Ακαδημαϊκό Έτος 2025-2026
Πανεπιστήμιο Πατρών
Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων
Τεχνικές Ανάλυσης Διοικητικών Αποφάσεων

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Σειρά 2

Ενδεικτικές Λύσεις

Άσκηση 1

Η Ionian Oil Company (IOC) αντλεί πετρέλαιο από τέσσερα θαλάσσια οικόπεδα στο Ιόνιο πέλαγος, το οποίο το μεταφέρει σε 4 διυλιστήρια και από εκεί σε τέσσερα κέντρα διανομής. Η IOC είναι νέα εταιρεία κι έχει περιορισμένες δυνατότητες μεταφοράς πετρελαίου από τον χώρο άντλησης προς τα διυλιστήρια και τα κέντρα διανομής. Η μέγιστη ποσότητα (σε χιλιάδες βαρέλια) ακατέργαστου πετρελαίου (και ισοδύναμων επεξεργασμένων προϊόντων), η οποία μπορεί να μεταφερθεί ημερησίως από κάθε οικόπεδο προς κάθε διυλιστήριο και από κάθε διυλιστήριο προς κάθε κέντρο διανομής, φαίνεται στους παρακάτω πίνακες:

Οικόπεδο	**Διυλιστήριο**			
	Κόρινθος	**Ελευσίνα**	**Ασπρόπυργος**	**Ισθμός**
Π1	11	7	2	8
Π2	5	4	8	7
Π3	7	3	12	6
Π4	8	9	4	15

Διυλιστήριο	**Κέντρο Διανομής**			
	Μέγαρα	**Πάτρα**	**Βόλος**	**Θεσσαλονίκη**
Κόρινθος	5	9	6	4
Ελευσίνα	8	7	9	5
Ασπρόπυργος	4	6	7	8
Ισθμός	12	11	9	7

Η διοίκηση της IOC επιθυμεί να προσδιορίσει το μέγιστο πλήθος των μονάδων που μπορούν να φτάσουν στα κέντρα διανομής.

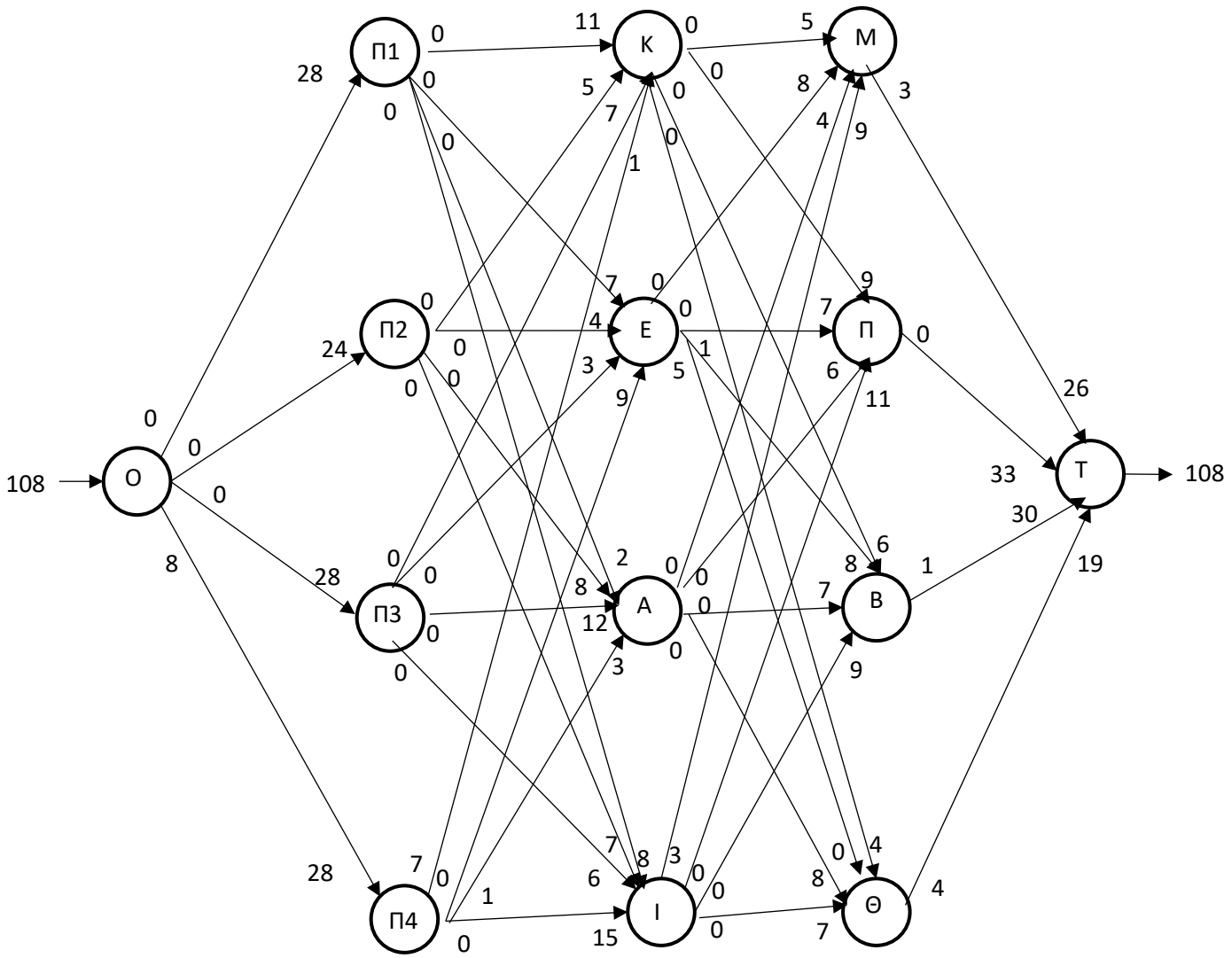
α) Να σχεδιάσετε ένα δίκτυο που να παριστάνει το παραπάνω πρόβλημα.

β) Να επιλύσετε το πρόβλημα.

Λύση

Στο παρακάτω δίκτυο έχει προστεθεί ένας εικονικός κόμβος ως αφετηρία και ένας εικονικός κόμβος ως προορισμός. Η χωρητικότητα κάθε τόξου από την αφετηρία είναι ίση με το άθροισμα των χωρητικοτήτων των τόξων που ξεκινούν από τον κόμβο του κάθε οικοπέδου. Η χωρητικότητα κάθε τόξου προς τον προορισμό είναι ίση με το άθροισμα των χωρητικοτήτων των τόξων που καταλήγουν στον κόμβο του κάθε κέντρου διανομής.

Στο δίκτυο σημειώνεται και μια βέλτιστη λύση. Η μέγιστη ροή είναι 108 μονάδες.



Άσκηση 2

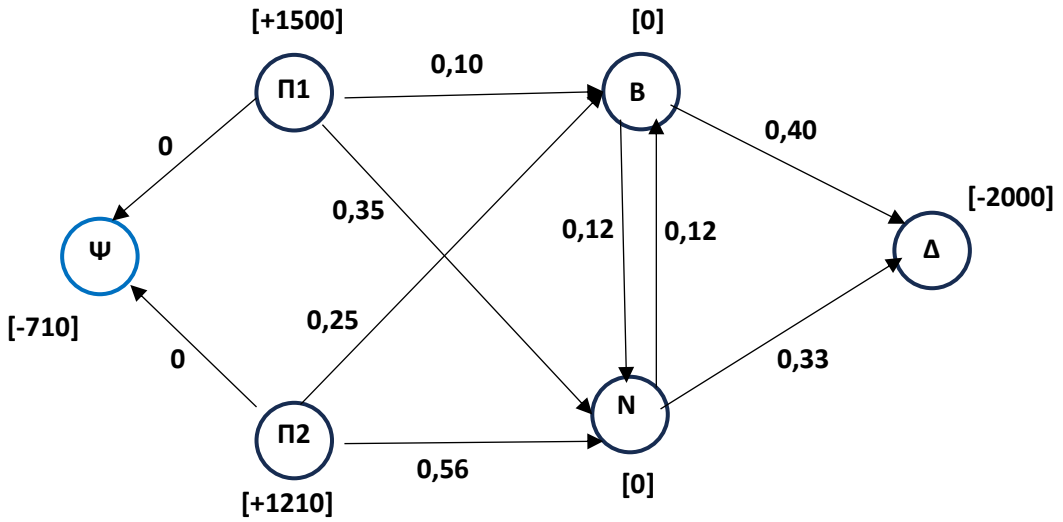
Η εταιρεία ΙΟΣ (βλ. άσκηση 1) εξαγόρασε μια μικρή εταιρεία στα ανοιχτά της Λευκάδας, η οποία διέθετε δύο πετρελαιοπηγές, από τις οποίες η μία παράγει 1500 βαρέλια την ημέρα και η άλλη 1210 βαρέλια. Στη συνέχεια το αργό πετρέλαιο μεταφέρεται σε οποιοδήποτε από τα δύο κέντρα δεξαμενών αποθήκευσης: στη Βασιλική και στο Νυδρί. Από εκεί το πετρέλαιο μεταφέρεται με βυτία στο διυλιστήριο στην ενδοχώρα, ώστε να καλυφθεί η ζήτηση των 2000 βαρελιών ημερησίως. Το κόστος μεταφοράς από την Βασιλική στο διυλιστήριο ανέρχεται σε 0,40 ευρώ ανά βαρέλι, ενώ από το Νυδρί το κόστος είναι 0,33 ευρώ ανά βαρέλι. Το κόστος μεταφοράς του πετρελαίου από την πετρελαιοπηγή 1 στη Βασιλική και στο Νυδρί είναι 0,10 και 0,35 ευρώ ανά βαρέλι αντίστοιχα. Οι αντίστοιχες τιμές για την πετρελαιοπηγή 2 είναι 0,25 ευρώ και 0,56 ευρώ. Επίσης, το πετρέλαιο μπορεί να μεταφέρεται από το ένα κέντρο δεξαμενών στο άλλο με κόστος 0,12 ευρώ ανά βαρέλι.

α) Να σχεδιάσετε ένα δίκτυο για το παραπάνω πρόβλημα ροής ελάχιστου κόστους, στο οποίο θα φαίνονται ποιοι είναι οι κόμβοι προσφοράς, οι κόμβοι ζήτησης και οι διαμετακομιστικοί κόμβοι, και στο οποίο να είναι σημειωμένα και τα κόστη μεταφοράς. (Αν χρειάζεται, συμπληρώστε το κατάλληλα ώστε το δίκτυο να είναι ισορροπημένο).

β) Να διαμορφώσετε ένα υπόδειγμα γραμμικού προγραμματισμού για την επίλυση του παραπάνω προβλήματος.

γ) Να επιλύσετε το πρόβλημα με την βοήθεια του Solver του Excel.

<u>Λύση</u>



<u>Μαθηματικό Υπόδειγμα</u>

$$\min z = 0{,}1x_{\Pi_1 B} + 0{,}35x_{\Pi_1 N} + 0{,}25x_{\Pi_2 B} + 0{,}56x_{\Pi_2 N} + 0{,}12x_{BN} + 0{,}12x_{NB} + 0{,}40x_{B\Delta} + 0{,}33x_{N\Delta} + 0x_{\Pi_1\Psi} + 0x_{\Pi_2\Psi}$$

Περιορισμοί δυναμικότητας κόμβων

$$x_{\Pi_1 B} + x_{\Pi_1 N} + x_{\Pi_1\Psi} = 1500$$

$$x_{\Pi_2 B} + x_{\Pi_2 N} + x_{\Pi_2\Psi} = 1210$$

$$x_{BN} + x_{B\Delta} - x_{\Pi_1 B} - x_{\Pi_2 B} - x_{NB} = 0$$

$$x_{NB} + x_{N\Delta} - x_{\Pi_1 N} - x_{\Pi_2 N} - x_{BN} = 0$$

$$-x_{B\Delta} - x_{N\Delta} = -2000$$

$$-x_{\Pi_1 \Psi} - x_{\Pi_2 \Psi} = -710$$

Περιορισμοί μη αρνητικότητας

$$x_{ij} \geq 0$$

Επίλυση με solver

Αρχή	Τέλος	Μονάδες Ροής	Κόστος μονάδας
Π1	Β	1500	0,1
Π1	Ν	0	0,35
Π1	Ψ	0	0
Π2	Β	500	0,25
Π2	Ν	0	0,56
Π2	Ψ	710	0
Β	Ν	0	0,12
Β	Δ	2000	0,4
Ν	Β	0	0,12
Ν	Δ	0	0,33

Κόμβος	Καθαρή ροή		Προσφορά /Ζήτηση
Π1	0	=	1500
Π2	1210	=	1210
Β	0	=	0
Ν	0	=	0
Δ	-2000	=	-2000
Ψ	-710	=	-710

=SUMIF($C$2:$C$11;I2;$E$2:$E$11)-SUMIF($D$2:$D$11;I2;$E$2:$E$11)

Συνολικό κόστος	1075

=SUMPRODUCT(E2:E11;F2:F11)