

3^ο Φροντιστήριο

Υπολογιστική Νοημοσύνη 2

Άσκηση 1:

(α) (5/20) Για τις παρακάτω προτάσεις να σημειώσετε αν είναι σωστές (Σ) ή λάθος (Λ).

- Σε ένα ΓΑ μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο διασταύρωση.
- Το μικρό μέγεθος πληθυσμού οδηγεί πάντα σε γρήγορη σύγκλιση του ΓΑ.
- Υπάρχει συσχέτιση μεταξύ μεγέθους του πληθυσμού και της χρησιμότητας της διασταύρωσης.
- Η συνάρτηση καταλληλότητας δεν δίνει πληροφορίες για το χώρο του προβλήματος.
- Η αύξηση της P_m έχει πάντα σαν αποτέλεσμα την αύξηση του χρόνου σύγκλισης του ΓΑ.

Λύση: Σ, Λ, Σ, Λ, Λ

(β) (10/20) Θεωρούμε τη γενική γενετική δεξαμενή τεσσάρων βασιλόσαυρων που ανήκουν σε αυτόν το κόσμο. Θα θεωρήσουμε τα χρωμοσώματα που κωδικοποιούν το μήκος των προγόνων τους. Το μήκος του πέλματος και το μήκος των δακτύλων κωδικοποιείται από τέσσερα γονίδια: τα δύο πρώτα κωδικοποιούν το πέλμα και τα άλλα δύο τα δάκτυλα. Στην αναπαράσταση του γονότυπου, το O δείχνει την ενεργοποίηση ενός χαρακτηριστικού και το X την απενεργοποίηση ενός γονιδίου. Ο ιδεατός γονότυπος (κοντά πέλματα και μακριά δάκτυλα) είναι: **XXOO**.

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται η γενετική δεξαμενή (αρχικός πληθυσμός) του πληθυσμού μας. Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι μερικά άτομα (A, B) είναι αρκετά κοντά στα χαρακτηριστικά των προγόνων τους και το D είναι το πλησιέστερο. Στον κόσμο των βασιλόσαυρων η ικανότητα της κίνησης είναι το κύριο κριτήριο επιβίωσης και αναπαραγωγής. Έτσι, κανένα θηλυκό δεν θα επιθυμούσε να παντρευτεί ένα βασιλόσαυρο του οποίου τα πέλματα θα ήταν σαν του A, αλλά όλα θα ονειρευόντουσαν να συναντήσουν το D κάποια μέρα.

1. Να εξελίξετε τον παρακάτω πληθυσμό κατά μία γενιά, με τον τροποποιημένο ΓΑ που περιγράφεται παρακάτω και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, με τις εξής προϋποθέσεις.

- Χρησιμοποιείται επιλογή εξαναγκασμένης ρουλέτας.
- Το μέγεθος του πληθυσμού παραμένει σταθερό.
- Επιτρέπεται μόνο διασταύρωση (με $P_c=1$).
- Κατά τη διασταύρωση επιβιώνει μόνο το πρώτο παιδί, άρα χρειάζονται τέσσερα ζεύγη.
- Τα άτομα ζευγαρώνουν με τη σειρά που επιλέγονται από τη ρουλέτα (δεν χρειάζεται άλλος έλεγχος).

Αν χρειαστείτε τυχαίους αριθμούς, χρησιμοποιείτε τους παρακάτω, με τη σειρά που δίνονται:

0.12, 0.86, 0.21, 0.67, 0.64, 0.34, 0.30, 0.85, 0.56, 0.63, 0.47, 0.19, 0.80, 0.98, 0.58, 0.03, 0.57, 0.49, 0.92

Επαναλάβετε από την αρχή, αν χρειαστείτε περισσότερους. Για τους υπολογισμούς χρησιμοποιείτε ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων.

Λύση:

Η καταλληλότητα είναι εύκολο να υπολογιστεί. Απλά, δίνουμε ένα βαθμό σε κάθε γονίδιο που αντιστοιχεί στο ιδεατό (βέλτιστο). Έτσι, ο ιδεατός γονότυπος έχει καταλληλότητα 4. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι καταλληλότητες, οι πιθανότητες επιλογής και οι αθροιστικές πιθανότητες.

Άτομο	Καταλληλότητα	Πιθανότητα Επιλογής	Αθροιστική Πιθανότητα
A	1	$1/7=0.14$	0.14
B	1	$1/7=0.14$	0.28
C	2	$2/7=0.29$	0.57
D	3	$3/7=0.43$	1.00
Σύνολο:	7		

Επιλέγουμε τα άτομα που θα περάσουν στην επόμενη γενιά, με τη βοήθεια των τυχαίων αριθμών. Επειδή επιβιώνει μόνο ένα παιδί, για να μείνει σταθερός ο πληθυσμός, θα επιλέξουμε 4 ζεύγη. Άρα θα χρησιμοποιήσουμε τους παρακάτω 8 τυχαίους αριθμούς: 0.12, 0.86, 0.21, 0.67, 0.64, 0.34, 0.30, 0.85.

Έχουμε:

$0.00 < 0.12 < 0.14$, άρα επιλέγεται το A.

$0.57 < 0.86 < 1.00$, άρα επιλέγεται το D.

$0.14 < 0.21 < 0.28$, άρα επιλέγεται το B.

$0.57 < 0.67 < 1.00$, άρα επιλέγεται το D.

$0.57 < 0.64 < 1.00$, άρα επιλέγεται το D.

$0.28 < 0.34 < 0.57$, άρα επιλέγεται το C.

$0.28 < 0.30 < 0.57$, άρα επιλέγεται το C.

$0.57 < 0.85 < 1.00$, άρα επιλέγεται το D.

Οπότε, σύμφωνα με την εκφώνηση τα ζεύγη για διασταύρωση, θα είναι (με τη σειρά επιλογής):

(A, D), (B, D), (D, C) και (C, D).

Πρέπει τώρα να επιλέξουμε τα σημεία διασταύρωσης. Έχουμε μήκος=4, άρα έχουμε 3 πιθανές θέσεις στα διαστήματα: 0.0, - 0.33, 0.33 – 0.66 και 0.66 – 1.00.

Παίρνουμε τους επόμενους 4 τυχαίους αριθμούς: 0.56, 0.63, 0.47, 0.19.

Είναι: $0.33 < 0.56, 0.63$, ο.47 < 0.66 και $0.0 < 0.19 < 0.33$, άρα τα 3 πρώτα ζεύγη θα διασταυρωθούν στην 2^η θέση και το 4^ο στην 1^η θέση.

Ο τελικός πληθυσμός φαίνεται στον πίνακα.

Άτομο	Καταλληλότητα	Ζεύγη Ζευγάριωμα	για	Νέος Πληθυσμός
A = OXXX	1	A, D		A' = OXOX
B = XOXX	1	B, D		B' = XOOX
C = XOXO	2	D, C		C' = XXXO
D = XXOX	3	C, D		D' = XXOX
Συνολική Καταλ/τα:	7			

(γ) (5/20) Στη νέα γενιά του πληθυσμού, ποιο είναι το καταλληλότερο άτομο; Είναι το ιδεατό; Αν όχι, πως μπορείτε με μια κίνηση να βρείτε το ιδεατό άτομο, αν επιτρέπεται να χρησιμοποιηθούν όλοι οι γενετικοί τελεστές.

Το καταλληλότερο άτομο είναι το C' και το D' με καταλληλότητα 3, άρα δεν βρέθηκε το ιδεατό άτομο. Αυτό μπορεί να προκύψει με μία μετάλλαξη στο 3^ο του C και στο 4^ο του D'.

Άσκηση 2:

Έστω το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή με 6 πόλεις, με τις μεταξύ τους αποστάσεις να φαίνονται στον παρακάτω πίνακα (θεωρούμε ότι υπάρχει άμεση σύνδεση μεταξύ οποιουδήποτε ζεύγους πόλεων).

	A	B	Γ	Δ	E	Z
A		5	10	13	10	4
B	5		6	10	9	7
Γ	10	6		4	6	8
Δ	13	10	4		5	10
E	10	9	6	5		5
Z	4	7	8	10	5	

Σχεδιάστε έναν γενετικό αλγόριθμο για να βρείτε τη συντομότερη διαδρομή που διέρχεται από όλες τις πόλεις. Χρησιμοποιείστε πληθυσμό 4 χρωμοσωμάτων που ανανεώνεται πλήρως από γενιά σε γενιά. Προσομοιώστε την εκτέλεση του γενετικού αλγορίθμου για μία γενιά, χρησιμοποιώντας τους παρακάτω τυχαίους αριθμούς.

0,463714	0,234374	0,439749	0,682675	0,718773	0,336385	0,857697	0,514626	0,733548	0,064739
0,846527	0,575729	0,169738	0,213356	0,950259	0,894705	0,709656	0,351561	0,633967	0,786981
0,524763	0,082884	0,04294	0,447761	0,678321	0,122616	0,181008	0,384417	0,485948	0,940825
0,134495	0,381887	0,004923	0,62178	0,357079	0,83456	0,444426	0,854376	0,759619	0,700447
0,37438	0,546525	0,191075	0,572425	0,236702	0,120707	0,162193	0,81587	0,43323	0,686798
0,721702	0,156205	0,033132	0,366019	0,447154	0,747949	0,578424	0,011562	0,515549	0,436496
0,47614	0,736317	0,806684	0,152427	0,121268	0,118964	0,547473	0,457706	0,303001	0,954014
0,931515	0,895721	0,637368	0,266807	0,661972	0,14058	0,909241	0,449968	0,285917	0,737923
0,365261	0,732603	0,744999	0,880942	0,045167	0,955587	0,698081	0,061709	0,182705	0,86275
0,336751	0,059842	0,097732	0,438901	0,814771	0,032585	0,214809	0,186065	0,005883	0,941831

Θα χρησιμοποιήσουμε κωδικοποίηση χαρακτήρων, όπου κάθε χρωμόσωμα αποτελείται από ένα διάνυσμα έξι γραμμάτων (από A έως Z), διαφορετικών μεταξύ τους. Θα χρησιμοποιήσουμε τον

τροποποιημένο τελεστή διασταύρωσης δύο θέσεων, ενώ, όσον αφορά τη μετάλλαξη, κάθε πόλη, εφόσον επιλεγεί για μετάλλαξη, θα ανταλλάξει θέση με την αμέσως επόμενη της (και η τελευταία με την πρώτη) με πιθανότητα 0.01. Η συνάρτηση καταλληλότητας θα εξαρτάται από το μήκος της διαδρομής, π.χ. $F(x)=100-|x|$, όπου x ένα χρωμόσωμα και $|x|$ το μήκος της διαδρομής που αντιστοιχεί στο χρωμόσωμα αυτό.

Για τη δημιουργία του αρχικού πληθυσμού θα χρησιμοποιήσουμε τουλάχιστον τους πρώτους 20 τυχαίους αριθμούς (5 για κάθε χρωμόσωμα αφού για την 6^η πόλη δε χρειάζεται να γίνει επιλογή). Θεωρούμε την κάθε πόλη ισοπίθανη, οπότε χωρίζω το διάστημα (0, 1) σε 6 ίσα τμήματα:

(0 - 0.1666), (0.1666 - 0.3333), (0.3333-0.5), (0.5-0.6666), (0.6666-0.8333), (0.8333-1)

και ανάλογα με το σε ποιο διάστημα ανήκει ο εκάστοτε τυχαίος αριθμός, επιλέγω το αντίστοιχο γράμμα (πόλη). Εάν το γράμμα αυτό έχει ήδη εισαχθεί στο χρωμόσωμα, χρησιμοποιείται ο επόμενος τυχαίος αριθμός. Ο αρχικός πληθυσμός μας είναι λοιπόν:

#	Χρωμόσωμα	Μήκος διαδρομής	Καταλληλότητα
1	ΓΒΕΖΔΑ	53	47
2	ΕΑΖΔΒΓ	46	54
3	ΒΖΕΓΔΑ	40	60
4	ΕΔΑΓΒΖ	46	54

Τελικά για τη δημιουργία του παραπάνω πληθυσμού χρησιμοποιήθηκαν οι πρώτοι 27 τυχαίοι αριθμοί, δηλαδή μέχρι τον 0,181008 (3^η σειρά, 7^{ος} αριθμός).

Στη συνέχεια πρέπει να σχηματίσουμε 2 ζευγάρια χρωμοσωμάτων. Το άθροισμα των καταλληλοτήτων είναι 215. Υπολογίζουμε την πιθανότητα επιλογής καθώς και την αθροιστική πιθανότητα για κάθε χρωμόσωμα. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

#	Χρωμόσωμα	Καταλληλότητα	Πιθανότητα Επιλογής	Αθροιστική Πιθανότητα
1	ΓΒΕΖΔΑ	47	$47/215=0,219$	0,219
2	ΕΑΖΔΒΓ	54	$54/215=0,251$	0,47
3	ΒΖΕΓΔΑ	60	$60/215=0,279$	0,749
4	ΕΔΑΓΒΖ	54	$54/215=0,251$	1
	Σύνολο	215		

Στη συνέχεια χωρίζουμε το διάστημα (0,1) σε 4 τμήματα ανάλογα με τις αθροιστικές πιθανότητες και χρησιμοποιώντας τους 4 επόμενους τυχαίους αριθμούς, επιλέγουμε τα άτομα προς διασταύρωση. Τα τμήματα διαμορφώνονται ως εξής:

(0 - 0,219), (0,219 - 0,47), (0,47 - 0,749) (0,749 - 1)

0,384417, επιλέγεται το 2^ο

0,485948, επιλέγεται το 3^ο

0,940825, επιλέγεται το 4^ο

0,134495, επιλέγεται το 1^ο

και τα ζευγάρια χρωμοσωμάτων που σχηματίζονται είναι τα (2,3) και (4,1).

Επειδή η άσκηση δεν μας μιλάει για πιθανότητα διασταύρωσης, θεωρούμε ότι η διασταύρωση θα γίνεται πάντα.

Πρέπει τώρα να επιλέξουμε τα 2 σημεία διασταύρωσης για κάθε ζεύγος. Έχουμε μήκος = 6, άρα 5 πιθανές θέσεις διασταύρωσης. Χωρίζουμε το διάστημα (0,1) σε 5 ίσα τμήματα:

(0 – 0,2) (0,2 – 0,4) (0,4 – 0,6) (0,6 – 0,8) (0,8 – 1)

και ανάλογα με το διάστημα στο οποίο «πέφτει» ο τυχαίος αριθμός επιλέγω την αντίστοιχη θέση διασταύρωσης.

Ζευγάρι (2,3)

1^{ος} τυχαίος: 0,381887, δηλαδή ανάμεσα από το 2^ο και 3^ο γονίδιο

2^{ος} τυχαίος: 0,004923, δηλαδή ανάμεσα από το 1^ο και 2^ο γονίδιο

Άρα: E|A|ZΔBΓ → AZΔBΓE (1)
B|Z|EΓΔA ZAEΓΔB (2)

Ζευγάρι (4,1)

1^{ος} τυχαίος: 0,62178, δηλαδή ανάμεσα από το 4^ο και 5^ο γονίδιο

2^{ος} τυχαίος: 0,357079, δηλαδή ανάμεσα από το 2^ο και 3^ο γονίδιο

Άρα: EΔ|AΓ|BZ → AΓEZBΔ (3)
ΓB|EZ|ΔA EZAΓΔB (4)

Η λογική της διασταύρωσης είναι η εξής: αρχικά ανταλλάσσεται το υλικό των δύο γονέων και στη συνέχεια οι υπόλοιπες θέσεις συμπληρώνονται από αριστερά προς τα δεξιά με πόλεις του γονέα που όμως δεν έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί. Αν μια πόλη υπάρχει ήδη στο χρωμόσωμα, την αγνοούμε και πάμε στην επόμενη. Όταν φτάσουμε στο τέλος του χρωμοσώματος επιστρέφουμε στην αρχή μέχρις ότου συμπληρώσουμε όλες τις θέσεις του χρωμοσώματος.

Η λογική της μετάλλαξης είναι η εξής: για κάθε θέση του κάθε χρωμοσώματος παίρνω και έναν τυχαίο αριθμό. Αν το τυχαίος αριθμός είναι μικρότερος από 0.001 (πιθανότητα μετάλλαξης) τότε θα γίνει μετάλλαξη. Η μετάλλαξη σε μια θέση πραγματοποιείται με ανταλλαγή του γράμματος της επόμενης θέσης. Αν η θέση στην οποία γίνεται μετάλλαξη είναι η τελευταία τότε η ανταλλαγή γίνεται με την πρώτη θέση.

Εξετάζοντας τους επόμενους $4 \times 6 = 24$ τυχαίους αριθμούς παρατηρούμε πως κανένας αριθμός δεν είναι μικρότερος του 0,001. Άρα δε θα γίνει μετάλλαξη.

Για να δούμε όμως ένα παράδειγμα, έστω ότι στην 5^η θέση του 2^{ου} χρωμοσώματος ((2)) γίνεται μετάλλαξη.

Τότε θα έχουμε ZAEΓΔB → ZAEΓBΔ.

Συνεπώς ο νέος πληθυσμός που προκύπτει (χωρίς το παράδειγμα της μετάλλαξης), είναι

#	Χρωμόσωμα	Μήκος Διαδρομής	Καταλληλότητα
1	AZΔBΓE	46	54
2	ZAΕΓΔB	41	59
3	AΓEZBΔ	51	49
4	EZAΓΔB	42	58

Η διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω πρέπει να συνεχισθεί μέχρις ότου είτε να συγκλίνει ο πληθυσμός είτε να συμπληρωθεί κάποιος προκαθορισμένος αριθμός επαναλήψεων. Σε κάθε περίπτωση ως «λύση» θα επιστραφεί το καλύτερο έγκυρο χρωμόσωμα που συναντήθηκε σε όλες τις γενιές πληθυσμών κατά το τρέξιμο του αλγορίθμου.