Διοίκηση Λειτουργιών

Διοίκηση Έργων IV

(Χρονικός Προγραμματισμός Έργων)

- 7ο μάθημα -

Η τεχνική PERT

Μεταβλητότητα στους χρόνους των δραστηριοτήτων

- ☑ *Η CPM θεωρεί γνωστούς και σταθερούς χρόνους για κάθε δραστηριότητα.*
  - ☑ *Καμιά διακύμανση στους χρόνους. Στην πράξη αυτό δεν συμβαίνει συχνά. Υπάρχει αβεβαιότητα.*
- ☑ *Η PERT χρησιμοποιεί μια πιο ρεαλιστική προσέγγιση. Θεωρεί πιθανοτική κατανομή στους χρόνους κάθε δραστηριότητας*
  - ☑ *Θεωρεί δηλαδή τους χρόνους ως στοχαστικές μεταβλητές οι οποίες ακολουθούν μια κατανομή πιθανότητας. Συγκεκριμένα την κατανομή βήτα.*

Μεταβλητότητα στους χρόνους των δραστηριοτήτων

- ☑ ***Η PERT θεωρεί 3 εκτιμήσεις χρόνου***
  - ☑ ***Η <u>αισιόδοξη</u> (α) - Optimistic time – αν όλα πάνε όπως λέει το αρχικό σχέδιο ($\leq$1%)***
  - ☑ ***Η <u>απαισιόδοξη</u> (b) - Pessimistic time - θεωρώντας τις πιο απαισιόδοξες συνθήκες ($\leq$1%)***
  - ☑ ***Η <u>πιο πιθανή</u> (m) - Most likely time – πιο πιθανή εκτίμηση***

Μεταβλητότητα στους χρόνους των δραστηριοτήτων

Αναμενόμενος ή μέσος χρόνος κάθε δραστηριότητας

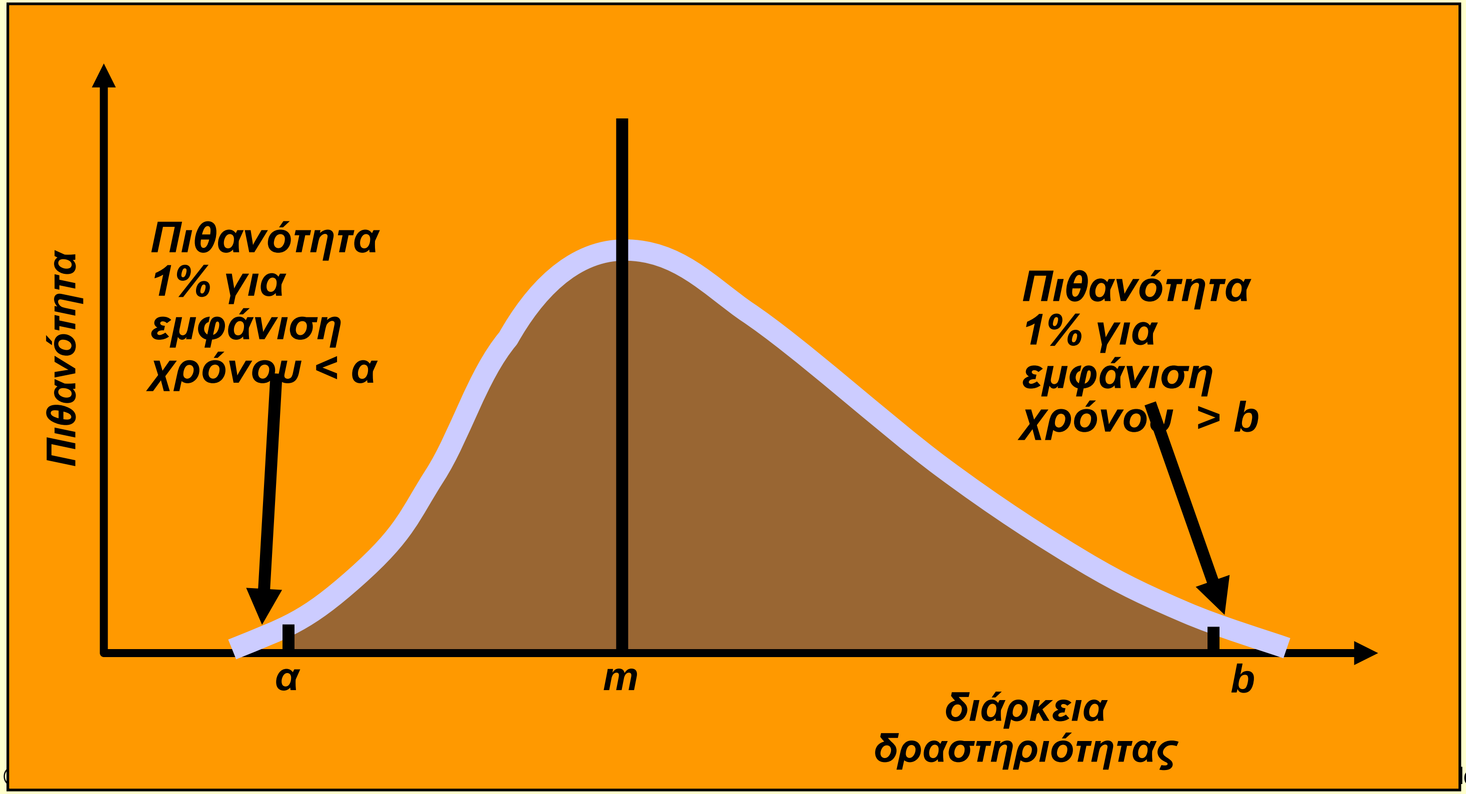
$$t = \mu = \frac{a + 4m + b}{6}$$

Διακύμανση των χρόνων

$$\sigma^2 = \left(\frac{b - a}{6} \right)^2$$

Μεταβλητότητα στους χρόνους των δραστηριοτήτων

Οι εκτιμήσεις ακολουθούν την κατανομή βήτα



Υπολογισμός διακύμανσης: Έργο «Ανάπτυξη ΟΠΣΥ»

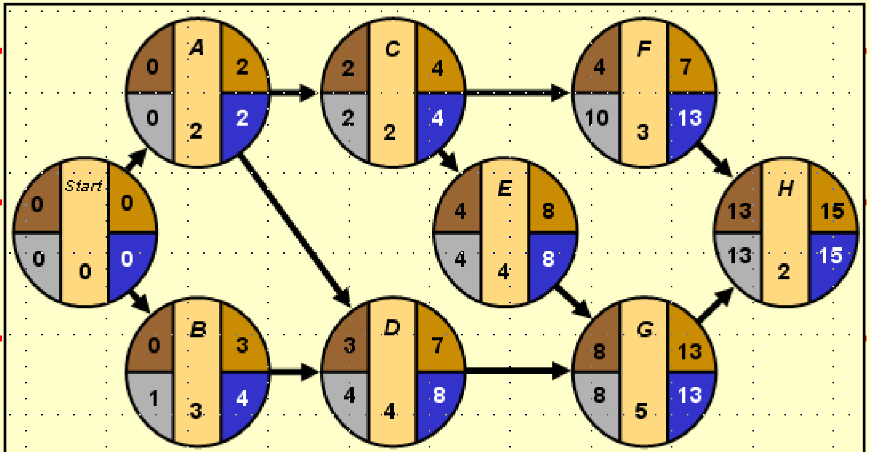
Δραστηρ	Αισιόδοξος α	Πιο πιθανός m	Απαισιόδοξος b	Αναμενόμενος Χρόνος $\mu = (\alpha + 4m + b)/6$	Διακύμανση $[(b - \alpha)/6]^2$
A	1	2	3		
B	2	3	4		
C	1	2	3		
D	2	4	6		
E	1	4	7		
F	1	2	9		
G	3	4	11		
H	1	2	3		

Υπολογισμός διακύμανσης: Έργο «Ανάπτυξη ΟΠΣΥ»

Δραστηρ	*Αισιόδοξος* α	*Πιο πιθανός* m	*Απαισιόδοξος* b	*Αναμενόμενος Χρόνος* $\mu = (\alpha + 4m + b)/6$	*Διακύμανση* $[(b - \alpha)/6]^2$
A	1	2	3	2	0,11
B	2	3	4	3	0,11
C	1	2	3	2	0,11
D	2	4	6	4	0,44
E	1	4	7	4	1,00
F	1	2	9	3	1,78
G	3	4	11	5	1,78
H	1	2	3	2	0,11

Υπολογισμός διακύμανσης: Έργο «Ανάπτυξη ΟΠΣΥ»

Δραστηρ	*Αισιόδοξος* α	*Πιο πιθανός* m	*Απαισιόδοξος* b	*Αναμενόμενος Χρόνος* $\mu = (\alpha + 4m + b)/6$	*Διακύμανση* $[(b - \alpha)/6]^2$
A				2	0,11
B				3	0,11
C				2	0,11
D				4	0,44
E				4	1,00
F				3	1,78
G	3	4	11	5	1,78
H	1	2	3	2	0,11



Κρίσιμη διαδρομή: A-C-E-G-H

Πιθανότητα ολοκλήρωσης ενός έργου

Η μέση διάρκεια του έργου

$\mu_p = \sum$(μέσης διάρκειας των δραστηριοτήτων επί της κρίσιμης διαδρομής)

Η διακύμανση του έργου

$\sigma_p^2 = \sum$(διακυμάνσεων των δραστηριοτήτων επί της κρίσιμης διαδρομής)

Πιθανότητα ολοκλήρωσης ενός έργου

Η διακύμανση ενός έργου υπολογίζεται αθροίζοντας τις διακυμάνσεις των κρίσιμων δραστηριοτήτων

Διακύμανση έργου «Ανάπτυξη ΟΠΣΥ»

$$\sigma_p^2 = 0{,}11 + 0{,}11 + 1{,}00 + 1{,}78 + 0{,}11$$

$$= 3{,}11 \text{ βδομάδες}$$

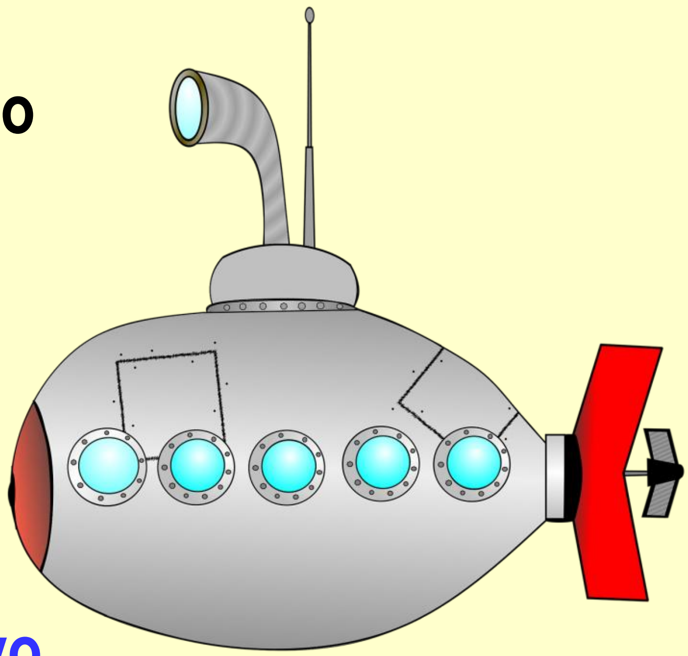
Τυπική απόκλιση του έργου

$$\sigma_p = \sqrt{\text{διακύμανση έργου}}$$

$$= \sqrt{3{,}11} = 1{,}76 \text{ βδομάδες}$$

Παράδειγμα πιθανότητας PERT

- Είσαι υπεύθυνος παραγωγής στα ναυπηγεία Σκαραμαγκά. Το έργο κατασκευής ενός υποβρυχίου έχει αναμενόμενο χρόνο ολοκλήρωσης (T=) 40 βδομάδες, με μια τυπική απόκλιση (σ=) 5 βδομάδες.
- Ποια είναι η πιθανότητα το έργο να ολοκληρωθεί το πολύ σε 50 βδομάδες;



Υπολογισμός πιθανότητας ολοκλήρωσης έργου

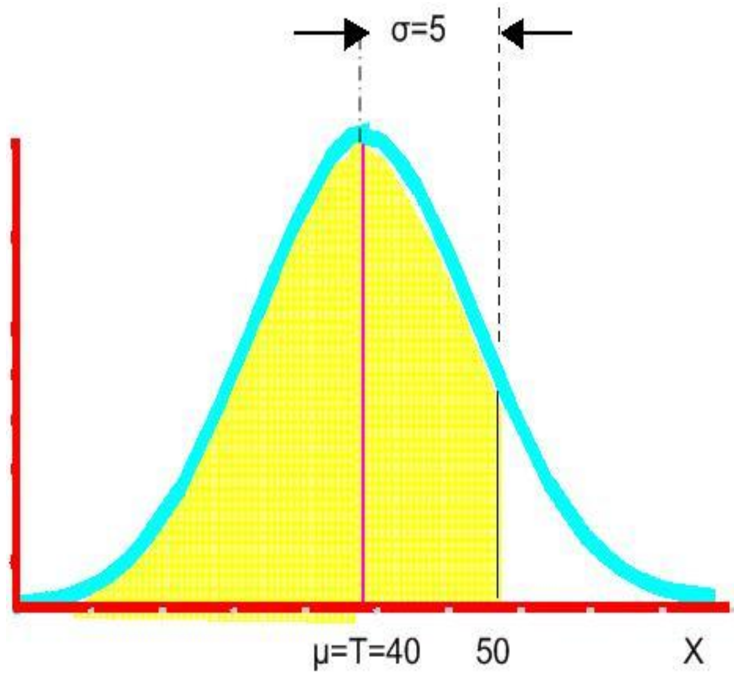
- **Βασικός Κανόνας στην PERT:** Όταν γνωρίζουμε:
  1. **Τον αναμενόμενο χρόνο ολοκλήρωσης του έργου**
  2. **Τη διακύμανση ή την τυπική απόκλιση του έργου**
- Τότε μπορούμε να υπολογίσουμε την πιθανότητα το έργο να ολοκληρωθεί σε “Χ” περιόδους με τον πιο κάτω τύπο:

$$\boxed{z = \frac{\text{επιθυμητός χρόνος} - \text{αναμενόμενος χρόνος}}{\text{τυπική απόκλιση}} = \left(\frac{X - \mu}{\sigma} \right)}$$

Πιθανότητα να ολοκληρωθεί το έργο το πολύ σε 50 βδομάδες;

- Η ζητούμενη πιθανότητα ισούται με το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας κάτω από την κανονική καμπύλη.
- Από την Στατιστική ξέρουμε ότι η τυπική καθαρή τιμή *z* μιας στοχαστικής μεταβλητής Χ που ακολουθεί την κανονική κατανομή και έχει (μ=T) και τυπική απόκλιση (σ) ισούται με

$$\boxed{z = \frac{X - \mu}{\sigma}}$$

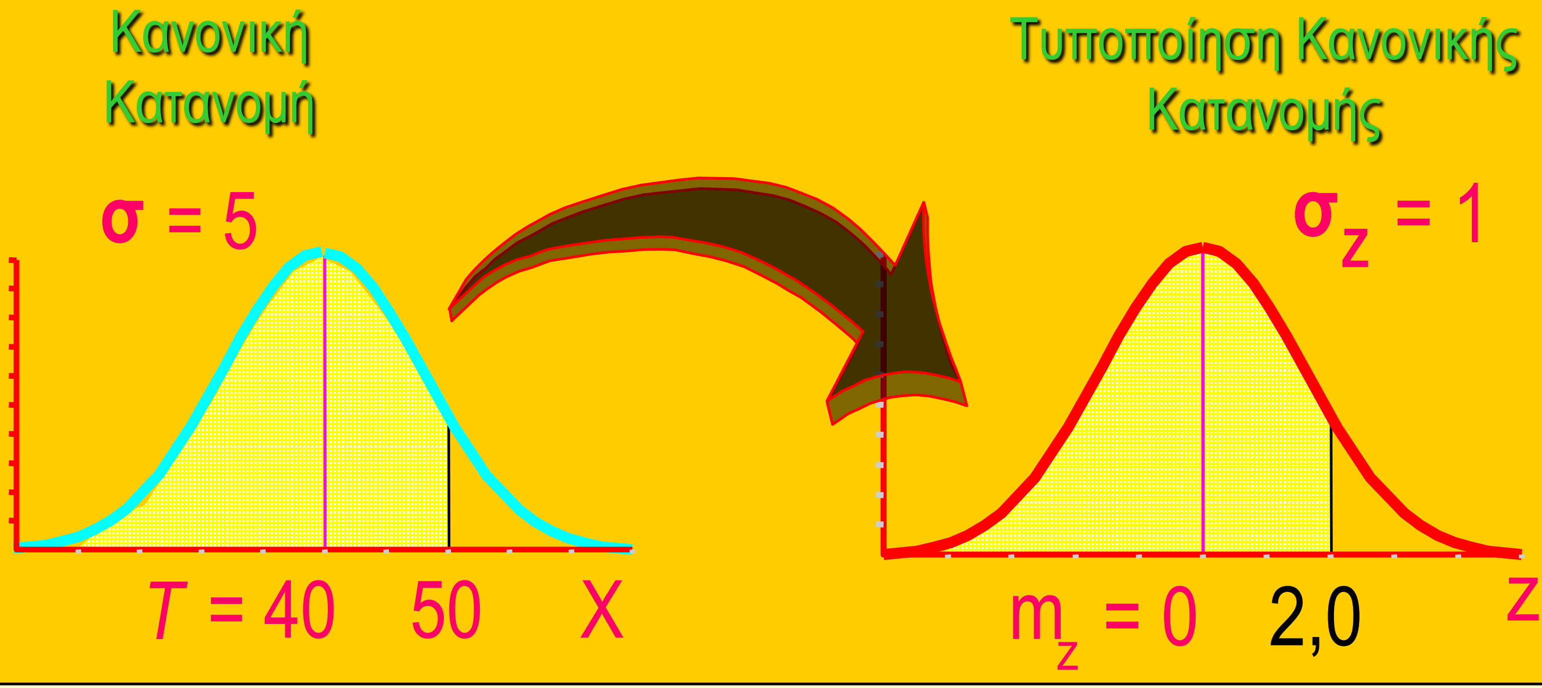


Η εξίσωση αυτή δείχνει πόσες τυπικές αποκλίσεις από τη μέση τιμή *μ* προς τα δεξιά της είναι το σημείο z.

Μετατροπή σε τυπικές μεταβλητές

Αρ. τυπικών αποκλίσεων από μέση (T) προς τα δεξιά

$$z = \frac{X - T}{\sigma} = \frac{50 - 40}{5} = 2{,}0$$



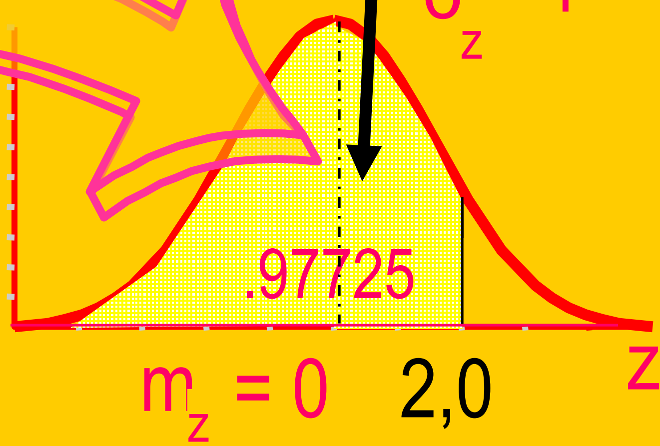
Εξάγοντας την πιθανότητα

Πίνακας τυπικής κανονικής καμπύλης (τμήμα του πίνακα)

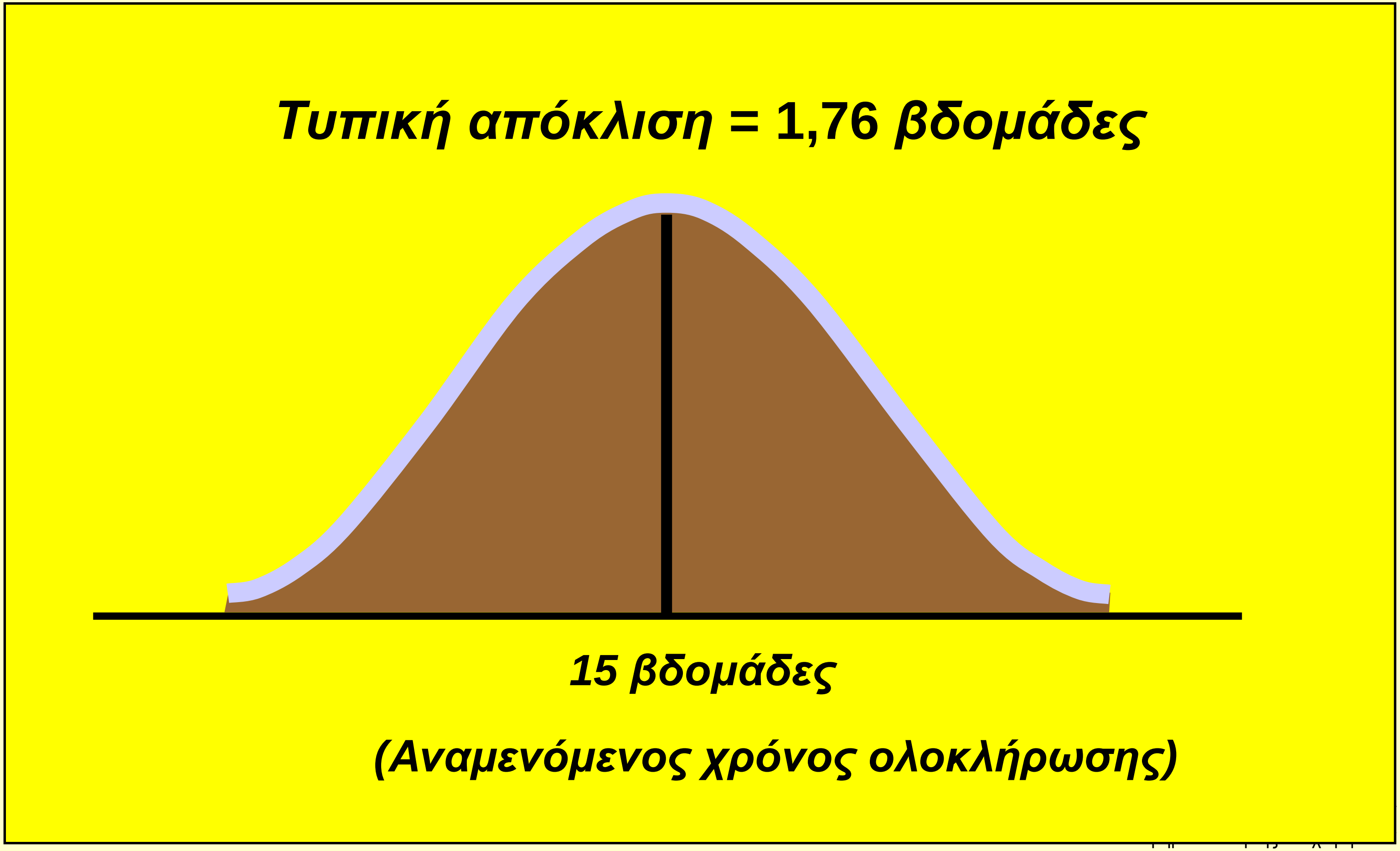
Z	,00	,01	,02
0,0	,50000	,50399	,50798
:	:	:	:
2,0	,97725	,97784	,97831
2,1	,98214	,98257	,98300

Πιθανότητες

Πιθανότητα ολοκλήρωσης το πολύ σε 50 βδομάδες



Πιθανότητα ολοκλήρωσης του έργου «Ανάπτυξη ΟΠΣΥ»



Πιθανότητα ολοκλήρωσης του έργου «Ανάπτυξη ΟΠΣΥ»

Ποιά είναι η πιθανότητα το έργο να ολοκληρωθεί σε 16 βδομάδες ή νωρίτερα;

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{16 - 15}{1{,}76} = 0{,}57$$

Από τους στατιστικούς πίνακες μπορούμε να βρούμε ποια πιθανότητα αντιστοιχεί σε τιμή z

Πιθανότητα ολοκλήρωσης του έργου «Ανάπτυξη ΟΠΣΥ»

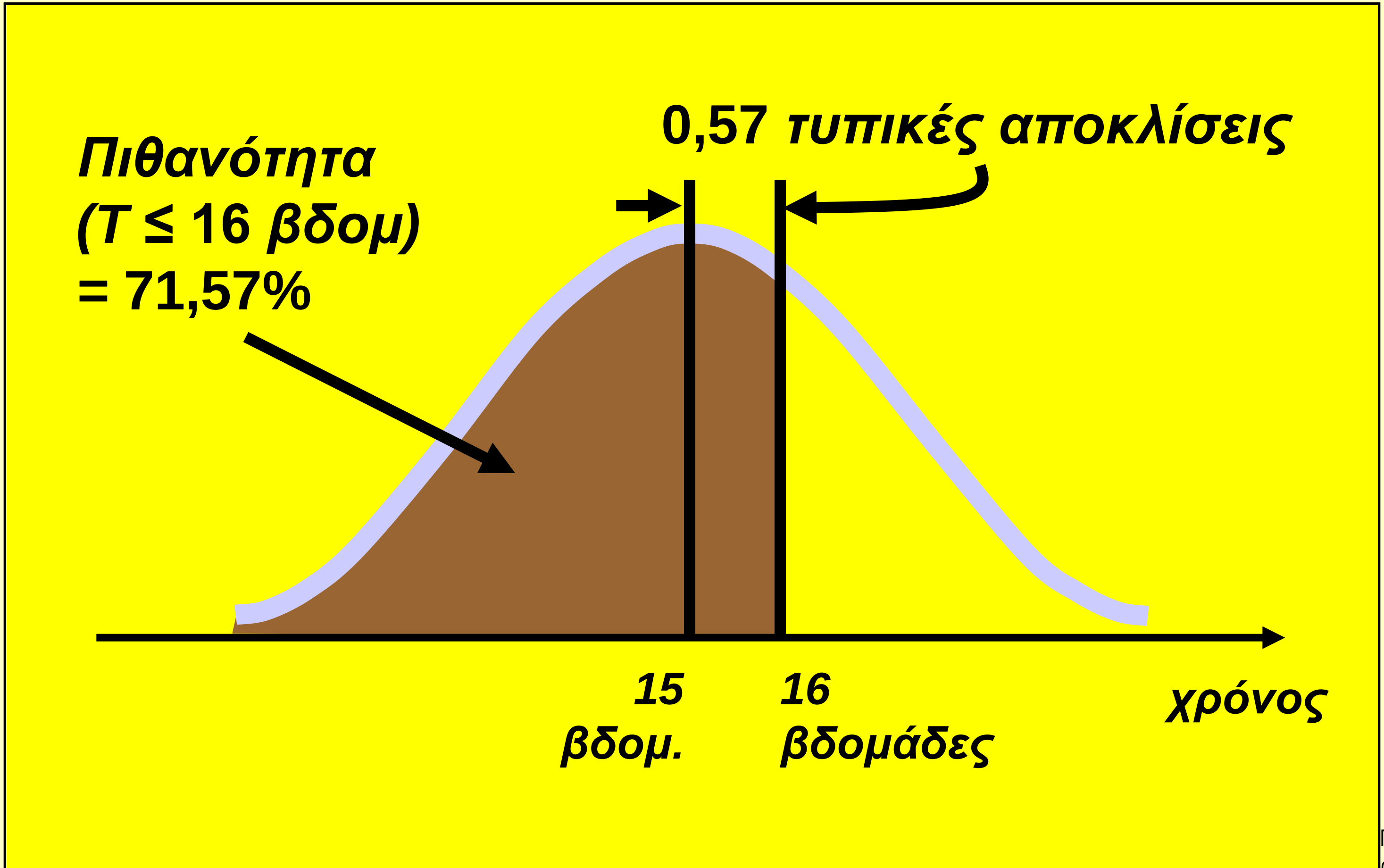
Στατιστικοί πίνακες κανονικής κατανομής

	,00	,01	,07	,08
,1	,50000	,50399	,52790	,53188
,2	,53983	,54380	,56749	,57142
,5	,69146	,69497	,71566	,71904
,[illegible]	,72575	,72907	,74857	,75175

= 0,57

Όπου το Z είναι ο αριθμός των τυπικών αποκλίσεων που απέχει η προθεσμία που θέσαμε από τη μέση ή την αναμενόμενη ημερομηνία ολοκλήρωσης

Πιθανότητα ολοκλήρωσης του έργου «Ανάπτυξη ΟΠΣΥ»



Τί εξασφαλίσαμε μέχρι τώρα ως υπεύθυνοι των λειτουργιών

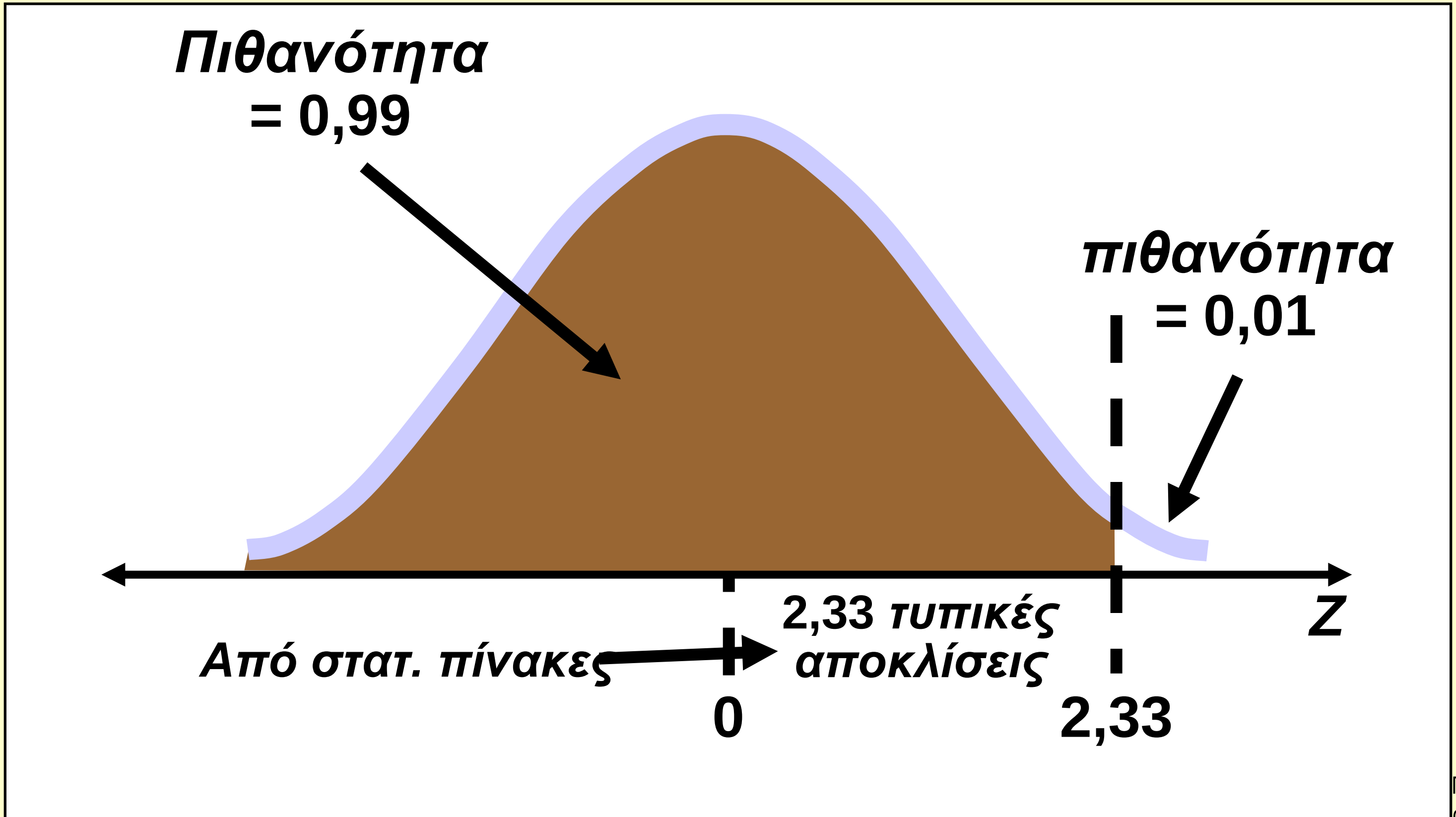
- ☑ Ο αναμενόμενος χρόνος ολοκλήρωσης του έργου είναι 15 βδομάδες
- ☑ Υπάρχει μια πιθανότητα ίση με 71,57% το έργο να ολοκληρωθεί σε 16 βδομάδες
- ☑ Πέντε δραστηριότητες (A, C, E, G, & H) βρίσκονται επί της κρίσιμης διαδρομής
- ☑ Τρεις δραστηριότητες (B, D, F) δεν βρίσκονται επί της κρίσιμης διαδρομής και έχουν περιθώριο χαλάρωσης
- ☑ Ένα λεπτομερές χρονοδιάγραμμα των δραστηριοτήτων είναι διαθέσιμο

Αναμενόμενη διάρκεια ενός έργου για αυγκεκριμένο επίπεδο βεβαιότητας.

Ποιά είναι η αναμενόμενη διάρκεια του έργου για την οποία έχουμε 99% πιθανότητα ολοκλήρωσης;

Αναμενόμενη διάρκεια ενός έργου για συγκεκριμένο επίπεδο βεβαιότητας.

Ποιά είναι η αναμενόμενη διάρκεια του έργου για την οποία έχουμε 99% πιθανότητα ολοκλήρωσης;



Αναμενόμενη διάρκεια ενός έργου για συγκεκριμένο επίπεδο βεβαιότητας.

Ποια είναι η αναμενόμενη διάρκεια του έργου για την οποία έχουμε 99% πιθανότητα ολοκλήρωσης;

Ψάχνουμε το Χ στον πιο κάτω τύπο:

$$z = \frac{X-\mu}{\sigma} \Rightarrow X = \mu + z.\sigma$$

$$X = 15 + (2,33) \times (1,76) = 19 \text{ βδ.}$$

Άρα, για πιθανότητα ολοκλήρωσης του έργου 99%, η αναμενόμενη διάρκεια του είναι 19 βδομάδες.

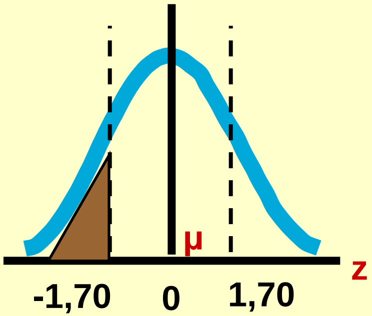
Ποιά η πιθανότητα το έργο να ολοκληρωθεί το πολύ σε 12 βδομάδες;

Ποιά η πιθανότητα το έργο να ολοκληρωθεί το πολύ σε 12 βδομάδες;

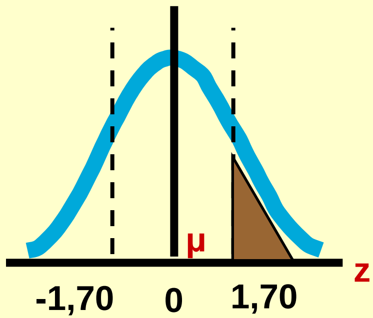
$$\boxed{z = \frac{X - \mu}{\sigma}} \boxed{= \frac{12 - 15}{1,76} = -1,704}$$

Ποιά η πιθανότητα το έργο να ολοκληρωθεί το πολύ σε 12 βδομάδες;

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{12 - 15}{1,76} = -1,704$$



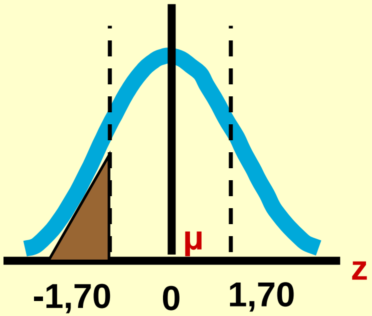
=



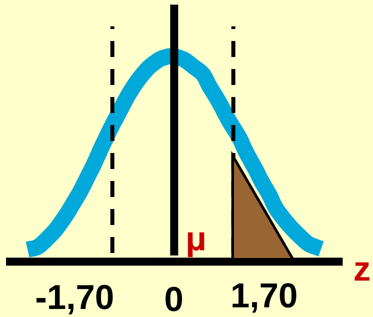
Τυπική κανονική κατανομή

Ποιά η πιθανότητα το έργο να ολοκληρωθεί το πολύ σε 12 βδομάδες;

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{12 - 15}{1{,}76} = -1{,}704$$



=



Τυπική κανονική κατανομή

- **P(X≤12)= P(z≤–1,70)= P(z >1,70)= 1–P(z≤1,70)= = 1 – 0,9554 ≈ 0,0446 ≈ 4,46%**

Επιλογή μεταξύ PERT & CPM

- Η επιλογή εξαρτάται κυρίως από το είδος του έργου και τους αντικειμενικούς στόχους που έχει θέσει η Διοίκηση του έργου.
- Η PERT είναι κατάλληλη όταν υπάρχει μεγάλη αβεβαιότητα στην πρόβλεψη των χρόνων των δραστηριοτήτων και όταν είναι κρίσιμο να ελεγχθεί αποτελεσματικά το χρονοδιάγραμμα του έργου. Π.χ. προγράμματα έρευνας και ανάπτυξης.
- Η μέθοδος CPM επιλέγεται όταν οι χρόνοι δραστηριοτήτων μπορούν να προβλεφθούν ικανοποιητικά. Π.χ. έργα κατασκευής ή συντήρησης.