

4^ο Φροντιστήριο

Υπολογιστική Νοημοσύνη 2

Δίλλημα του κρατουμένου: Δύο συνένοχοι οδηγούνται σε χωριστά κελιά και ανακρίνονται από την αστυνομία. Ο καθένας τους έρχεται αντιμέτωπος με ένα δίλημμα. Εάν και οι δύο ομολογήσουν, θα πάνε και οι δύο στη φυλακή για τρία χρόνια. Εάν και οι δύο μείνουν σιωπηλοί, θα πάνε στη φυλακή για ένα μόνο χρόνο, για κάποιο μικρότερο παράπτωμα το οποίο μπορεί να αποδείξει η αστυνομία. Αλλά εάν ο ένας ομολογήσει και ο άλλος δεν μιλήσει, ο προδότης θα αφηθεί ελεύθερος κατόπιν συμφωνίας με την αστυνομία, ενώ αυτός που έμεινε πιστός στην συνεργασία τους θα πάει φυλακή για πέντε χρόνια.

Έστω ότι έχουμε 2 αντίπαλους παίκτες που θα παίξουν το παιχνίδι που προκύπτει από το δίλημμα του κρατουμένου για 4 γύρους. Οι κινήσεις που μπορούν να κάνουν σε κάθε γύρο ο κάθε είναι είτε να συνεργαστούν (Σ) είτε να προδώσουν (Π). Θέλουμε να βρούμε την βέλτιστη στρατηγική του πρώτου παίκτη αν γνωρίζουμε ότι ο δεύτερος παίκτης θα προδώσει τις 3 πρώτες φορές και θα συνεργαστεί την τελευταία.

Προτείνετε μια κατάλληλη κωδικοποίηση του προβλήματος, δημιουργείστε με χρήση των τυχαίων αριθμών ένα αρχικό πληθυσμό 4 ατόμων, προτείνεται μία κατάλληλη συνάρτηση αξιολόγησης και εφαρμόστε για 1 επανάληψη τους τελεστές της επιλογής εξαναγκασμένης ρουλέτας, διασταύρωσης ενός σημείου (τα άτομα να διασταυρώνονται με την σειρά που επιλέγονται) και μετάλλαξης με πιθανότητα 0.05.

Τυχαίοι αριθμοί:

0.463714	0.234374	0.439749	0.682675	0.718773	0.336385	0.857697	0.514626	0.733548	0.064739
0.846527	0.575729	0.169738	0.213356	0.950259	0.894705	0.709656	0.151561	0.633967	0.786961
0.524763	0.082884	0.04294	0.447761	0.678321	0.122616	0.181008	0.384417	0.485948	0.940825
0.134495	0.381887	0.004923	0.62178	0.357079	0.83456	0.444426	0.854376	0.759619	0.700447
0.37438	0.546525	0.191075	0.572425	0.236702	0.120707	0.162193	0.81587	0.43323	0.686798
0.721702	0.156205	0.033132	0.366019	0.447154	0.747949	0.578424	0.011562	0.515549	0.436496
0.47614	0.736317	0.806684	0.152427	0.121268	0.118964	0.547473	0.457706	0.303001	0.954014
0.931515	0.895721	0.637368	0.266807	0.661972	0.14058	0.909241	0.449968	0.285917	0.737923
0.365261	0.732603	0.744999	0.880942	0.045167	0.955587	0.698081	0.061709	0.182705	0.86275
0.336751	0.059842	0.097732	0.438901	0.814771	0.032585	0.214809	0.186065	0.005883	0.941831

Λύση:

A. Κωδικοποίηση: αφού οι επιτρεπόμενες κινήσεις είναι μόνο δύο, συνεργασία ή προδοσία, ένα χρωμόσωμα θα αποτελείται από «Σ» και «Π» ανάλογα με την ενέργεια του παίκτη (θα μπορούσε κάποιος να χρησιμοποιήσει άσσους και μηδενικά). Αφού μιλάμε για 4 γύρους το χρωμόσωμα θα αποτελείται από 4 γονίδια.

Β. Συνάρτηση Αξιολόγησης: για την αξιολόγηση θα χρησιμοποιήσουμε τα δεδομένα του προβλήματος, δηλαδή τα συνολικά χρόνια φυλάκισης που προκύπτουν από τις ενέργειες του παίκτη. Συγκεκριμένα, ισχύει ο παρακάτω πίνακας:

Παίκτης 1	Παίκτης 2	Ποινή Παίκτη 1	Ποινή Παίκτη 2
Προδοσία	Προδοσία	3 χρόνια	3 χρόνια
Προδοσία	Συνεργασία	ελεύθερος	5 χρόνια
Συνεργασία	Προδοσία	5 χρόνια	ελεύθερος
Συνεργασία	Συνεργασία	1 χρόνο	1 χρόνο

Η συνάρτηση αξιολόγησης θα είναι προφανώς το άθροισμα των χρόνων φυλάκισης που θα υποστεί ο παίκτης. Παρατηρούμε πως τα χρόνια φυλάκισης σε συνάρτηση αξιολόγησης έχουν αρνητική λογική, δηλαδή ένας παίκτη με περισσότερα χρόνια φυλάκισης είναι σε χειρότερη μοίρα από κάποιον που έχει λιγότερα χρόνια φυλάκισης. Επομένως, η συνάρτηση αξιολόγησης θα πρέπει να διαμορφωθεί κατάλληλα: θα πρέπει να βρούμε ένα αριθμό από τον οποίο θα αφαιρούμε τα χρόνια φυλάκισης, έτσι ώστε η συνάρτηση αξιολόγησης να έχει θετική λογική. Επιλέγουμε τον αριθμό 20 (20 χρόνια είναι η μέγιστη ποινή για ένα παίκτη σε 4 γύρους).

Γ. Αρχικοποίηση: Για την αρχικοποίηση του πληθυσμού θα χρησιμοποιήσουμε τους τυχαίους αριθμούς. Συγκεκριμένα, αφού οι πιθανές τιμές ενός γονιδίου είναι 2 («Σ» ή «Π»), χωρίζουμε το διάστημα (0, 1) σε δύο ίσα τμήματα, έτσι όταν ο τυχαίος αριθμός είναι μικρότερος του 0,5 επιλέγουμε Συνεργασία «Σ» και όταν είναι μεγαλύτερος επιλέγουμε Προδοσία «Π» (ή το ανάποδο, δηλαδή όταν ο τυχαίος αριθμός είναι μεγαλύτερος του 0,5 επιλέγουμε Συνεργασία «Σ» και όταν είναι μικρότερος επιλέγουμε Προδοσία «Π»). Επομένως, ο αρχικός πληθυσμός είναι ο:

#	Χρωμόσωμα
1	ΣΣΣΠ
2	ΠΣΠΠ
3	ΠΣΠΠ
4	ΣΣΠΠ

Δ. Αξιολόγηση: όπως είπαμε παραπάνω, η αξιολόγηση ενός ατόμου προκύπτει αφαιρώντας από το 20 τα χρόνια φυλάκισης που προκύπτουν από κάθε στρατηγική, όταν γνωρίζουμε πως οι κινήσεις του αντίπαλου παίκτη είναι ΠΠΠΣ. Έτσι λοιπόν διαμορφώνεται το ακόλουθο πινακάκι:

#	Χρωμόσωμα	Ποινή φυλάκισης	Καταλληλότητα
1	ΣΣΣΠ	15	$20 - 15 = 5$
2	ΠΣΠΠ	11	$20 - 11 = 9$
3	ΠΣΠΠ	11	$20 - 11 = 9$
4	ΣΣΠΠ	13	$20 - 13 = 7$

Ας δούμε πιο αναλυτικά την περίπτωση του πρώτου χρωμοσώματος: θεωρούμε πως ο παίκτης μας είναι ο παίκτης 1 ενώ ο αντίπαλος είναι ο παίκτης 2, οι στρατηγικές τους είναι ΣΣΣΠ και ΠΠΠΣ αντίστοιχα. Έτσι λοιπόν, για τον πρώτο γύρο ο παίκτης μας συνεργάζεται ενώ ο αντίπαλος προδίδει, σε αυτή την περίπτωση ο παίκτης μας πηγαίνει φυλακή για 5 χρόνια. Το ίδιο συμβαίνει και στον 2^ο και στον 3^ο γύρο, επομένως μέχρι στιγμής έχουμε συνολικά 15 χρόνια φυλάκισης. Στον 4^ο γύρο ο παίκτης μας προδίδει και αφήνεται ελεύθερος αφού ο αντίπαλος συνεργάζεται. Συνολικά προκύπτουν 15 χρόνια φυλάκισης. Αφαιρούμε το 15 από το 20, γιατί θέλουμε η συνάρτηση αξιολόγησης να έχει θετική λογική, και βρίσκουμε την καταλληλότητα του 1^{ου} ατόμου. Ομοίως εργαζόμαστε για τα υπόλοιπα άτομα.

Ε. Επιλογή: για τη φάση της επιλογής, υπολογίζουμε την πιθανότητα επιλογής κάθε ατόμου και ακολούθως την αθροιστική, τα αποτελέσματα φαίνονται στον επόμενο πίνακα:

#	Χρωμόσωμα	Καταλληλότητα	Πιθανότητα Επιλογής	Αθροιστική Πιθανότητα
1	ΣΣΣΠ	$20 - 15 = 5$	$5 / 30 = 0,1666$	0,1666
2	ΠΣΠΠ	$20 - 11 = 9$	$9 / 30 = 0,3$	0,4666
3	ΠΣΠΠ	$20 - 11 = 9$	$9 / 30 = 0,3$	0,7666
4	ΣΣΠΠ	$20 - 13 = 7$	$7 / 30 = 0,2333$	1
	Σύνολο	30		

Στη συνέχεια χωρίζουμε το διάστημα (0,1) σε 4 τμήματα ανάλογα με τις αθροιστικές πιθανότητες, έτσι έχουμε:

$(0 - 0,1666)$ $(0,1666 - 0,4666)$ $(0,4666 - 0,7666)$ $(0,7666 - 1)$

ανάλογα με το που πέφτει ο τυχαίος αριθμός επιλέγουμε και το αντίστοιχο άτομο. Έτσι σύμφωνα με τους επόμενους τυχαίους αριθμούς επιλέγονται τα παρακάτω 2 ζευγάρια προς διασταύρωση:

(3 - 1) και (3, 4)

Z: Διασταύρωση: Επειδή η άσκηση δεν μας δίνει κάποια πιθανότητα διασταύρωσης, θεωρούμε ότι η διασταύρωση γίνεται πάντα. Για να βρούμε το σημείο διασταύρωσης χωρίζουμε το διάστημα (0, 1) σε τρία ίσα τμήματα (4 γονίδια το κάθε χρωμόσωμα, άρα 3 ισοπίθانا σημεία διασταύρωσης) και ανάλογα με το που θα πέσει ο τυχαίος αριθμός, προκύπτει το σημείο. Έτσι το πρώτο ζευγάρι διασταυρώνεται ανάμεσα από το 2^ο και 3^ο γονίδιο, ενώ το 2^ο ζευγάρι ανάμεσα από το 1^ο και το 2^ο.

Τα νέα χρωμοσώματα που προκύπτουν είναι τα εξής:

Ζευγάρι (3 - 1)

ΠΣ|ΠΠ → ΠΣΣΠ
ΣΣ|ΣΠ ΣΣΠΠ

Ζευγάρι (3 - 4)

Π|ΣΠΠ → ΠΣΠΠ
Σ|ΣΠΠ ΣΣΠΠ

ΣΤ: Μετάλλαξη: για το μονογονιδιακό τελεστή της μετάλλαξης θα εξετάσουμε τους επόμενους $4*4 = 16$ τυχαίους αριθμούς (από 0,04294 έως 0,854376) και αν κάποιος από αυτούς είναι μικρότερος του 0,05 τότε θα γίνει μετάλλαξη. Αφού ένα γονίδιο μπορεί να πάρει μόνο 2 τιμές («Σ» ή «Π») αυτό σημαίνει πως αν το γονίδιο που θα υποστεί μετάλλαξη είναι «Σ» θα γίνει «Π» και το αντίστροφο. Από τους 16 τυχαίους αριθμούς μόνο ο $1^{οs}$ και ο $11^{οs}$ είναι μικρότεροι του 0,05, επομένως μετάλλαξη θα συμβεί στο $1^{ο}$ γονίδιο του πρώτου ατόμου και στο $3^{ο}$ γονίδιο του $3^{ου}$ ατόμου. Τα άτομα 2 και 4 θα περάσουν στην επόμενη γενιά έτσι όπως διαμορφώθηκαν από τη μετάλλαξη:

ΠΣΣΠ → ΣΣΣΠ
ΣΣΠΠ
ΠΣΠΠ → ΠΣΣΠ
ΣΣΠΠ

Άρα ο νέος πληθυσμός είναι ο:

ΣΣΣΠ
ΣΣΠΠ
ΠΣΣΠ
ΣΣΠΠ