Διοίκηση Λειτουργιών

Χωροταξικός Σχεδιασμός - συνέχεια

- 12ο μάθημα -

Θεματολογία

- *Χωροταξία job-shop*
  - *Οι τεχνικές 2-opt, 3-opt*
- *Ειδικές περιπτώσεις χωροταξίας job-shop*
- *Χωροταξία κελιών παραγωγής*
  - *Ο αλγόριθμος ομαδοποίησης (rank order clustering algorithm)*

Χωροταξία job-shop $m \times n$ Τμημάτων

- Έστω το πρόβλημα σχεδιασμού χωροταξίας πολλαπλών τμημάτων ίδιου εμβαδού.
- Κάθε γραμμή n τμήματα
- Κάθε στήλη m τμήματα
- Συνολικά mn τμήματα

1	2	.	.	.	n
$n+1$	$n+2$				$2n$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	mn

Μορφή της λύσης

- Η λύση σε ένα τέτοιο πρόβλημα χωροταξίας αναπαρίσταται με ένα διάνυσμα ακεραίων αριθμών όπως το πιο κάτω:

  (1, 2, 3, …, ***mn***)

1	**2**	.	.	.	***n***
***n*+1**	***n*+2**				**2*n***
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	***mn***

- Όποια αναδιάταξη των ακεραίων αποτελεί μια διαφορετική λύση.
- Άρα συνολικά αναμένουμε ένα σύνολο mn! διαφορετικών λύσεων.
- Για παράδειγμα, για χωροταξία 3×4 μια πιθανή λύση θα ήταν:

  (1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

- Μια άλλη λύση θα ήταν:

  (1,12,3,4,5,6,11,10,7,8,9,2)

1	12	3	4
5	6	11	10
7	8	9	2

Ευρετικοί αλγόριθμοι (heuristics)

- **Η βασική ιδέα:**

1. Ξεκίνα από μια αρχική λύση
2. **Επανάλαβε**
   - Δημιούργησε μια νέα λύση στη «γειτονιά» της προηγούμενης.
   - Αν η νέα λύση είναι καλύτερη από την μέχρι τώρα καλύτερη λύση τότε συνέχισε την έρευνα από κει και πέρα
3. **Μέχρι** την ικανοποίηση ενός κατάλληλου κριτηρίου τερματισμού

Δημοφιλείς αλγόριθμοι

- Δύο από τους πιο δημοφιλείς ευρετικούς αλγορίθμους είναι οι αλγόριθμοι:
- 2-opt
  - Επαναληπτικά αντιμεταθέτει τα περιεχόμενα 2 θέσεων στο διάνυσμα λύσης.
- 3-opt
  - Επαναληπτικά αντιμεταθέτει τα περιεχόμενα 3 θέσεων στο διάνυσμα λύσης.

Ο αλγόριθμος 2-opt

```
1. Δημιούργησε τυχαία μια αρχική λύση διάταξης X
2. Υπολόγισε το κόστος c της διάταξης X
3. for (i=1; i<=(m*n)-1; i++) {
        for (j=i+1; j<=m*n; j++) {
            Δημιούργησε μια νέα διάταξη X’ αντιμεταθέτοντας τα
                τμήματα i και j της X
            Υπολόγισε το κόστος c’ της νέας διάταξης X’
            if (c’< c) {
                θέσε X=X’
                θέσε c=c’
            }
        }
   }
4. Σταμάτα και επίστρεψε την X
```

Αλγόριθμος 2-opt - παράδειγμα

- Ας υποθέσουμε χωροταξία με 4 χώρους Α, Β, Γ, Δ ίσου εμβαδού όπως φαίνεται στο σχήμα. Επιθυμούμε την καλύτερη δυνατή τοποθέτηση 4 Τμημάτων 1,2,3,4 στους χώρους Α ως Δ .
- Η ροή των υλικών **f_{ij}** μεταξύ των 4 Τμημάτων και οι αποστάσεις **d_{ij}** μεταξύ των χώρων Α-Δ δίδονται πιο κάτω:

Α	**Β**
Γ	**Δ**

$$[f_{ij}]= \begin{array}{c|cccc|} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & - & 17 & 12 & 11 \\ 2 & 17 & - & 12 & 4 \\ 3 & 12 & 12 & - & 4 \\ 4 & 11 & 4 & 4 & - \end{array}$$

$$[d_{ij}]= \begin{array}{c|cccc|} & \text{Α} & \text{Β} & \text{Γ} & \text{Δ} \\ \text{Α} & - & 1 & 1 & 2 \\ \text{Β} & 1 & - & 2 & 1 \\ \text{Γ} & 1 & 2 & - & 1 \\ \text{Δ} & 2 & 1 & 1 & - \end{array}$$

n=m=2: Έστω η λύση X = (1,2,3,4)

Α	Β
Γ	Δ

1	2
3	4

$$Cost = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} f_{ij}\, d_{ij}$$

Cost = 2*17*(1) + 2*12*(1) + 2*11*(2)
(1 και 2) (1 και 3) (1 και 4)

+ 2*12*(2) + 2*4*(1) + 2*4*(1)
(2 και 3) (2 και 4) (3 και 4)

= 166

$$[f_{ij}] \quad \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & - & 17 & 12 & 11 \\ 2 & 17 & - & 12 & 4 \\ 3 & 12 & 12 & - & 4 \\ 4 & 11 & 4 & 4 & - \end{array}$$

$$[d_{ij}] \quad \begin{array}{c|cccc} & A & B & \Gamma & \Delta \\ \hline A & - & 1 & 1 & 2 \\ B & 1 & - & 2 & 1 \\ \Gamma & 1 & 2 & - & 1 \\ \Delta & 2 & 1 & 1 & - \end{array}$$

i=1, j=2: X = (1,2,3,4)
Νέα λύση: X' = (2,1,3,4)

Α	Β
Γ	Δ

2	1
3	4

$$Cost = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} f_{ij}\, d_{ij}$$

Cost = 2*17*(1) + 2*12*(2) + 2*11*(1)
(1 και 2) (1 και 3) (1 και 4)

+ 2*12*(1) + 2*4*(2) + 2*4*(1)
(2 και 3) (2 και 4) (3 και 4)

= 152

$[f_{ij}]$

	1	2	3	4
1	-	17	12	11
2	17	-	12	4
3	12	12	-	4
4	11	4	4	-

$[d_{ij}]$

	Α	Β	Γ	Δ
Α	-	1	1	2
Β	1	-	2	1
Γ	1	2	-	1
Δ	2	1	1	-

c'<c : X=X' : i=1, j=3: X = (2,1,3,4)
Νέα λύση X' = (3,1,2,4)

Α	Β
Γ	Δ

$$Cost = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} f_{ij}\, d_{ij}$$

3	1
2	4

Cost = 2*17*(2) + 2*12*(1) + 2*11*(1)

(1 και 2) *(1 και 3)* *(1 και 4)*

+ 2*12*(1) + 2*4*(1) + 2*4*(2)

(2 και 3) *(2 και 4)* *(3 και 4)*

= 162

$[f_{ij}]$

	1	2	3	4
1	-	17	12	11
2	17	-	12	4
3	12	12	-	4
4	11	4	4	-

$[d_{ij}]$

	Α	Β	Γ	Δ
Α	-	1	1	2
Β	1	-	2	1
Γ	1	2	-	1
Δ	2	1	1	-

$i=1, j=4$: $X = (2,1,3,4)$
Νέα λύση $X' = (4,1,3,2)$

Α	Β
Γ	Δ

4	1
3	2

$$Cost = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} f_{ij}\, d_{ij}$$

Cost = 2*17*(1) + 2*12*(2) + 2*11*(1)

(1 και 2) (1 και 3) (1 και 4)

+ 2*12*(1) + 2*4*(2) + 2*4*(1)

(2 και 3) (2 και 4) (3 και 4)

= 152

$[f_{ij}]$

	1	2	3	4
1	-	17	12	11
2	17	-	12	4
3	12	12	-	4
4	11	4	4	-

$[d_{ij}]$

	Α	Β	Γ	Δ
Α	-	1	1	2
Β	1	-	2	1
Γ	1	2	-	1
Δ	2	1	1	-

$i=2$, $j=3$: $X^*=(2,1,3,4)$, $c^*=152$

Νέα λύση $X' = (2,3,1,4)$

Α	Β
Γ	Δ

2	3
1	4

$$Cost = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} f_{ij}\, d_{ij}$$

$$Cost = \underbrace{2*17*(1)}_{(1 \text{ και } 2)} + \underbrace{2*12*(2)}_{(1 \text{ και } 3)} + \underbrace{2*11*(1)}_{(1 \text{ και } 4)}$$

$$+ \underbrace{2*12*(1)}_{(2 \text{ και } 3)} + \underbrace{2*4*(2)}_{(2 \text{ και } 4)} + \underbrace{2*4*(1)}_{(3 \text{ και } 4)}$$

$$= 152$$

$$[f_{ij}] \quad \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & - & 17 & 12 & 11 \\ 2 & 17 & - & 12 & 4 \\ 3 & 12 & 12 & - & 4 \\ 4 & 11 & 4 & 4 & - \end{array} \qquad [d_{ij}] \quad \begin{array}{c|cccc} & Α & Β & Γ & Δ \\ \hline Α & - & 1 & 1 & 2 \\ Β & 1 & - & 2 & 1 \\ Γ & 1 & 2 & - & 1 \\ Δ & 2 & 1 & 1 & - \end{array}$$

$i=2,\ j=4$: $X^*=(2,1,3,4)$, $c^*=152$
Νέα λύση $X' = (2,4,3,1)$

Α	Β
Γ	Δ

2	4
3	1

$$Cost = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} f_{ij}\, d_{ij}$$

Cost = 2*17*(2) + 2*12*(1) + 2*11*(1)
(1 και 2) *(1 και 3)* *(1 και 4)*

\+ 2*12*(1) + 2*4*(1) + 2*4*(2)
(2 και 3) *(2 και 4)* *(3 και 4)*

= 162

$[f_{ij}]$

	1	2	3	4
1	-	17	12	11
2	17	-	12	4
3	12	12	-	4
4	11	4	4	-

$[d_{ij}]$

	Α	Β	Γ	Δ
Α	-	1	1	2
Β	1	-	2	1
Γ	1	2	-	1
Δ	2	1	1	-

i=3, j=4: X*=(2,1,3,4), c*=152
Νέα λύση X’ = (2,1,4,3)

Α	Β
Γ	Δ

2	1
4	3

$$Cost = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} f_{ij}\, d_{ij}$$

$$Cost = \underset{(1 \text{ και } 2)}{2*17*(1)} + \underset{(1 \text{ και } 3)}{2*12*(1)} + \underset{(1 \text{ και } 4)}{2*11*(2)}$$

$$+ \underset{(2 \text{ και } 3)}{2*12*(2)} + \underset{(2 \text{ και } 4)}{2*4*(1)} + \underset{(3 \text{ και } 4)}{2*4*(1)}$$

$$= 166$$

$$[f_{ij}] \quad \begin{array}{c|cccc|} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & - & 17 & 12 & 11 \\ 2 & 17 & - & 12 & 4 \\ 3 & 12 & 12 & - & 4 \\ 4 & 11 & 4 & 4 & - \\ \hline \end{array} \qquad [d_{ij}] \quad \begin{array}{c|cccc|} & Α & Β & Γ & Δ \\ \hline Α & - & 1 & 1 & 2 \\ Β & 1 & - & 2 & 1 \\ Γ & 1 & 2 & - & 1 \\ Δ & 2 & 1 & 1 & - \\ \hline \end{array}$$

Τέλος αλγορίθμου 2-opt.
Καλύτερη λύση X* = (2,1,3,4)

Α	Β
Γ	Δ

2	1
3	4

$$Cost = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} f_{ij}\, d_{ij}$$

Cost = 34*(1) + 24*(2) + 22*(1)

(1 και 2) (1 και 3) (1 και 4)

+ 24*(1) + 8*(2) + 8*(1)

(2 και 3) (2 και 4) (3 και 4)

= 152

$[f_{ij}]$

	1	2	3	4
1	-	17	12	11
2	17	-	12	4
3	12	12	-	4
4	11	4	4	-

$[d_{ij}]$

	Α	Β	Γ	Δ
Α	-	1	1	2
Β	1	-	2	1
Γ	1	2	-	1
Δ	2	1	1	-

Σύνοψη εφαρμογής του αλγορίθμου 2-opt

[1,2,3,4] *Cost=166*

1	2
3	4

[2,1,3,4] *Cost=152*

2	1
3	4

[3,1,2,4] *Cost=162*

3	1
2	4

[4,1,3,2] *Cost=152*

4	1
2	3

[2,3,1,4] *Cost=152*

2	3
1	4

[2,4,3,1] *Cost=162*

2	4
3	1

[2,1,4,3] *Cost=166*

2	1
4	3

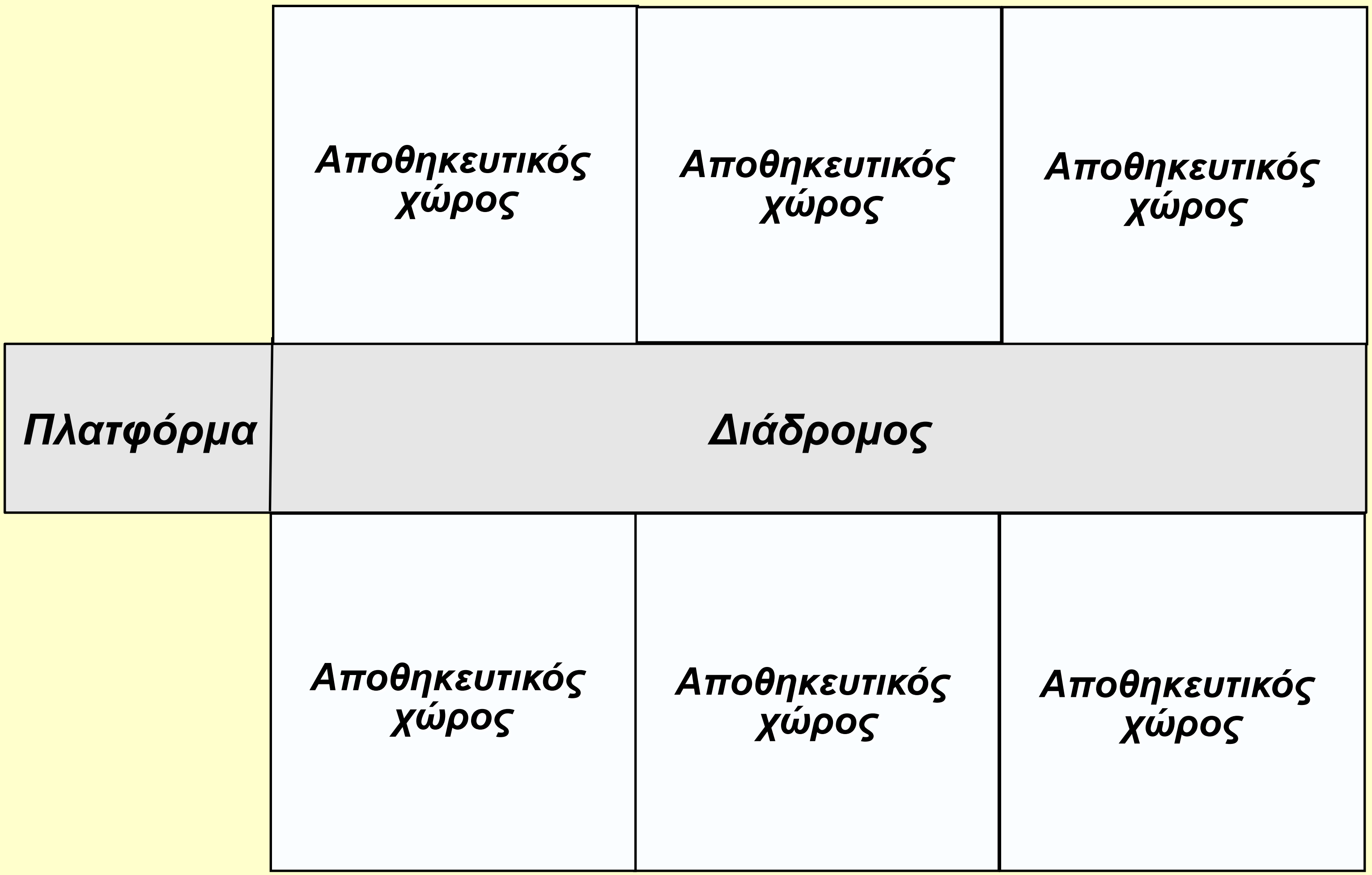
Ειδικές περιπτώσεις job-shop χωροταξίας

Χωροταξικής διάταξης κατά διαδικασία

Χωροταξική διάταξη αποθήκης

- Μια υπεραγορά αποθηκεύει τα προϊόντα της σε τμήματα ίδιου εμβαδού. Οι μετακινήσεις των προϊόντων γίνονται μόνο μεταξύ κάθε τμήματος και μιας κοινής πλατφόρμας.
- Δοθέντων του αριθμού των διαδρομών μεταξύ κάθε τμήματος και της πλατφόρμας να αποφασιστεί που θα πρέπει να τοποθετηθεί κάθε τμήμα.

Το γενικό χωροταξικό σχέδιο της αποθήκης



Παράδειγμα*

Τμήμα	Κατηγορία Τροφίμων	Διαδρομές από/προς την πλατφόρμα
1	Κονσέρβες	70
2	Δημητριακά	93
3	Καφέδες, τσάγια	28
4	Βρεφικά προϊόντα	30
5	Σοκολάτες, ζαχαρώδη	110
6	Χυμοί και αναψυκτικά	85

Διασκευή από το βιβλίο των Reid and Sanders, Operations Management, Wiley 2007.

Ο αλγόριθμος επίλυσης

1. Ταξινομούμε τα τμήματα σε φθίνουσα σειρά του αριθμού των διαδρομών προς την πλατφόρμα.
2. Αναθέτουμε σταδιακά τα τμήματα στους αποθηκευτικούς χώρους ξεκινώντας από την αρχή της ταξινομημένης λίστας. Δηλαδή, πρώτα το τμήμα 5, μετά το τμήμα 2, κατόπιν το τμήμα 6 κλπ.

- Μια πιθανή διάταξη φαίνεται στο σχήμα:

Τμήμα	Κατηγορία Τροφίμων	Διαδρομές από/προς την πλατφόρμα
1	Κονσέρβες	70
2	Δημητριακά	93
3	Καφέδες, τσάγια	28
4	Βρεφικά προϊόντα	30
5	Σοκολάτες, ζαχαρώδη	110
6	Χυμοί και αναψυκτικά	85

Ανισομεγέθεις αποθηκευτικοί χώροι

- Πολλές φορές τα τμήματα απαιτούν ανισομεγέθεις αποθηκευτικούς χώρους. Στην περίπτωση αυτή ο αριθμός των διαδρομών προς την πλατφόρμα δεν αποτελεί καλό μέτρο ανάθεσης χώρων σε τμήματα.
- Ο αλγόριθμος που εφαρμόζεται για ανισομεγέθη τμήματα είναι:

1. Για κάθε τμήμα υπολόγισε τον **λόγο** του αριθμού των διαδρομών προς τον απαιτούμενο αποθηκευτικό χώρο.
2. Ανάθεσε το τμήμα με τον μεγαλύτερο λόγο (του προηγούμενου βήματος) όσο πιο κοντά γίνεται προς την πλατφόρμα. Συνέχισε μέχρι να αναθέσεις όλα τα τμήματα σε αποθηκευτικούς χώρους.

Παράδειγμα 2

Τμήμα	Απαιτούμενος χώρος σε δωμάτια	Διαδρομές από/προς την πλατφόρμα
1. Τσάντες	2	100
2. Αθλητικά παπούτσια	3	150
3. Παντελόνια τζιν	1	90
4. Μπλούζες	1	120
5. Μπουφάν	3	360

Διασκευή από το βιβλίο των Reid and Sanders, Operations Management, Wiley 2007.

Παράδειγμα 2: Το γενικό σχέδιο χωροταξίας

- ***Διαθέσιμοι χώροι αποθήκευσης***

	Χώρος 1	Χώρος 2	Χώρος 3	Χώρος 4	Χώρος 5
Πλατφόρμα	Διάδρομος				
	Χώρος 6	Χώρος 7	Χώρος 8	Χώρος 9	Χώρος 10

Η λύση για το παράδειγμα 2

- Με βάση τον προηγούμενο αλγόριθμο έχουμε τους εξής λόγους (αριθμός διαδρομών προς απαιτούμενο πλήθος χώρων αποθήκευσης):

Τμήμα	Χώρος	Διαδρομές	Λόγος
1	2	110	60
2	3	150	50
3	1	90	90
4	1	140	140
5	3	360	120

μια πιθανή λύση χωροταξικής διάταξης είναι η πιο κάτω:

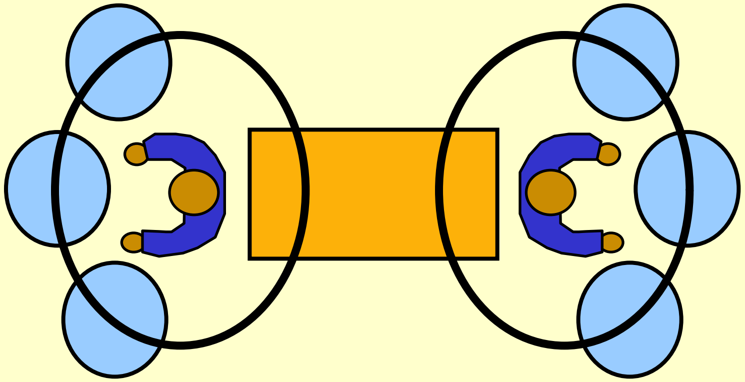
	5	5	1	1	2
Πλατφόρμα	Διάδρομος				
	4	5	3	2	2

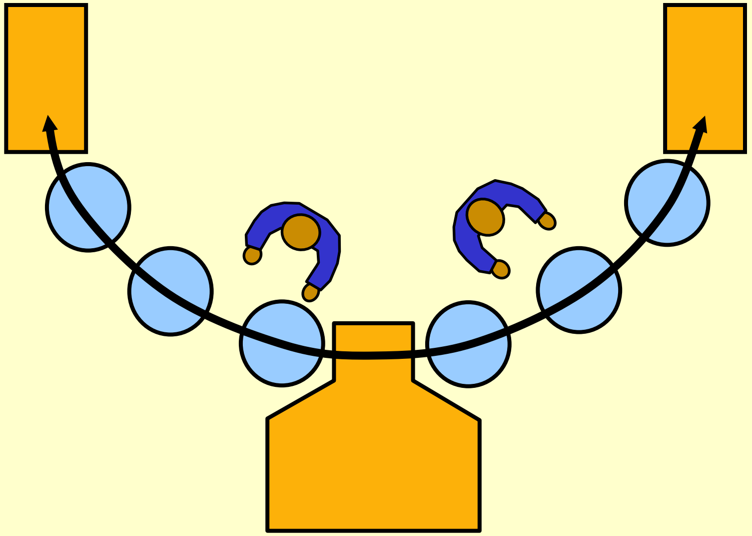
Χωροταξίες κελιών παραγωγής

Κύτταρα Παραγωγής

- ☑ Οργανώνουν το προσωπικό και τις μηχανές σε ομάδες για την παραγωγή ενός προϊόντος ή οικογένειας παρόμοιων προϊόντων
- ☑ Ο όγκος παραγωγής πρέπει να ικανοποιείται από τη δυναμικότητα (=παραγωγική ικανότητα) των κυττάρων
- ☑ Τα κύτταρα μπορούν να επανασχεδιαστούν με την αλλαγή του όγκου παραγωγής

Βελτίωση χωροταξίας με χρήση κελιών παραγωγής

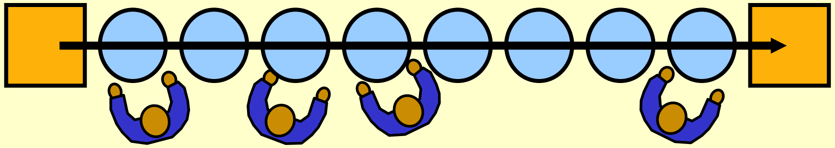




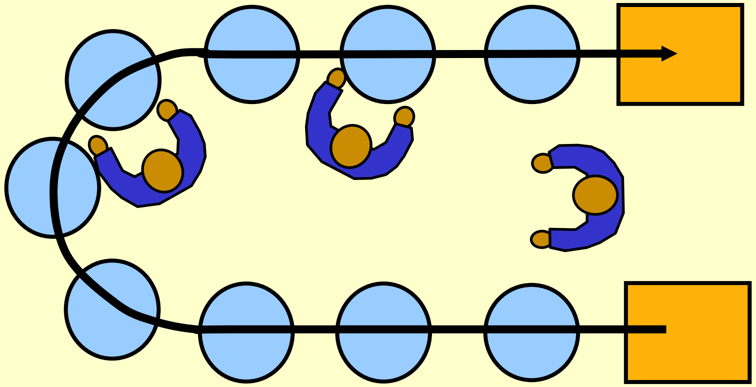
***Τρέχουσα διάταξη* – εργαζόμενοι σε μικρά κλειστά κελιά. Δεν μπορεί να αυξηθεί η απόδοση αν δεν προστεθεί τρίτος εργαζόμενος και τρίτο σύνολο εξοπλισμού.**

***Βελτιωμένη διάταξη* – οι εργαζόμενοι μπορούν να βοηθήσουν ο ένας τον άλλο. Αν χρειαστεί επιπλέον έξοδος μπορεί να προστεθεί επιπλέον προσωπικό.**

Βελτίωση χωροταξίας με χρήση κελιών παραγωγής



Τρέχουσα διάταξη – οι ευθείες γραμμές δυσκολεύουν την εξισορρόπηση του φορτίου εργασιών. Οι εργασίες μπορεί να μη διανεμηθούν εξίσου σε όλους.



Βελτιωμένη διάταξη – γραμμές παραγωγής σχήματος U (**U shaped**), οι εργαζόμενοι έχουν καλύτερη πρόσβαση. Το αναγκαίο προσωπικό μειώθηκε.

Οι γραμμές-U μπορούν να μειώσουν τις κινήσεις των εργαζομένων και τον αναγκαίο χώρο, αυξάνοντας την επικοινωνία, και τη δυνατότητα εποπτείας όλου του εξοπλισμού.

Χωροταξίες κελιών παραγωγής σε εργοστάσια

- Είσοδος: Δυαδικός πίνακας με τις ανάγκες των μηχανών σε υλικά.
- Στόχος: **Ομαδοποίηση υλικών (εξαρτημάτων) που απαιτούν ίδιες μηχανές.** Κάθε ομαδοποίηση αντιστοιχεί σε ένα κελί παραγωγής.

	parts	1	2	3	4	5	6	7
machines	1		1			1		
	2	1						1
	3			1	1		1	
	4			1	1		1	
	5	1						1
	6			1	1		1	
	7		1			1		

	parts	1	7	3	4	6	2	5
machines	2	1	1					
	5	1	1					
	3			1	1	1		
	4			1	1	1		
	6			1	1	1		
	1						1	1
	7						1	1

- **Η τιμή '1' στο κελί (i,j) δηλώνει ότι η μηχανή i απαιτεί εξάρτημα j.**

Αλγόριθμος ομαδοποίησης για οργάνωση σε κελιά παραγωγής

- **Βήμα 1**: Υπολόγισε τη δεκαδική τιμή που αντιστοιχεί στο δυαδικό αριθμό κάθε γραμμής του πίνακα. Θεώρησε ως περισσότερο σημαντικό ψηφίο (MSB) το ψηφίο της 1ης στήλης.
- **Βήμα 2:** Διάταξε τις γραμμές του πίνακα κατά φθίνουσα σειρά της αξίας τους. Διαχειρίσου τις ισοπαλίες αυθαίρετα. Αν δεν απαιτείται καμιά αναδιάταξη των γραμμών τότε ΣΤΑΜΑΤΑ.
- **Βήμα 3:** Υπολόγισε τη δεκαδική τιμή που αντιστοιχεί στο δυαδικό αριθμό κάθε στήλης του πίνακα. Θεώρησε ως MSB το ψηφίο της 1ης γραμμής.
- **Βήμα 4:** Διάταξε τις στήλες του πίνακα κατά φθίνουσα σειρά της αξίας τους. Διαχειρίσου τις ισοπαλίες αυθαίρετα. Αν δεν απαιτείται καμιά αναδιάταξη των στηλών τότε ΣΤΑΜΑΤΑ, διαφορετικά πήγαινε στο βήμα 1.

Παράδειγμα αλγορίθμου Clustering

- 7 μηχανές (M_1-M_7) 6 τύποι εξαρτημάτων (P_1-P_6)
- Δυαδικός πίνακας απαιτήσεων (π.χ. το εξάρτημα P_1 απαιτεί τις μηχανές M_1, M_4, M_6).

		M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7
	P_1	1			1		1	
	P_2		1	1		1		
$[a_{ij}] =$	P_3				1		1	
	P_4		1	1				
	P_5			1				1
	P_6		1			1		1

Παράδειγμα αλγορίθμου Clustering

- ***Βήμα 1. Υπολογισμός δυαδικών τιμών κάθε γραμμής.***

		M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	Δυαδική τιμή
	P_1	1			1		1		74
	P_2		1	1		1			52
$[a_{ij}] =$	P_3				1		1		10
	P_4		1	1					48
	P_5			1				1	17
	P_6		1			1		1	37

Παράδειγμα αλγορίθμου Clustering

- **Βήμα 2 : Διάταξη των γραμμών βάσει δυαδικής τιμής**
- **Βήμα 3: Υπολογισμός δυαδικών τιμών κάθε στήλης**

		M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7
Δυαδική τιμή		32	28	26	33	20	33	6
	P_1	1			1		1	
	P_2		1	1		1		
$[a_{ij}] =$	P_4		1	1				
	P_6		1			1		1
	P_5			1				1
	P_3				1		1	

Παράδειγμα αλγορίθμου Clustering

- ***Βήμα 4: Διάταξη στηλών.***
- ***ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ - Βήμα 1. Υπολογισμός δυαδικών τιμών κάθε γραμμής.***

		M_4	M_6	M_1	M_2	M_3	M_5	M_7	Δυαδική τιμή
	P_1	1	1	1					112
	P_2				1	1	1		14
$[a_{ij}] =$	P_4				1	1			12
	P_6				1		1	1	11
	P_5					1		1	5
	P_3	1	1						96

Παράδειγμα αλγορίθμου Clustering

- ***Βήμα 2 : Διάταξη των γραμμών***
- ***Βήμα 3: Υπολογισμός δυαδικών τιμών κάθε στήλης***
- ***Βήμα 4: Καμιά αναδιάταξη στηλών - Τέλος αλγορίθμου***

		M_4	M_6	M_1	M_2	M_3	M_5	M_7
Δυαδική τιμή		48	48	32	14	12	10	3
	P_1	1	1	1				
	P_3	1	1					
$[a_{ij}] =$	P_2				1	1	1	
	P_4				1	1		
	P_6				1		1	1
	P_5							1