} = 0.$$

(α) Για $\lambda = 0$, γιατί στην περίπτωση αυτή η ορίζουσα έχει μηδενική γραμμή, την πρώτη.

(β) Για $\lambda = 3$, γιατί στην περίπτωση αυτή η ορίζουσα έχει δύο γραμμές ίσες, την πρώτη και την δεύτερη.

(γ) Για $\lambda = 5$, γιατί στην περίπτωση αυτή η ορίζουσα έχει δύο στήλες ίσες, την δεύτερη και την τρίτη.

Σε αρκετά γραπτά υπήρχε η απάντηση: για $\lambda = 0$ γιατί η διαγώνιος έχει μόνο μηδενικά. Που είδατε ότι υπάρχει τέτοια ιδιότητα; Για παράδειγμα

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 2.$$

Θ8. Για το μητρώο

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Να βρεθούν οι ιδιοτιμές του καθώς και **ένα** ιδιοδιάνυσμα.

Ιδιοτιμές: Οι ιδιοτιμές είναι οι ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης $\det(\lambda I - A) = 0$, οπότε υπολογίζουμε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο

$$\det(\lambda I - A) = \begin{vmatrix} \lambda & 0 & 1 \\ 0 & \lambda - 1 & 0 \\ 1 & 0 & \lambda \end{vmatrix} = (\lambda - 1) \begin{vmatrix} \lambda & 1 \\ 1 & \lambda \end{vmatrix} = (\lambda - 1)(\lambda^2 - 1) = (\lambda - 1)^2(\lambda + 1),$$

όπου αναπτύξαμε την ορίζουσα ως προς τη δεύτερη γραμμή. Επομένως οι ιδιοτιμές είναι $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ και $\lambda_3 = -1$ (τρεις ιδιοτιμές για το 3×3 μητρώο).

Ιδιοδιανύσματα: Για $\lambda = 1$ λύνουμε την εξίσωση $Ax = 1x$ ισοδύναμα $(I - A)x = 0$, ισοδύναμα από τον υπολογισμό της ορίζουσας (γιατί επιλέξαμε $\lambda = 1$;) έχουμε

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_1 + x_3 \\ 0 \\ x_1 + x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x_1 = -x_3.$$

Επομένως όλα τα διανύσματα της μορφής

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ -x \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

είναι ιδιοδιανύσματα που αντιστοιχούν στην ιδιοτιμή $\lambda = 1$. Η τελευταία σχέση δείχνει ότι η αλγεβρική πολλαπλότητα της ιδιοτιμής $\lambda = 1$ είναι ίση με τη γεωμετρική πολλαπλότητα της ιδιοτιμής. Σαν ιδιοδιάνυσμα μπορούμε να πάρουμε για παράδειγμα

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{ή} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{ή} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{κλπ.}$$

Το δοσμένο μητρώο **δεν είναι** διαγώνιο, ή τριγωνικό, ούτε οι ιδιοτιμές του βρίσκονται στην κύρια διαγώνιο όπως διάβασα σε αρκετά γραπτά. Ένα συμμετρικό μητρώο είναι, επιλεγμένο ώστε οι πράξεις που απαιτείται να εκτελεστούν να είναι εύκολες, βλέπε τον υπολογισμό της ορίζουσας παραπάνω. Είναι στοιχειώδες να γνωρίζετε πριν την εξέταση τα είδη των μητρώων και τις σχετικές ιδιότητες. Αν δεν τα γνωρίζετε γράψτε τα στο σκονάκι. Απλά πράγματα.