



# Τεχνικές Ανάλυσης Διοικητικών Αποφάσεων

Ενότητα 4: Συστήματα ουρών αναμονής (συνέχεια)

Καθηγητής Γιάννης Γιαννίκος

Σχολή Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων

Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Σκοποί ενότητας

- Μελέτη πολύπλοκων συστημάτων ουρών αναμονής

# Συστήματα ουρών αναμονής (συνέχεια)

# Πιο Πολύπλοκα Συστήματα Ουρών Αναμονής

- Περισσότερες θέσεις εξυπηρέτησης ( $s > 1$ )
- Περιορισμένη χωρητικότητα ουράς
- Πεπερασμένος πληθυσμός αφίξεων
- Μεταβαλλόμενοι ρυθμοί αφίξεων/εξυπηρέτησεων
  - Συχνά η θέση εξυπηρέτησης εξυπηρετεί με μεγαλύτερο ρυθμό όταν αυξάνεται ο αριθμός των ατόμων στο σύστημα/στην ουρά



# Αντιμετώπιση

- Σε όλες τις προηγούμενες περιπτώσεις ισχύει η σχέση:

$$P_n = \frac{\lambda_{n-1}}{\mu_n} \cdot P_{n-1}$$

- Με τις σχέσεις αυτές και δεδομένο ότι  $\sum_{j=0}^{\infty} P_j = 1$   
υπολογίζουμε τις πιθανότητες  $P_j$



# Περισσότερες Θέσεις Εξυπηρέτησης ( $s > 1$ )

- Συνθήκη για να είναι το σύστημα σε ισορροπία:  $\tau = \frac{\lambda}{s\mu} < 1$
- Μέσο πλήθος πελατών στη θέση εξυπηρέτησης:  $L_s = \frac{\lambda}{\mu}$
- Μέσο πλήθος πελατών στην ουρά:  $L_q = \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^s \lambda \mu}{(s-1)!(s\mu - \lambda)^2} \cdot P_0$
- Μέσο πλήθος πελατών στο σύστημα:  $L = L_q + L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$
- Μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά:  $W_q = \frac{L_q}{\lambda}$
- Μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα:  $W = \frac{L}{\lambda}$  ή  $W = W_q + \frac{1}{\mu}$



# Περισσότερες Θέσεις Εξυπηρέτησης ( $s > 1$ )/2

- Πιθανότητα το σύστημα να είναι άδειο:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{s-1} \left[ \frac{(\lambda / \mu)^n}{n!} \right] + \frac{(\lambda / \mu)^s}{s!} \cdot \left( \frac{s\mu}{s\mu - \lambda} \right)}$$



# Μεταβαλλόμενα $\lambda_n, \mu_n$

- Μεταβαλλόμενα  $\mu_n$

$$\mu_n = \begin{cases} n \cdot \mu, & n \leq s \\ \binom{n}{s} \cdot s\mu, & n > s \end{cases}$$

- Μεταβαλλόμενα  $\lambda_n$

$$\lambda_n = \begin{cases} \lambda_0, & n \leq s-1 \\ \left(\frac{s}{n+1}\right)^b \cdot \lambda_0, & n \geq s-1 \end{cases}$$





# Άλλες Πολυπλοκότητες

- Μη εκθετικός χρόνος εξυπηρέτησης
- Σύστημα προτεραιοτήτων
- Δίκτυα ουρών αναμονής
- Ο προσδιορισμός αναλυτικών τύπων για τις περιπτώσεις αυτές είναι δύσκολος!



# Σχεδιασμός Συστήματος

- Αποφάσεις για τα ακόλουθα
  - Αριθμός μονάδων εξυπηρέτησης
  - Αριθμός θέσεων εξυπηρέτησης ανά μονάδα εξυπηρέτησης ( $s$ )
  - Παραγωγικότητα θέσεων εξυπηρέτησης ( $\mu$ )
- Κόστος αναμονής
  - Κερδοσκοπικές επιχειρήσεις
  - Μη κερδοσκοπικές
  - Εσωτερικό κόστος αναμονής



# Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# Σημειώματα

# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση **1.0**.



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Γιάννης Γιαννίκος 2015. «Τεχνικές Ανάλυσης Διοικητικών Αποφάσεων. Συστήματα ουρών αναμονής (συνέχεια)». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/BMA417/>.



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.