Περιγραφή της Λειτουγίας ενός Απλού ΓΑ.

Εφαρμογή σε ένα Πρόβλημα Βελτιστοποίησης

Περιγραφή της Λειτουγίας ενός Απλού ΓΑ.

Εφαρμογή σε ένα Πρόβλημα Βελτιστοποίησης

Περιγραφή της Λειτουγίας ενός Απλού ΓΑ.

- Πρόβλημα:

  Έστω ότι έχουμε να επιλύσουμε ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης μιας συνάρτησης f

  Τι γίνεται όταν έχω πρόβλημα ελαχιστοποίησης μιας συνάρτησης f?

Περιγραφή της Λειτουγίας ενός Απλού ΓΑ.

- Πρόβλημα:

  Έστω ότι έχουμε να επιλύσουμε ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης μιας συνάρτησης f

  Τι γίνεται όταν έχω πρόβλημα ελαχιστοποίησης μιας συνάρτησης f?

  → Μεγιστοποίηση της g όπου $g = -f$

Περιγραφή της Λειτουγίας ενός Απλού ΓΑ.

- Πρόβλημα:

  Υποθέτουμε ότι η αντικειμενική συνάρτηση f παίρνει μόνο θετικές τιμές.

  Τι γίνεται όταν δεν ισχύει η υπόθεση?

Περιγραφή της Λειτουγίας ενός Απλού ΓΑ.

- Πρόβλημα:

  Υποθέτουμε ότι η αντικειμενική συνάρτηση f παίρνει μόνο θετικές τιμές.

Τι γίνεται όταν δεν ισχύει η υπόθεση?

Εισάγουμε σταθερά C , έτσι ώστε:

$$\text{Max } g(x) = \max \{f(x)+C\}$$

Περιγραφή της Λειτουγίας ενός Απλού ΓΑ.

Έστω, ότι θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε μια συνάρτηση k μεταβλητών,

$$f(x_1, \ldots, x_k): R^k \to R$$

Όπου $x_i \in D_i=[ai, bi] \in R$ και f(x1, x2, ...,xk)>0, $\forall$ $xi \in Di$, i=1, ...,k.

Επιθυμούμε να βελτιστοποιήσουμε την f με κάποια απαιτούμενη ακρίβεια, π.χ. ακρίβεια q δεκαδικών ψηφίων για κάθε μεταβλητή.

Ακρίβεια αναπαράστασης

- Για να επιτευχθεί ακρίβεια q δεκαδικών ψηφίων, θα πρέπει κάθε διάστημα τιμών $D_i=[a_i, b_i]$ να διαχωριστεί σε:

?

- Το μήκος των δυαδικών συμβολοσειρών που ικανοποιεί την απαίτηση για *q* ακρίβεια δεκαδικών ψηφίων:

  m_i ο μικρότερος ακέραιος για τον οποίο ισχύει ότι:

?

Ακρίβεια αναπαράστασης

- Για να επιτευχθεί ακρίβεια q δεκαδικών ψηφίων, θα πρέπει κάθε διάστημα τιμών $D_i=[a_i, b_i]$ να διαχωριστεί σε:

$$\boxed{(b_i-a_i).10^q \text{ ίσα υποδιαστήματα.}}$$

- Το μήκος των δυαδικών συμβολοσειρών που ικανοποιεί την απαίτηση για *q* ακρίβεια δεκαδικών ψηφίων:

  m_i ο μικρότερος ακέραιος για τον οποίο ισχύει ότι:

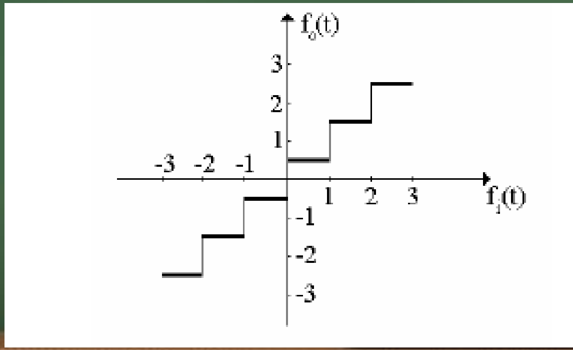
$$\boxed{(b_i-a_i).10^q \leq 2^{mi}-1.}$$

Ακρίβεια αναπαράστασης

- Μετατροπή δυαδικής συμβολοσειρά στον αντίστοιχο πραγματικό αριθμό :

$$x_i = a_i + \text{decimal}(\text{bin\_str}) \cdot \frac{b_i - a_i}{2^{m_i} - 1}$$

όπου η *decimal(bin_str)* επιστρέφει την αντίστοιχη δεκαδική τιμή για τον δυαδικό αριθμό που περιέχει η *bin_str*.



Ακρίβεια αναπαράστασης

- Κάθε χρωμόσωμα αναπαρίσταται από μια δυαδική συμβολοσειρά μήκους:

?

Ακρίβεια αναπαράστασης

- Κάθε χρωμόσωμα αναπαρίσταται από μια δυαδική συμβολοσειρά μήκους: :

$$\boxed{m = \sum_{i=1}^{k} m_i}$$

όπου τα πρώτα m_1 ψηφία κωδικοποιούν τη x_1, (δηλαδή το διάστημα $[a_1, b_1]$) τα επόμενα m_2 τη x_2 στο διάστημα $[a_2, b_2]$, κ.ο.κ.

Δομές Δεδομένων

- Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι επεξεργάζονται πληθυσμούς από δυαδικές συμβολοσειρές.

Η βασική δομή δεδομένων για ένα απλό Γενετικό Αλγόριθμο είναι ένας πληθυσμός από συμβολοσειρές.

Για ένα απλό Γενετικό Αλγόριθμο θα κατασκευάσουμε τον πληθυσμό, σαν ένα πίνακα από άτομα

Κάθε άτομο περιέχει...

Γονότυπος

Φαινότυπος

Τιμή της καταλληλότητας

Α/α			**Άτομα**				
Ατόμου	**Συμβολοσειρά 1**	x_1	**Συμβολοσειρά 2**	x_2	…	$F(x_1,x_2,\ldots,x_l)$	**Άλλα στοιχεία**
1	01111	15	00111	7	…	225	…
2	01001	9	00010	2	…	101	…
3	00111	7	01001	9	…	123	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	00111	7	00101	5	…	81	…

Δομές Δεδομένων

- Με τη βοήθεια του πίνακα, είναι εύκολο να κάνουμε τις *δηλώσεις τύπων για τα δεδομένα* σε κάποια δομημένη γλώσσα προγραμματισμού.

- Για παράδειγμα, σε γλώσσα C, πρέπει να κάνουμε τις παρακάτω δηλώσεις:

Δήλωση σταθερών:
•*pop_size* : το μέγιστο μέγεθος του πληθυσμού και
•*m :* το μέγιστο μήκος της συμβολοσειράς.

Δήλωση τύπων (type declaration)
•τύπος (type) του πληθυσμού και των συνιστωσών του.

Παράδειγμα τύπου population

- Ένα array που ορίζεται από τον τύπο individual (με δείκτη από 1 - m).
- Ένα record που καθορίζεται από
  - μεταβλητή chrom που είναι τύπου chromosome
  - μια πραγματική μεταβλητή που fitness και
  - μια πραγματική μεταβλητή x.

Αναπαριστά το τεχνητό χρωμόσωμα

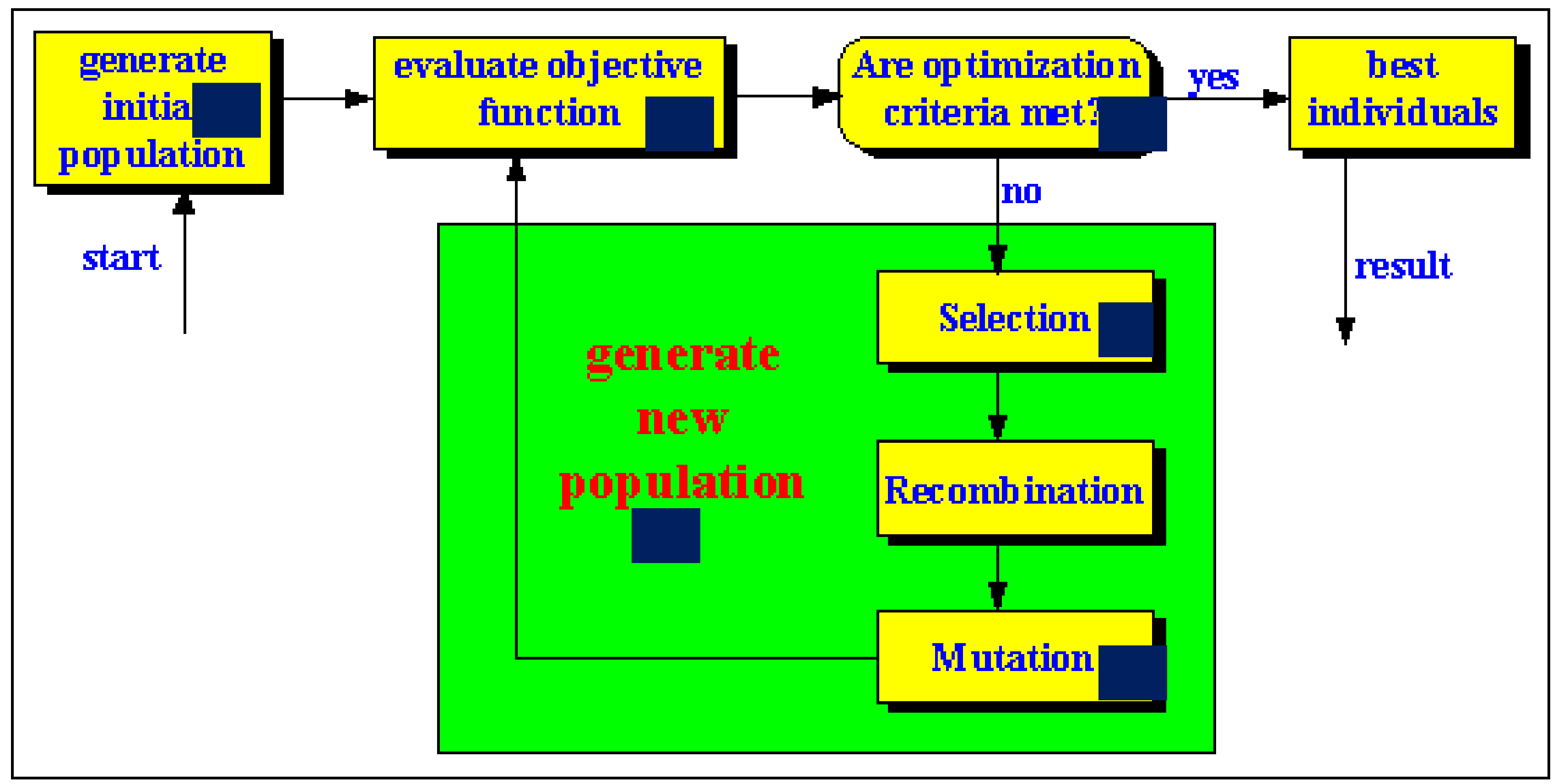
Αναπαριστά την αποκωδικοποιημένη τιμή της μεταβλητης x

Αναπαριστά την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης

- Ένα array τύπου allele (με δείκτη από 1 - m),

Ουσιαστικά άλλο όνομα για τον τύπο boolean (bit που παίρνει τιμές true ή false).

• **Απλός Γενετικός Αλγορίθμος**



•Απλός Γενετικός Αλγορίθμος

- Αρχικοποίηση πληθυσμού: Τυχαία επιλογή δυαδικών ψηφίων.
- Σε κάθε γενιά, αξιολογείται κάθε χρωμόσωμα χρησιμοποιώντας την αντικειμενική συνάρτηση.
- Επιλέγεται ένας νέος πληθυσμός με χρήση της πιθανοτικής κατανομής που βασίζεται στις καλύτερες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης (απόδοση).
- Μετατρέπονται τα χρωμοσώματα με τους τελεστές διασταύρωσης και μετάλλαξης.
- Μετά την ολοκλήρωση του προηγούμενου βήματος, έχει δημιουργηθεί η επόμενη γενιά.
- Μετά από κάποιον αριθμό γενιών και αφού καμιά βελτίωση δεν παρατηρείται πλέον, η όλη διαδικασία του Γ.Α. Τερματίζεται.

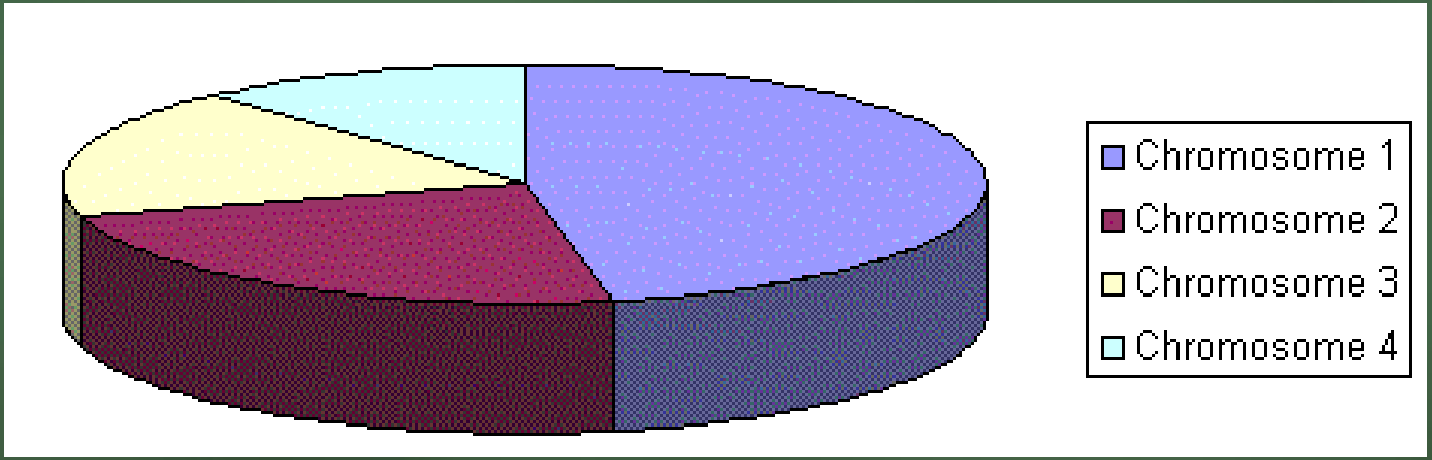
Το καλύτερο χρωμόσωμα αντιστοιχεί σε μια βέλτιστη λύση (πιθανώς καθολικά βέλτιστη).

Αρχικοποίηση πληθυσμού

- Για την αρχικοποίηση του πληθυσμού, αρκεί η τυχαία επιλογή pop_size·m δυαδικών ψηφίων.

Τελεστής Επιλογής

- Επιλογή νέου πληθυσμού → *ρουλέτα με σχισμές (slotted roulette wheel)*.
- Επιλογή με βάση την απόδοση κάθε χρωμοσώματος.
- Τα χρωμοσώματα τοποθετούνται στη ρουλέτα σε σχέση πάντα με την απόδοσή τους



Κατασκευή ρουλέτας (1)

- Υπολογισμός απόδοσης για κάθε χρωμόσωμα v_i, $eval(v_i)$ για $i=1, \ldots, pop\_size$.
- Υπολογισμός συνολικής απόδοσης του πληθυσμού:

$$F = \sum_{i=1}^{pop\_size} eval(v_i)$$

- Υπολογισμός πιθανότητας επιλογής P_i για κάθε χρωμόσωμα v_i, $i=1, \ldots, pop\_size$: $p_i = eval(v_i)/F$.
- Υπολογισμός συσσωρευμένης πιθανότητας q_i για κάθε χρωμόσωμα v_i, $i=1, \ldots, pop\_size$:

$$q_i = \sum_{j=1}^{i} p_j$$

Κατασκευή ρουλέτας (2)

- Επιλογή χρωμοσωμάτων νέου πληθυσμού → ? περιστροφές της ρουλέτας:
  - Τυχαία επιλογή ενός αριθμού r μεταξύ 0 και 1.
  - Μετά...?

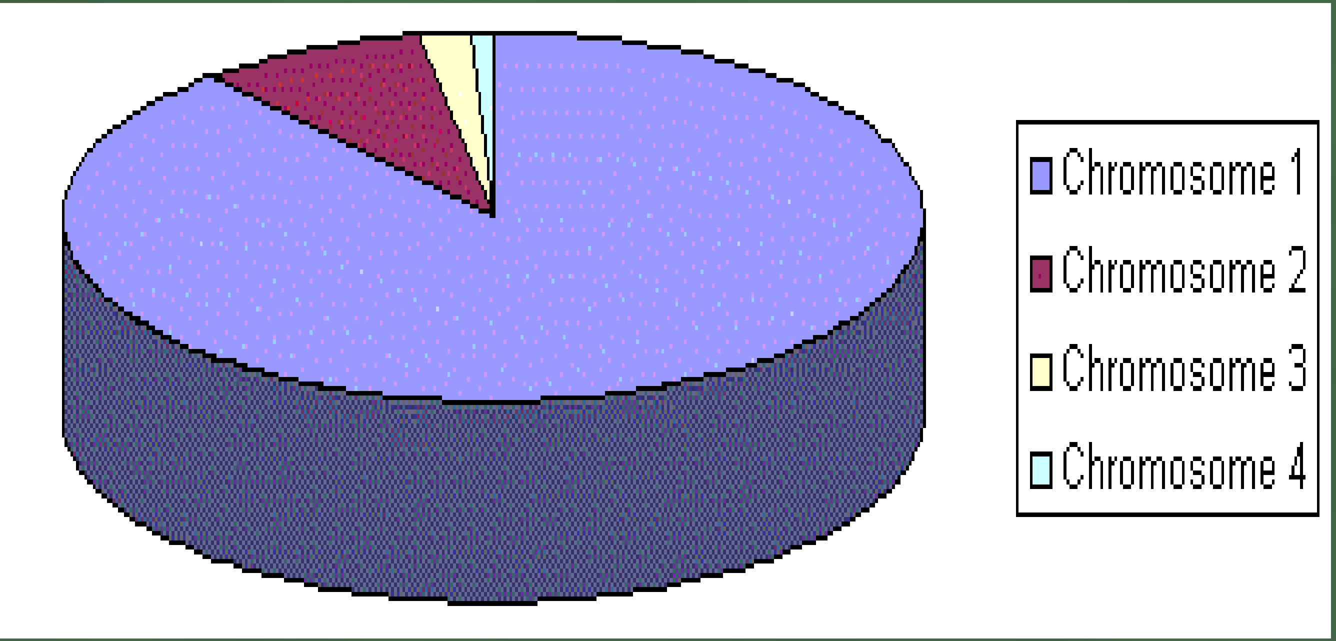
Κατασκευή ρουλέτας (2)

- Επιλογή χρωμοσωμάτων νέου πληθυσμού → pop_size περιστροφές της ρουλέτας:
  - Τυχαία επιλογή ενός αριθμού r μεταξύ 0 και 1.
  - Αν $r < q_1$, τότε επιλέγουμε το πρώτο χρωμόσωμα v_1, διαφορετικά επιλέγουμε το v_i ($2 \leq i \leq$ pop_size), έτσι ώστε $q_{i-1} < r < q_i$.

→ Κάποια χρωμοσώματα μπορεί επιλεχθούν περισσότερες από μία φορές … γιατί?

Κατασκευή ρουλέτας (3)

- Η μορφή του καινούριου πληθυσμού των τεσσάρων ατόμων μετά από την επιλογή της ρουλέτας θα είναι η εξής:



- Η κατανομή των τεσσάρων ατόμων μετά την επιλογή της ρουλέτας

Διασταύρωση (1)

- Τελεστής διασταύρωσης ενός σημείου.
- Εφαρμόζεται στον πληθυσμό που προκύπτει από τη διαδικασία της επιλογής
- Πιθανότητα διασταύρωσης p_c → παράμετρος ενός Γ.Α.

- Η διαδικασία έχει ως εξής:
- *Επιλέγουμε τυχαία έναν αριθμό r μεταξύ 0 και 1.*
- *Αν ?, επιλέγουμε το χρωμόσωμα για διασταύρωση.*

Διασταύρωση (1)

- Τελεστής διασταύρωσης ενός σημείου.
- Εφαρμόζεται στον πληθυσμό που προκύπτει από τη διαδικασία της επιλογής
- Πιθανότητα διασταύρωσης p_c → παράμετρος ενός Γ.Α.

- Η διαδικασία έχει ως εξής:
- *Επιλέγουμε τυχαία έναν αριθμό r μεταξύ 0 και 1.*
- *Αν $r < p_c$, επιλέγουμε το χρωμόσωμα για διασταύρωση.*

•Διασταύρωση (2)

- Αναμενόμενα άτομα προς διασταύρωση: ?
- Σχηματισμός ζευγαριών από χρωμοσώματα
- Για κάθε ζευγάρι επιλέγεται τυχαία ένας ακέραιος pos από το διάστημα [1, m-1], όπου m το μήκος σε δυαδικά ψηφία ενός χρωμοσώματος.
- Ο αριθμός pos προσδιορίζει το σημείο διασταύρωσης.
- Δυο άτομα:
  - $(b_1 b_2 \ldots b_{pos} b_{pos+1} \ldots b_m)$και $(c_1 c_2 \ldots c_{pos} c_{pos+1} \ldots c_m)$
  - αντικαθίστανται από το ζευγάρι απογόνων:
  - $(b_1 b_2 \ldots b_{pos} c_{pos+1} \ldots c_m)$και $(c_1 c_2 \ldots c_{pos} b_{pos+1} \ldots b_m)$.

•Διασταύρωση (2)

- Αναμενόνμενα άτομα προς διασταύρωση: p_c * *pop_size*
- Σχηματισμός ζευγαριών από χρωμοσώματα
- Για κάθε ζευγάρι επιλέγεται τυχαία ένας ακέραιος pos από το διάστημα [1, m-1], όπου m το μήκος σε δυαδικά ψηφία ενός χρωμοσώματος.
- Ο αριθμός pos προσδιορίζει το σημείο διασταύρωσης.
- Δυο άτομα:
  - $(b_1b_2\ldots b_{pos}b_{pos+1}\ldots b_m)$και $(c_1c_2\ldots c_{pos}c_{pos+1}\ldots c_m)$
  - αντικαθίστανται από το ζευγάρι απογόνων:
  - $(b_1b_2\ldots b_{pos}c_{pos+1}\ldots c_m)$και $(c_1c_2\ldots c_{pos}b_{pos+1}\ldots b_m)$.

Μετάλλαξη

- Κάθε δυαδικό ψηφίο έχει την ίδια πιθανότητα να αντιστραφεί.
- Πιθανότητα μετάλλαξης p_m → παράμετρος του Γ.Α.
- Αναμενόμενος αριθμός των αντιστραμμένων ψηφίων μετά τη διαδικασία της μετάλλαξης: ?
- Η διαδικασία έχει ως εξής:
  - Για κάθε χρωμόσωμα και κάθε δυαδικό ψηφίο μέσα στο χρωμόσωμα:
  - *Επιλέγουμε τυχαία έναν αριθμό r μεταξύ 0 και 1.*
  - *Αν $r < P_m$, τότε αντιστρέφουμε το δυαδικό ψηφίο.*
- Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία για κάθε ψηφίο

  (m * pop_size φορές)

Μετάλλαξη

- Κάθε δυαδικό ψηφίο έχει την ίδια πιθανότητα να αντιστραφεί.
- Πιθανότητα μετάλλαξης p_m → παράμετρος του Γ.Α.
- Αναμενόμενος αριθμός των αντιστραμμένων ψηφίων μετά τη διαδικασία της μετάλλαξης: $p_m * m * pop\_size$
- Η διαδικασία έχει ως εξής:
  - Για κάθε χρωμόσωμα και κάθε δυαδικό ψηφίο μέσα στο χρωμόσωμα:
  - *Επιλέγουμε τυχαία έναν αριθμό r μεταξύ 0 και 1.*
  - *Αν $r < P_m$, τότε αντιστρέφουμε το δυαδικό ψηφίο.*
- Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία για κάθε ψηφίο

  (m * pop_size φορές)

Επανάληψη

- Μετά τη μετάλλαξη … ακολουθεί μια νέα αξιολόγηση του πληθυσμού.

- Αυτή η αξιολόγηση χτίζει την πιθανοτική κατανομή, η οποία με τη σειρά της αποτελεί τη βάση για την κατασκευή της ρουλέτας.

- Η υπόλοιπη εξελικτική διαδικασία αποτελεί απλή κυκλική επανάληψη των παραπάνω βημάτων.

Εφαρμογή

- Έστω ότι θέλουμε το max της:

$$f(x_1, x_2) = 21.5 + x_1 \cdot \sin(4 \cdot \pi \cdot x_1) + x_2 \cdot \sin(20 \cdot \pi \cdot x_2)$$

$$-3.0 \le x_1 \le 12.1 \qquad 4.1 \le x_2 \le 5.8$$

με απαιτούμενη ακρίβεια τεσσάρων δεκαδικών ψηφίων για κάθε μεταβλητή.

- Έστω ότι οι παράμετροι του ΓΑ:

pop_size=20, P_c=0.25 και P_m=0.01

Αναπαράσταση

$$-3.0 \le x_1 \le 12.1 \qquad 4.1 \le x_2 \le 5.8$$

.

Το εύρος τιμών της μεταβλητής x_1 είναι 15.1

Το διάστημα [-3.0, 12.1] θα πρέπει να διαχωριστεί σε ? ίσα υποδιαστήματα.

Πόσα δυαδικά ψηφία απαιτούνται για τη δυαδική αναπαράσταση της x_1?

Αναπαράσταση

$$-3.0 \le x_1 \le 12.1 \qquad 4.1 \le x_2 \le 5.8$$

.

Το εύρος τιμών της μεταβλητής x_1 είναι 15.1

Το διάστημα [-3.0, 12.1] θα πρέπει να διαχωριστεί σε 15.1x10000 ίσα υποδιαστήματα.

Απαιτούνται 18 δυαδικά ψηφία για τη δυαδική αναπαράσταση της x_1 διότι: $2^{17} < 151000 \le 2^{18}$

131072 262144

$$x_i = a_i + decimal(bin\_str) \cdot \frac{b_i - a_i}{2^{m_i} - 1}$$

•Αναπαράσταση

- ✓Για την x_2 απαιτούνται 15 δυαδικά ψηφία για την αναπαράσταση των δεκαδικών τιμών της.
- ✓Επομένως, το συνολικό μήκος του χρωμοσώματος είναι $m=18+15=33$ δυαδικά ψηφία.

Έστω το άτομο: (010001001011010000111110010100010)

Τα πρώτα 18 δυαδικά ψηφία αναπαριστούν τον αριθμό:

?

•Αναπαράσταση

$$x_i = a_i + \text{decimal}(bin\_str) \cdot \frac{b_i - a_i}{2^{m_i} - 1}$$

✓Για την x_2 απαιτούνται 15 δυαδικά ψηφία για την αναπαράσταση των δεκαδικών τιμών της.

✓Επομένως, το συνολικό μήκος του χρωμοσώματος είναι m=18+15=33 δυαδικά ψηφία.

Έστω το άτομο: $(\underbrace{010001001011010000}_{}111110010100010)$

Τα πρώτα 18 δυαδικά ψηφία αναπαριστούν τον αριθμό:

$$x_1 = -3.0 + 70352 \cdot \frac{15.1}{262143} = -3.0 + 4.05242 = 1.05242$$

•Αναπαράσταση

$$(0100010010110100001111110010100010)$$

✓Τα επόμενα 15 δυαδικά ψηφία αναπαραστούν το x_2=5.75533

✓Το άτομο αυτό αντιστοιχεί στο ζεύγος: $\langle x_1, x_2 \rangle = \langle 1.05242, 5.75533 \rangle$

✓Η απόδοση για αυτό το χρωμόσωμα είναι:

f(1.05242, 5.75533) = 20.25264

•Αρχικοποίηση

Ας υποθέσουμε ότι μετά τη διαδικασία της αρχικοποίησης προκύπτει ο ακόλουθος πληθυσμός:

$$v_1 = (100110100000001111111010011011111)$$
$$v_2 = (111000100100110111001010100011010)$$
$$v_3 = (000010000011001000001010111011101)$$
$$v_4 = (100011000101101001111000001110010)$$
$$v_5 = (000111011001010011010111111000101)$$
$$v_6 = (000101000010010101001010111111011)$$
$$v_7 = (001000100000110101111011011111011)$$
$$v_8 = (100001100001110100010110101100111)$$
$$v_9 = (010000000101100010110000001111100)$$
$$v_{10} = (000001111000110000011010000111011)$$

- **Αρχικοποίηση**

$$v_{11} = (01100111111011010110000110111000)$$
$$v_{12} = (11010001011110110100010101000000)$$
$$v_{13} = (11101111101000100011000000001000110)$$
$$v_{14} = (01001001100000101010011110010 1001)$$
$$v_{15} = (11101110110111000001000111111011110)$$
$$v_{16} = (11001111000000111111100000110100101 1)$$
$$v_{17} = (01101011111100111101000110111110 1)$$
$$v_{18} = (01110100000000111010011111010110 1)$$
$$v_{19} = (00010101001111111111000001100011 00)$$
$$v_{20} = (10111001011001111001100010111111 0)$$

•Αποκωδικοποίηση και απόδοση

Χειρότερη απόδοση!

$eval(v_1)$	=	$f(6.084492, 5.652242)$	=	26.019600
$eval(v_2)$	=	$f(10.348434, 4.380264)$	=	***7.580015***
$eval(v_3)$	=	$f(-2.516603, 4.390381)$	=	19.526329
$eval(v_4)$	=	$f(5.278638, 5.593460)$	=	17.406725
$eval(v_5)$	=	$f(-1.255173, 4.734458)$	=	25.341160
$eval(v_6)$	=	$f(-1.811725, 4.391937)$	=	18.100417
$eval(v_7)$	=	$f(-0.991471, 5.680258)$	=	16.020812
$eval(v_8)$	=	$f(4.910618, 4.703018)$	=	17.959701
$eval(v_9)$	=	$f(0.795406, 5.381472)$	=	16.127799
$eval(v_{10})$	=	$f(-2.554851, 4.793707)$	=	21.278435

- **Αποκωδικοποίηση και απόδοση**

Καλύτερη απόδοση!

eval(v_{11})	=	f(3.130078, 4.996097)	=	23.410669
eval(v_{12})	=	f(9.356179, 4.239457)	=	15.011619
eval(v_{13})	=	f(11.134646, 5.378671)	=	27.316702
eval(v_{14})	=	f(1.335944, 5.151378)	=	19.876294
eval(v_{15})	=	f(11.089025, 5.054515)	=	***30.060205***
eval(v_{16})	=	f(9.211598, 4.993762)	=	23.867227
eval(v_{17})	=	f(3.367514, 4.571343)	=	13.696165
eval(v_{18})	=	f(3.843020, 5.158226)	=	15.414128
eval(v_{19})	=	f(-1.746635, 5.395584)	=	20.095903
eval(v_{20})	=	f(7.935998, 4.757338)	=	13.666916

•Κατασκευή ρουλέτας (roulette wheel)

- Η συνολική απόδοση (fitness) του πληθυσμού είναι:

$$F = \sum_{i=1}^{20} eval(v_i) = 387.776822$$

Η πιθανότητα επιλογής p_i κάθε μέλους το πληθυσμού v_i , i=1,…,20, είναι…

•Κατασκευή ρουλέτας (roulette wheel)

$p_1 = eval(v_1)/F = 0.067099$

$p_2 = eval(v_2)/F = 0.019547$

$p_3 = eval(v_3)/F = 0.050355$

$p_4 = eval(v_4)/F = 0.044889$

$p_5 = eval(v_5)/F = 0.065350$

$p_6 = eval(v_6)/F = 0.046677$

$p_7 = eval(v_7)/F = 0.041315$

$p_8 = eval(v_8)/F = 0.046315$

$p_9 = eval(v_9)/F = 0.041590$

$p_{10} = eval(v_{10})/F = 0.054873$

$p_{11} = eval(v_{11})/F = 0.060372$

$p_{12} = eval(v_{12})/F = 0.038712$

$p_{13} = eval(v_{13})/F = 0.070444$

$p_{14} = eval(v_{14})/F = 0.051257$

$p_{15} = eval(v_{15})/F = 0.077519$

$p_{16} = eval(v_{16})/F = 0.061549$

$p_{17} = eval(v_{17})/F = 0.035320$

$p_{18} = eval(v_{18})/F = 0.039750$

$p_{19} = eval(v_{19})/F = 0.051823$

$p_{20} = eval(v_{20})/F = 0.035244$

•Κατασκευή ρουλέτας (roulette wheel)

Οι συσσωρευμένες πιθανότητες (cumulative probabilities) qi για κάθε άτομο vi ,i=1,…,20 του πληθυσμού είναι:

$q_1 = 0.067099$	$q_6 = 0.293917$	$q_{11} = 0.538381$	$q_{16} = 0.837863$
$q_2 = 0.086647$	$q_7 = 0.335232$	$q_{12} = 0.577093$	$q_{17} = 0.873182$
$q_3 = 0.137001$	$q_8 = 0.381546$	$q_{13} = 0.647537$	$q_{18} = 0.912932$
$q_4 = 0.181890$	$q_9 = 0.423137$	$q_{14} = 0.698794$	$q_{19} = 0.964756$
$q_5 = 0.247240$	$q_{10} = 0.478009$	$q_{15} = 0.776314$	$q_{20} = 1.000000$

•Κατασκευή ρουλέτας (roulette wheel)

✓Περιστροφή ρουλέτας 20 φορές και σε κάθε περιστροφή επιλογή ενός ατόμου για το νέο πληθυσμό.

✓Έστω ότι έχουμε παράγει την εξής ακολουθία 20 τυχαίων αριθμών στο διάστημα [0, 1]:

0.513870	0.175741	0.308652	0.534534	0.947628
0.171736	0.702231	0.226431	0.494773	0.424720
0.703899	0.389647	0.277226	0.368071	0.983437
0.005398	0.765682	0.646473	0.767139	0.780237

- **Κατασκευή ρουλέτας (roulette wheel)**

0.513870	0.175741	0.308652	0.534534	0.947628
0.171736	0.702231	0.226431	0.494773	0.424720
0.703899	0.389647	0.277226	0.368071	0.983437
0.005398	0.765682	0.646473	0.767139	0.780237

Συσσωρεευμένες πιθανότητες

Ποιό άτομο επιλέγεται για να «περάσει» στο νέο πληθυσμό?

•Κατασκευή ρουλέτας (roulette wheel)

0.513870	0.175741	0.308652	0.534534	0.947628
0.171736	0.702231	0.226431	0.494773	0.424720
0.703899	0.389647	0.277226	0.368071	0.983437
0.005398	0.765682	0.646473	0.767139	0.780237

Συσσωρεευμένες πιθανότητες

$q_{10} < r = 0.513870 < q_{11}$ → το άτομο v_{11} επιλέγεται για να «περάσει» στο νέο πληθυσμό.

$q_3 < r = 0.175741 < q_4$ → το άτομο v_4 επιλέγεται για να «περάσει» στο νέο πληθυσμό.

✓Συνεχίζοντας με τον ίδιο τρόπο κατασκευάζουμε το νέο πληθυσμό

•Κατασκευή ρουλέτας (roulette wheel)

v_1^*	=	(0110011111101101011000001101111000)	(v_{11})	
v_2^*	=	(1000110001011010011110000001110010)	(v_4)	
v_3^*	=	(0010001000000110101111011011111011)	(v_7)	
v_4^*	=	(0110011111101101011000001101111000)	(v_{11})	
v_5^*	=	(0001010100111111111100000110001100)	(v_{19})	
v_6^*	=	(1000110001011010011110000001110010)	(v_4)	
v_7^*	=	(1110111011011100001000111111011110)	(v_{15})	3x
v_8^*	=	(0001110110010100110101111111000101)	(v_5)	
v_9^*	=	(0110011111101101011000001101111000)	(v_{11})	
v_{10}^*	=	(0000100000011001000000101011110111101)	(v_3)	

- **Κατασκευή ρουλέτας (roulette wheel)**

v_{11}^{*} = (111011101101110000100011111011110) (v_{15})

v_{12}^{*} = (010000000101100010110000001111100) (v_{9})

v_{13}^{*} = (000101000010010101001010111111011) (v_{6})

v_{14}^{*} = (100001100001110100010110101100111) (v_{8})

v_{15}^{*} = (101110010110011110011000101111110) (v_{20})

v_{16}^{*} = (100110100000001111111010011011111) (v_{1})

v_{17}^{*} = (000001111000110000011010000111011) (v_{10})

v_{18}^{*} = (111011111010001000110000001000110) (v_{13})

v_{19}^{*} = (111011101101110000100011111011110) (v_{15})

v_{20}^{*} = (110011110000011111100001101001011) (v_{16})

3x

• Κατασκευή ρουλέτας (roulette wheel)

- Ορισμένα άτομα έχουν αντιγραφεί περισσότερες από μία φορές, κάποια άλλα μόνο μία και μερικά δεν υπάρχουν καθόλου, ανάλογα με την απόδοσή τους.

- Ο παραπάνω πληθυσμός αποτελεί τη *δεξαμενή ζευγαρώματος*, στην οποία θα εφαρμοστεί η διασταύρωση.

- **Διασταύρωση**

- Για κάθε άτομο στον πληθυσμό επιλέγουμε ένα τυχαίο αριθμό r από 0 ως 1.

Εάν ? → Επιλέγουμε το τρέχον άτομο για διασταύρωση.

Έστω η ακολουθία των τυχαίων αριθμών:

0.822951	0.151932	0.625477	0.314685	0.346901
0.911720	0.519760	0.401154	0.606758	0.785402
0.031523	0.869921	0.166525	0.674520	0.758400
0.581893	0.389248	0.200232	0.355635	0.826927

•Διασταύρωση

- Για κάθε άτομο στον πληθυσμό επιλέγουμε ένα τυχαίο αριθμό r από 0 ως 1.

Εάν $r<0.25=p_c$ → Επιλέγουμε το τρέχον άτομο για διασταύρωση.

Έστω η ακολουθία των τυχαίων αριθμών:

0.822951	0.151932	0.625477	0.314685	0.346901
0.911720	0.519760	0.401154	0.606758	0.785402
0.031523	0.869921	0.166525	0.674520	0.758400
0.581893	0.389248	0.200232	0.355635	0.826927

Ποιά άτομα επιλέγονται?

•Διασταύρωση

0.822951	0.151932	0.625477	0.314685	0.346901
0.911720	0.519760	0.401154	0.606758	0.785402
0.031523	0.869921	0.166525	0.674520	0.758400
0.581893	0.389248	0.200232	0.355635	0.826927

v_2, v_{11}, v_{13} και v_{18} επιλέχθηκαν για διασταύρωση

Ο αριθμός των ατόμων ζυγός → Το ταίριασμά τους είναι εύκολο

Αν ο αριθμός του μονός → ?

• Διασταύρωση

0.822951	0.151932	0.625477	0.314685	0.346901
0.911720	0.519760	0.401154	0.606758	0.785402
0.031523	0.869921	0.166525	0.674520	0.758400
0.581893	0.389248	0.200232	0.355635	0.826927

v_2, v_{11}, v_{13} και v_{18} επιλέχθηκαν για διασταύρωση

Ο αριθμός των ατόμων ζυγός → Το ταίριασμά τους είναι εύκολο

Αν ο αριθμός μονός → Είτε επιλέγουμε ένα ακόμα άτομο ή απορρίπτουμε κάποιο

•Διασταύρωση

✓Ταιριάζουμε με τυχαίο τρόπο άτομα για ζευγάρωμα.
✓Έστω ότι ζευγαρώνουν τα πρώτα δύο (v_2 και $v_{\mathbf{11}}$) και τα επόμενα δύο (v_{13} και v_{18}).

Έστω ότι για το πρώτο ζευγάρι επιλέχθηκε, σαν σημείο διασταύρωσης η θέση pos=9:

$$\mathrm{v}_2 = (100011000|101101001111000001110010)$$

$$\mathrm{v}_{11} = (111011101|101110000100011111011110)$$

$$\mathrm{v}'_2 = (100011000|101110000100011111011110)$$

$$\mathrm{v}'_{11} = (111011101|101101001111000001110010)$$

Απόγονοι

•Διασταύρωση

Έστω ότι για το δεύτερο ζευγάρι επιλέχθηκε, σαν σημείο διασταύρωσης η θέση pos=20 :

$$v_{13} = (00010100001001010100|1010111111011)$$

$$v_{18} = (11101111101000100011|0000001000110)$$

$$\downarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} v'_{13} = (00010100001001010100|0000001000110) \\ v'_{18} = (11101111101000100011|1010111111011) \end{array}\right\} \text{Απόγονοι}$$

Οπότε, η τρέχουσα μορφή του πληθυσμού ...

•Διασταύρωση

$$v_1 = (100110100000001111111010011011111)$$

$$v_2' = (100011000|101110000100011111011110)$$

$$v_3 = (000010000011001000001010111011101)$$

$$v_4 = (100011000101101001111000001110010)$$

$$v_5 = (000111011001010011010111111000101)$$

$$v_6 = (000101000010010101001010111111011)$$

$$v_7 = (001000100000110101111011011111011)$$

$$v_6 = (000101000010010101001010111111011)$$

$$v_9 = (010000000101100010110000001111100)$$

$$v_{10} = (000001111000110000011010000111011)$$

• Διασταύρωση

$$v'_{11} = (111011101|101101001111000001110010)$$

$$v_{12} = (110100010111101101000101010000000)$$

$$v'_{13} = (00010100001001010100|0000001000110)$$

$$v_{14} = (010010011000001010100111100101001)$$

$$v_{15} = (111011101101110000100011111011110)$$

$$v_{16} = (110011110000011111100001101001011)$$

$$v_{17} = (011010111111001111010001101111101)$$

$$v'_{18} = (11101111101000100011|1010111111011)$$

$$v_{19} = (000101010011111111110000110001100)$$

$$v_{20} = (101110010110011110011000101111110)$$

- **Μετάλλαξη**

P_m=0.01 → Αναμένουμε ότι το 1% περίπου όλων των δυαδικών ψηφίων του πληθυσμού θα αντιστραφούν

Ο πληθυσμός αποτελείται από:
m x pop_size=33 x 20=660 δυαδικά ψηφία → Αναμένουμε περίπου 6.6 μεταλλάξεις ανά γενιά.

✓Για κάθε δυαδικό ψηφίο, πρέπει να παράγουμε ένα τυχαίο αριθμό r από το διάστημα [0,1].

Εάν ? → Αντιστρέφουμε το δυαδικό ψηφίο

•Μετάλλαξη

P_m=0.01 → Αναμένουμε ότι το 1% περίπου όλων των δυαδικών ψηφίων του πληθυσμού θα αντιστραφούν

Ο πληθυσμός αποτελείται από: m x pop_size=33 x 20=660 δυαδικά ψηφία → Αναμένουμε περίπου 6.6 μεταλλάξεις ανά γενιά.

✓Για κάθε δυαδικό ψηφίο, πρέπει να παράγουμε ένα τυχαίο αριθμό r από το διάστημα [0,1].

Εάν r<0.01 → Αντιστρέφουμε το δυαδικό ψηφίο

•Μετάλλαξη

Πρέπει να παράγουμε 660 τυχαίους αριθμούς

Για μία τέτοια εκτέλεση:

Ο αριθμός του ατόμου που αντιστοιχούν

Οι θέσεις στον πληθυσμό των δυαδικών ψηφίων που επιλέχθηκαν για μετάλλαξη

112	4	13
349	11	19
418	13	22
429	13	33
602	19	8

Η θέση τους στα αντίστοιχα άτομα

5 άτομα του πληθυσμού θα υποστούν μετάλλαξη:
Τα άτομα 4, 11, 13, 13 και 19.

•Μετάλλαξη

Τρέχουσα γενιά

$$v_1 = (100110100000001111111010011011111)$$

$$v_2' = (100011000|101110000100011111011110)$$

$$v_3 = (000010000011001000001010111011101)$$

$$v_4'' = (0110011111100\mathbf{0}10101100001101111000)$$

$$v_5 = (000111011001010011010111111000101)$$

$$v_6 = (000101000010010101001010111111011)$$

$$v_7 = (001000100000110101111011011111011)$$

$$v_8 = (100001100001110100010110101100111)$$

$$v_9 = (010000000101100010110000001111100)$$

$$v_{10} = (000001111000110000011010000111011)$$

- **Μετάλλαξη**

$$v''_{11} = (111011101101101001\mathbf{0}11000001110010)$$
$$v_{12} = (110100010111101101000101010000000)$$
$$v''_{13} = (000101000010010101000\mathbf{1}0000100011\mathbf{1})$$
$$v_{14} = (010010011000001010100111100101001)$$
$$v_{15} = (111011101101110000010001111011110)$$
$$v_{16} = (110011110000011111100001101001011)$$
$$v_{17} = (011010111111001111010001101111101)$$
$$v'_{18} = (11101111101000100011 \mid 1010111111011)$$
$$v''_{19} = (1110111\mathbf{0}0101110000010001111011110)$$
$$v_{20} = (101110010110011110011000101111110)$$

- **Αποδόσεις νέου πληθυσμού**

$$\mathrm{eval}(v_1) = f(3.130078, 4.996097) = 23.410669$$
$$\mathrm{eval}(v_2) = f(5.279042, 5.054515) = 18.201083$$
$$\mathrm{eval}(v_3) = f(-0.991471, 5.680258) = 16.020812$$
$$\mathrm{eval}(v_4) = f(3.128235, 4.996097) = 23.412613$$
$$\mathrm{eval}(v_5) = f(-1.746635, 5.395584) = 20.095903$$
$$\mathrm{eval}(v_6) = f(5.278638, 5.593460) = 17.406725$$
$$\mathrm{eval}(v_7) = f(11.089025, 5.054515) = 30.060205$$
$$\mathrm{eval}(v_8) = f(-1.255173, 4.734458) = 25.341160$$
$$\mathrm{eval}(v_9) = f(3.130078, 4.996097) = 23.410669$$
$$\mathrm{eval}(v_{10}) = f(-2.516603, 4.390381) = 19.526329$$

•Αποδόσεις νέου πληθυσμού

Καλύτερη απόδοση

$$\mathrm{eval}(v_{11}) = f(11.088621, 4.743434) = 33.351874$$

$$\mathrm{eval}(v_{12}) = f(0.795406, 5.381472) = 16.127799$$

$$\mathrm{eval}(v_{13}) = f(-1.811725, 4.209937) = 22.692462$$

$$\mathrm{eval}(v_{14}) = f(4.910618, 4.703018) = 17.959701$$

$$\mathrm{eval}(v_{15}) = f(7.935998, 4.757338) = 13.666916$$

$$\mathrm{eval}(v_{16}) = f(6.084492, 5.652242) = 26.019600$$

$$\mathrm{eval}(v_{17}) = f(-2.554851, 4.793707) = 21.278435$$

$$\mathrm{eval}(v_{18}) = f(11.134646, 5.666976) = 27.591064$$

$$\mathrm{eval}(v_{19}) = f(11.059532, 5.054515) = 27.608441$$

$$\mathrm{eval}(v_{20}) = f(9.211598, 4.993762) = 23.867227$$

•Παρατηρήσεις

Συνολική απόδοση του νέου πληθυσμού = 447.049688

>>

Συνολική απόδοση του προηγούμενου πληθυσμού = 387.776822.

Απόδοση Καλύτερου Χρωμοσώματος, του v_{11}, στον καινούριο πληθυσμό = 33.351674

>

Απόδοση Καλύτερου Χρωμοσώματος, του v_{15}, στον προηγούμενο πληθυσμό = 30.060205.

Τερματισμός

- Τα παραπάνω βήματα του αλγορίθμου επαναλαμβάνονται κυκλικά, μέχρις ότου ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού.

- Συνήθως, *το κριτήριο τερματισμού* ενός Γ.Α. είναι:
  - *είτε ένας συγκεκριμένος αριθμός γενιών,*
  - *είτε ένα συγκεκριμένο ποσοστό βελτίωσης του καλύτερου ατόμου*
  - *ή του συνολικού πληθυσμού σε σχέση με κάποιον αριθμό προηγούμενων γενιών*