

#### 6.4.4 Η έννοια της αξίας σε κίνδυνο

Ο όρος κίνδυνος αγοράς ενός χαρτοφυλακίου αναφέρεται στην πιθανότητα χρηματοοικονομικών απωλειών εξαιτίας μιας μη αναμενόμενης μεταβολής στην τιμή κάποιας θέσης. Η αυξημένη χρήση της αγοράς παραγώγων (derivative market) σε κερδοσκοπικές στρατηγικές σε συνδυασμό με την ανεπάρκεια του ρυθμιστικού-κανονιστικού πλαισίου τα πρώτα χρόνια ανάπτυξης των αγορών διεθνώς, κατέστησαν αναγκαία την εξεύρεση τεχνικών ποσοτικοποίησης και διαχείρισης του κινδύνου της αγοράς για τα τραπεζικά ιδρύματα. Η ποσοτικοποίηση του κινδύνου αγοράς είναι σημαντική τόσο για τους χρηματοοικονομικούς οργανισμούς, όσο και για τις ρυθμιστικές αρχές, ώστε να εξασφαλίζεται η επάρκεια των χρηματοοικονομικών ροών και η ασφάλεια των κεφαλαίων.

Κατά τον Best (2000) η αξία σε κίνδυνο (Value at Risk, VaR), είναι το μέγιστο ποσό χρημάτων που μπορεί να απολέσει ένα συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο κατά τη διάρκεια μιας συγκεκριμένης χρονικής περιόδου, δεδομένου ενός επιπέδου εμπιστοσύνης. Ειδικότερα, αποτελεί μια στατιστική εκτίμησης, η οποία υπολογίζει, μέσα σε συγκεκριμένο διάστημα εμπιστοσύνης (π.χ. 95%), το χρηματικό ποσό σε ένα συγκεκριμένο νόμισμα, το οποίο ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα μπορεί να χάσει σε ένα συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα, εξαιτίας των δυνητικών μεταβολών στις αγοραίες τιμές των υποκειμένων τίτλων (Jorion, 1996).

Συχνά το VaR υπολογίζεται για χρονική περίοδο μίας ημέρας, γνωστή και ως περίοδος διακράτησης (holding period), και υπολογίζεται με 99% επίπεδο εμπιστοσύνης, που σημαίνει πως κατά μέσο όρο, υπάρχει 99% πιθανότητα να είναι κάποια απώλεια του χαρτοφυλακίου μικρότερη από την υπολογισμένη VaR. Αντίθετα για επενδυτικά χαρτοφυλάκια που η έκθεση τους στον κίνδυνο δεν μεταβάλλεται συχνά μπορεί να επιλεγεί περίοδος ενός μήνα.

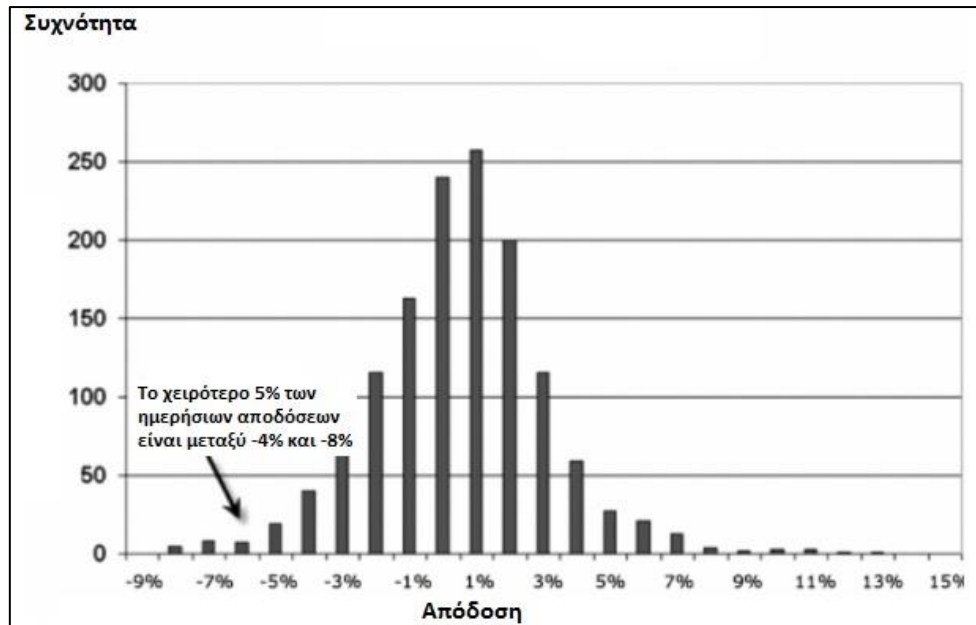
Ο ακριβής υπολογισμός του VaR ενός χαρτοφυλακίου εξαρτάται από μια σειρά υποθέσεων που ενδεικτικά αφορούν την κατανομή των μεταβλητών των τιμών, την έκταση κατά την οποία η σημερινή μεταβολή στην τιμή ενός περιουσιακού στοιχείου συσχετίζεται με τις μεταβολές στο παρελθόν, και άλλες. Αξίζει να σημειωθεί ότι όσο μεγαλύτερη η περίοδος διακράτησης είναι, τόσο μεγαλύτερη και η αξία σε κίνδυνο. Το διάστημα εμπιστοσύνης είναι επίσης σημαντικό, καθώς 95% επίπεδο εμπιστοσύνης σημαίνει πως το υπόλοιπο 5% αντιστοιχεί σε μία ημέρα στις 20, ενώ το 99% επίπεδο εμπιστοσύνης σημαίνει πως το υπόλοιπο 1% αντιστοιχεί σε μία ημέρα στις 100.

Παρά το γεγονός ότι ο ορισμός του VaR είναι σχετικά απλός υπάρχουν πολλές διαφορετικές προσεγγίσεις στον υπολογισμό του. Η βασική τους διάφορα είναι ο τρόπος υπολογισμού της κατανομής των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου, μερικές μέθοδοι υποθέτουν κάποιες δεδομένες κατανομές για τις αποδόσεις ( όπως κανονική,  $t$  κατανομή και άλλες), ενώ κάποιες άλλες βασίζονται σε μη παραμετρικές μεθόδους και δεν κάνουν κάποια υπόθεση για συγκεκριμένη κατανομή των αποδόσεων.

Κατά τους Engle και Manganelli (2001) μπορούμε να χωρίσουμε τις διάφορες μεθοδολογίες σε τρεις γενικές κατηγορίες τις μη παραμετρικές μεθόδους (πχ. η μέθοδος Ιστορικής Προσομοίωσης - Historical Simulation και το Υβριδικό Μοντέλο -Hybrid Model), τις παραμετρικές (πχ η μεθοδολογία Risk Metrics) και τις ημι-παραμετρικές (πχ. η θεωρία των ακραίων Τιμών - Extreme Value Theory).

Απ τις μη παραμετρικές μεθόδους ενδεικτικά θα αναφέρουμε την μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης η οποία χρησιμοποιεί ιστορικές αποδόσεις και τις κατατάσσει από την χειρότερη προς την καλύτερη. Στο παρακάτω ιστόγραμμα παρουσιάζουμε την συχνότητα εμφάνισης των ημερήσιων αποδόσεων της υποθετικής μετοχής AAA. Όπως παρατηρούμε οι αποδόσεις μεταξύ 0% και 1% παρουσιάστηκαν για περισσότερες από 250 ημέρες, ενώ μεταξύ 4% και 5% για λίγο περισσότερο από 50 ημέρες. Αριστερά της κατανομής των αποδόσεων μπορούμε να εντοπίσουμε τις χειρότερες 5% των 1387 παρατηρήσεων που παριστάνουν απώλειες μεταξύ 4% και 8%. Έτσι μπορούμε να πούμε ότι σε επίπεδο σημαντικότητας 95% η μέγιστη ημερήσια ζημία δεν θα ξεπερνά το 4%. Δηλαδή εάν επενδύσουμε ένα ποσό 10.000 ευρώ η ζημιά μας δεν αναμένεται να ξεπεράσει τα 400 ευρώ με πιθανότητα 95%. Αυτά τα 400 ευρώ είναι η αξία σε κίνδυνο.

### **Γράφημα 6.2** Κατανομή ημερήσιων αποδόσεων μετοχής AAA

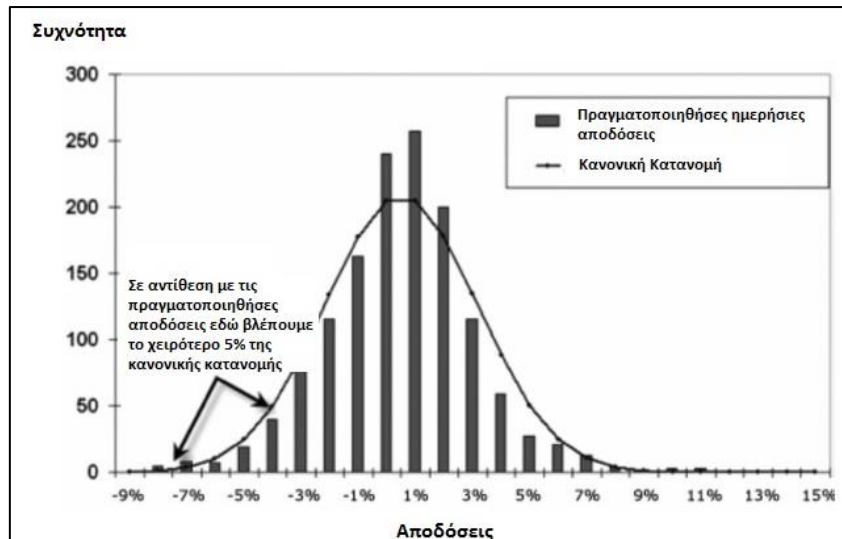


Από τις παραμετρικές μέθοδους η προσέγγιση της διακύμανσης-συνδιακύμανσης είναι παρόμοια με την ιστορική προσομοίωση μόνο που τώρα χρησιμοποιούμε την κανονική κατανομή για να περιγράψουμε τις αποδόσεις και γνωρίζουμε που βρίσκονται στην καμπύλη το 1% και το 5% των χειρότερων περιπτώσεων. Στο παράδειγμα της μετοχής AAA η ημερήσια τυπική απόκλιση των αποδόσεων είναι 2,64% και η μέση τιμή της είναι κοντά στο μηδέν. Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε την ημερήσια αξία σε κίνδυνο σε συγκεκριμένο διάστημα εμπιστοσύνης.

Η VaR στο 95% είναι  $-1,645 \times \sigma = -1,645 \times 2,64\% = -4,34\%$

Η VaR στο 99% είναι  $-2,33 \times \sigma = -2,33 \times 2,64\% = -6,14\%$

**Γράφημα 6.3** Κατανομή ημερήσιων αποδόσεων μετοχής AAA και κανονική κατανομή



Αντίστοιχα η αξία σε κίνδυνο σε μηνιαία βάση υποθέτοντας 20 εργάσιμες ημέρες θα είναι:

$$\text{Η VaR στο 95\% είναι } -1,645 \times \sigma\sqrt{T} = -1,645 \times 2,645\sqrt{20} = -19,45\%$$

$$\text{Η VaR στο 99\% είναι } -2,33 \times \sigma\sqrt{T} = 2,33 \times 2,645\sqrt{20} = -27,56\%$$

Έτσι υποθέτοντας ένα αρχικό κεφάλαιο επένδυσης  $W$  μπορούμε να ορίσουμε τον γενικό τύπο της απόλυτης και της σχετική αξίας σε κίνδυνο, τα οποία έγιναν ευρέως γνωστά μέσα από την αναθεωρημένη έκθεση του Απριλίου 1995 της Επιτροπής της Βασιλείας για τους τραπεζικούς οργανισμούς.

$$\text{απόλυτη VaR} = -\mu W - \alpha\sigma W \text{ ή απόλυτη VaR} = -W(\alpha\sigma\sqrt{\Delta t} + \mu\Delta t)$$

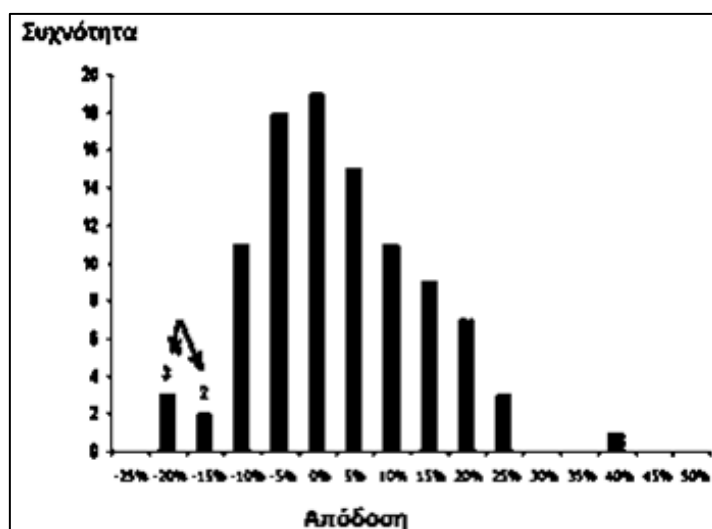
$$\text{σχετική VaR} = \alpha\sigma W \text{ ή σχετική VaR} = \alpha\sigma W\sqrt{\Delta t}$$

Όπου  $\alpha$  είναι το επιλεγόμενο επίπεδο εμπιστοσύνης (πχ 0,05 ή 0,01) και  $\Delta t$  η μεταβολή του χρόνου. Φαίνεται, λοιπόν, ότι η τιμή της VaR εξαρτάται από τόσο από τον χρονικό ορίζοντα (που ορίζεται από  $\sigma\Delta t$ ) και από το επίπεδο εμπιστοσύνης (που ορίζει το  $\alpha$ ). Και τα δύο αυτά μεγέθη μπορούν να μεταβάλλονται. Για παράδειγμα, η Risk Metrics (RM) υπολογίζει 95% διάστημα εμπιστοσύνης (ή  $1.65\sigma$ ) σε χρονικό διάστημα ημέρας και η Επιτροπή της Βασιλείας (BC) θέτει 99% διάστημα εμπιστοσύνης σε χρονικό διάστημα 10 ημερών (ή  $2.33\sigma$ ).

Μια άλλη σημαντική μέθοδος στον υπολογισμό της αξίας σε κίνδυνο είναι η μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo που περιλαμβάνει την ανάπτυξη ενός μοντέλου για

τις μελλοντικές τιμές των αποδόσεων των μετοχών καθώς και την εκτέλεση πολλαπλών υποθετικών δοκιμών. Η προσομοίωση Monte Carlo ισοδυναμεί με μία γεννήτρια τυχαίων αποτελεσμάτων βασιζόμενοι στις ιστορικές παρατηρήσεις. Τρέχοντας λοιπόν 100 τυχαίες δοκιμές βασιζόμενοι στην ιστορική διακύμανση της μετοχής δύο αποτελέσματα ήταν ανάμεσα στο -15% και -20%. Τρία ήταν μεταξύ του -20% και -25%. Αυτό σημαίνει ότι με 95% πιθανότητα η ζημιά της μετοχής δεν θα είναι μεγαλύτερη από το 15% (γράφημα 6.4).

**Γράφημα 6.4** Monte Carlo Προσομοίωση με 100 δοκιμές για την AAA

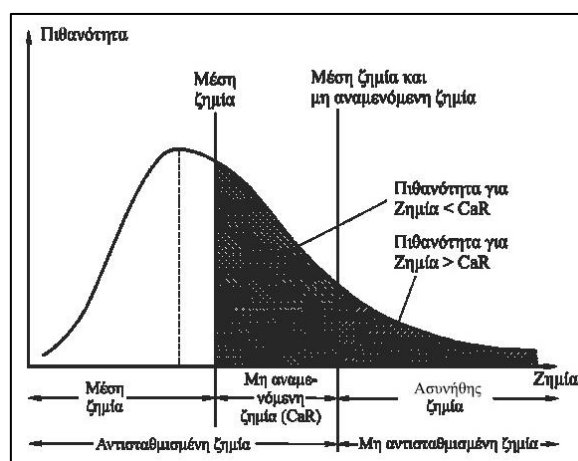


Η αξία σε κίνδυνο εκφράζει την έκθεση του τραπεζικού οργανισμού στους κινδύνους της αγοράς. Συνεπώς, τόσο οι διαχειριστές της τράπεζας όσο και οι μέτοχοι μπορούν να αποφασίσουν εάν το ύψος του κινδύνου αυτού είναι αποδεκτό. Η εποπτεία των πιστωτικών ιδρυμάτων και των εταιριών που δραστηριοποιούνται στον χρηματοοικονομικό τομέα, γενικότερα, απαιτεί ένα ελάχιστο ύψος κεφαλαιακής επάρκειας για την αντιμετώπιση των χρηματοοικονομικών κινδύνων. Η επιτροπή της Βασιλείας για την εποπτεία των τραπεζών, οι κεντρικές τράπεζες και οι εποπτικές αρχές των Ευρωπαϊκών χωρών, συγκλίνουν στην αποδοχή της VaR σαν μιας κατάλληλης μεθόδου αποτίμησης του κινδύνου.

Η μέτρηση του απαιτούμενου κεφαλαίου μπορεί να προσεγγιστεί αποτελεσματικά με την μεθοδολογία VaR. Στην περίπτωση αυτή το κεφάλαιο που εκτιμάται προορίζεται για προστασία έναντι των αποκλίσεων των ζημιών από την μέση αναμενόμενη ζημιά. Οι αποκλίσεις αυτές μπορεί να είναι η μη αναμενόμενη ζημιά (το κεφάλαιο σε κίνδυνο - Capital at Risk, CaR) και η ασυνήθης ζημιά και ορίζονται σε δεδομένο διάστημα

εμπιστοσύνης. Το κεφάλαιο προσφέρει προστασία και το CaR αντιστοιχεί στο συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης όπως φαίνεται στο ακόλουθο γράφημα.

**Γράφημα 6.5** Κατανομή Ημερήσιων αποδόσεων μετοχής AAA



Ο υπολογισμός της αναμενόμενης και της μη αναμενόμενης ζημίας (CaR) δίνεται στο ακόλουθο παράδειγμα. Αν μια τράπεζα έχει έκθεση σε κίνδυνο 500 εκατ. Ευρώ (α), και μέσο ετήσιο ποσοστό αθέτησης 1% (b), και μέγιστη απόκλιση από το μέσο ποσοστό αθέτησης 3% ( $c=D_{\max}-D_{\text{avg}}$ ), τότε η αναμενόμενη ζημία θα είναι

$$(\alpha) \times (b) = 500.000.000 \times 0,01 = 5.000.000.$$

Και η μη αναμενόμενη ζημία θα είναι  $(\alpha) \times (c) = 500.000.000 \times 0,03 = 15.000.000$ .

Να σημειώσουμε ότι την μέγιστη απόκλιση από την μέση αθέτηση δηλαδή το c πολλές φορές υπολογίζεται ως k x τυπική απόκλιση του ποσοστού αθέτησης. Στο παράδειγμα υποθέτοντας τυπική απόκλιση του ποσοστού αθέτησης 1,5 και  $k=2$  έχουμε  $c=D_{\max}-D_{\text{avg}}=2 \times 1,5\% = 3\%$ .

### **Πλεονεκτήματα και Αδυναμίες της μεθόδου VaR**

Η αξία σε κίνδυνο είναι ένα πολύ σημαντικό μέτρο κινδύνου γιατί μπορεί να συνοψίσει σε έναν μόνο αριθμό την συνολική έκθεση μιας επιχείρησης ή ενός οργανισμού στον κίνδυνο αγοράς. Και εξαιτίας αυτού αποτελεί πλέον την πιο διαδεδομένη μέθοδο για

την ποσοτικοποίηση του κινδύνου αγοράς. Χαρακτηρίζεται από απλότητα και σαφήνεια και μπορεί να χρησιμοποιηθεί άμεσα.

Οι τράπεζες μπορούν με αυτήν την μέθοδο να καθορίσουν όρια στους διαπραγματευτές συναλλάγματος και χρεογράφων σε όρους της VaR. Επιπλέον η σχέση κινδύνου-απόδοσης μελετάται πλέον κάτω από ένα άλλο εναλλακτικό μέτρο του κινδύνου συμβάλλοντας στην αποτελεσματική κατανομή των κεφαλαίων μεταξύ διαφορετικών κατηγοριών τίτλων.

Από την άλλη πλευρά, η μέθοδος VaR εμφανίζει κάποιες αδυναμίες, μία από αυτές είναι ότι υπάρχει περίπτωση να προσφέρει υποεκτιμημένα αποτελέσματα, εάν οι αποδόσεις ενός περιουσιακού στοιχείου ή ενός χαρτοφυλακίου ξαφνικά μεταβληθούν κατά μη προβλέψιμο τρόπο, λόγω μιας δοκιμής αλλαγής της υποκείμενης οικονομίας μιας χώρας. Υποθέτει όπως είδαμε σε κάποιες περιπτώσεις την κανονική κατανομή και στην περίπτωση μη εμφάνισης της μπορεί να δώσει λανθασμένες εκτιμήσεις.

Ακόμη, το VaR υπολογίζει τη μέγιστη ζημιά που μπορεί να αναμένει ένας οργανισμός για μία δεδομένη χρονική περίοδο. Οι ζημιές υπολογίζονται υποθέτοντας ότι τα περιουσιακά στοιχεία μπορούν να πωληθούν στις τρέχουσες αγοραίες τιμές, γεγονός που δεν ισχύει αν η επιχείρηση έχει στην κατοχή της μεγάλο βαθμό μη ρευστοποιήσιμων στοιχείων. Έτσι το VaR μπορεί να υποεκτιμά τις πραγματικές ζημιές, αφού τα στοιχεία αυτά ίσως χρειαστεί να πωληθούν με έκπτωση.

Η ιδιαιτερότητα της αξίας σε κίνδυνο (VaR) βρίσκεται κυρίως στην προσπάθεια μιας συνολικής διαχείρισης των κινδύνων ενός χαρτοφυλακίου περιουσιακών στοιχείων. Αλλά και η σύγχρονη χρηματοπιστωτική κρίση ανέδειξε την αδυναμία του μέτρου αυτού δημιουργώντας το έναυσμα για εξεύρεση νέων μεθόδων συνολικής διαχείρισης κινδύνων.

## **Πλαίσιο Ανάλυσης 2**

### **Παράδειγματα Υπολογισμού Αξίας σε κίνδυνο**

A) Να υπολογιστεί η 95% VaR (Value-at-Risk) για μια μέρα και 2 εβδομάδες της ακόλουθης επενδυτικής θέσης: διαπραγμάτευση 100 μετοχών της Εταιρείας AAA στην τιμή των 113€/μετοχή όταν η διακύμανση ενός έτους των αποδόσεων της μετοχής είναι 0,0441. Υποθέστε ότι το έτος έχει 250 ημέρες και η τιμή  $\alpha$  για την 95% VaR είναι 1,65.

### **Λύση**

Η τυπική απόκλιση ενός έτους είναι η ρίζα της διακύμανσης  $\sigma_{AAA} = \sqrt{0,0441} = 0,21$ .

Στην κανονική κατανομή για 95% διάστημα εμπιστοσύνης το  $\alpha$  είναι 1,65. Η ετήσια απόκλιση για να γίνει ημερήσια διαιρείται με την ρίζα του 250 δηλ.  $\sigma_{AAA} = 0,21 \left(\frac{1}{\sqrt{250}}\right) = 0,013282$ .

Άρα  $VaR = a\sigma_w = 1,65 \times 1 \times 0,0132 \times (100 \times 113) = 247,643\text{€}$ . Για δύο εβδομάδες επειδή έχουμε 10 εργάσιμες μέρες η VaR θα είναι:

$$VaR = 1,65 \times \sqrt{10} \times 0,0132 \times (100 \times 113) = 783,116\text{€}.$$

Β) Να υπολογιστεί η 95% VaR χαρτοφυλακίου των μετοχών των εταιρειών Z και Ψ με την μέθοδο διακύμανσης/συνδιακύμανσης καθώς και ο διαφοροποιημένος κίνδυνος όταν δίνονται τα παρακάτω δεδομένα.

Εταιρεία Z: Αριθμός μετοχών 100, τιμή/μετοχή=35,61€ και ενός χρόνου μεταβλητικότητα=18%. Εταιρεία Ψ: Αριθμός μετοχών 50, τιμή/μετοχή =71,15€ και ενός χρόνου μεταβλητικότητα=16%. Ο συντελεστής συσχέτισης τους είναι 40%. Υποθέστε ότι το έτος έχει 250 ημέρες και η τιμή  $\alpha$  για την 95% VaR είναι 1,65.

Εξηγείστε το αποτέλεσμα της διαφοροποίησης.

#### Λύση

$$VaR_Z = 100 \times 35,61 \times 0,18 \times 1,65 = 640,98 \times 1,65 = 1057,617\text{€}$$

$$VaR_\Psi = 50 \times 71,15 \times 0,16 \times 1,65 = 569,2 \times 1,65 = 939,18\text{€}$$

$$VaR_{\chi\alpha\rho\tau} = \sqrt{(VaR_Z^2 + VaR_\Psi^2 + 2 \times \rho \times VaR_Z \times VaR_\Psi)} = 1671,89\text{€}$$

Το απλό άθροισμα των μεμονωμένων VaR είναι 1057,617€+939,18€ =1996,797€ Οπότε το κέρδος της διαφοροποίησης είναι 1996,797€-1671,899€= 324,898€

$$\sigma_{\chi\alpha\rho\tau} = \sqrt{(w_Z^2 \times \sigma_Z^2 + w_\Psi^2 \times \sigma_\Psi^2 + 2 \times \rho \times w_Z \times w_\Psi \times \sigma_Z \times \sigma_\Psi)} = 0,1864$$

Το απλό άθροισμα των κινδύνων είναι συνολικό=0,18+0,16=0,34 Άρα το αποτέλεσμα της διαφοροποίησης φαίνεται και από τον υπολογισμό του διαφοροποιημένου κινδύνου.

Γ) Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δεδομένα της προηγούμενης άσκησης να επαναληφθεί ο ίδιος έλεγχος για την περίπτωση της 95 % VaR μιας ημέρας. Και σε αυτή την περίπτωση υποθέστε ότι το έτος έχει 250 ημέρες και η τιμή  $\alpha$  για την 95% VaR είναι 1,65.

#### Λύση

Για την VaR της μιας μέρας έχουμε

$$VaR_Z = 100 \times 35,61 \times 0,18 \times \left(\frac{1}{\sqrt{250}}\right) \times 1,65 = 40,5391 \times 1,65 = 66,889\text{€}$$



$$VaR_{\psi} = 50 \times 71,15 \times 0,16 \times \left(\frac{1}{\sqrt{250}}\right) \times 1,65 = 35,994 \times 1,65 = 59,398\text{€}$$

$$VaR_{\chi\alpha\rho\tau} = \sqrt{(VaR_z^2 + VaR_{\psi}^2 + 2 \times \rho \times VaR_z \times VaR_{\psi})} = 105,747\text{€}$$

Το απλό άθροισμα των μεμονωμένων VaR είναι  $66,889\text{€} + 59,398\text{€} = 126,587\text{€}$  Οπότε το κέρδος της διαφοροποίησης είναι  $126,587\text{€} - 105,747\text{€} = 20,54\text{€}$