

ΑΣΚΗΣΕΙΣ 04. Επίλυση συστημάτων – απαλοιφή

1. Με τη μέθοδο της απαλοιφής να επιλυθεί καθένα από τα συστήματα βρίσκοντας την ανηγμένη κλιμακωτή μορφή του αντίστοιχου επαυξημένου μητρώου

$$\begin{array}{ll} x + 3y - 2z = -1 & 3x + y - z = 3 \\ \text{(α)} \quad 2x + y + z = 3 & \text{(β')} \quad x + 3y + z = 2 \\ -x + 2y + z = -4 & 5x - y - 3z = 4 \end{array}$$

2. Δίνονται τα σημεία $P(1, 2)$, $Q(-1, 6)$, και $R(2, 3)$ στο επίπεδο.

- (α) Να βρεθεί πολυώνυμο $p(x) = ax^2 + bx + c$ του οποίου το γράφημα περιέχει τα σημεία P , Q , και R .
(β) Υπάρχουν πολυώνυμο $q(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ των οποίων το γράφημα περιέχει τα σημεία P , Q , και R ;

3. Για το σύστημα

$$\begin{array}{l} x + y + 2z = a \\ 2x + 3y + 3z = b \\ x + 2y + \mu z = c \end{array}$$

όπου a, b, c, μ είναι πραγματικές παράμετροι, βρείτε σχέσεις μεταξύ των παραμέτρων ώστε το σύστημα να έχει (i) μοναδική λύση, (ii) άπειρες λύσεις, ή (iii) καμία λύση (αδύνατο).

4. Δίνεται το σύστημα

$$\begin{array}{l} x + 2y + z = a \\ 2x - 2y + 3z = 2 \\ x + 2y + a^2z = b \end{array}$$

όπου a και b είναι πραγματικές παράμετροι. Βρείτε συνθήκες για τις παραμέτρους ώστε το σύστημα να έχει (i) καμία λύση, (ii) μία μόνο λύση, ή (iii) άπειρες λύσεις.

5. ♠ ♣ Να βρεθούν τα στοιχειώδη μητρώα $E_1, E_2, \dots$ που μετασχηματίζουν το μητρώο

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 8 & 14 \\ 2 & 6 & 11 \end{pmatrix}$$

στην ανηγμένη κλιμακωτή μορφή του, καθώς και η ανηγμένη κλιμακωτή μορφή του μητρώου.