

ΟΡΜΗ

ΟΡΜΗ →

Υλικού σημείου ή σώματος μάζας m που κινείται με ταχύτητα u ΟΡΙΖΕΤΑΙ το γινόμενο της μάζας επί την ταχύτητα

$$\vec{P} = m \vec{u}$$

Είναι **ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ** μέγεθος με διεύθυνση και φορά της ταχύτητας

Μονάδα της ορμής είναι το kg m/s

Δύναμη είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος [ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΗ έκφραση της Θεμελιώδους εξίσωσης της δυναμικής]

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

ΩΘΗΣΗ ΔΥΝΑΜΗΣ

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \Rightarrow d\vec{P} = \vec{F} dt \Rightarrow \int_{P_1}^{P_2} dP = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt \Rightarrow \vec{\Omega} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

ΩΘΗΣΗ →

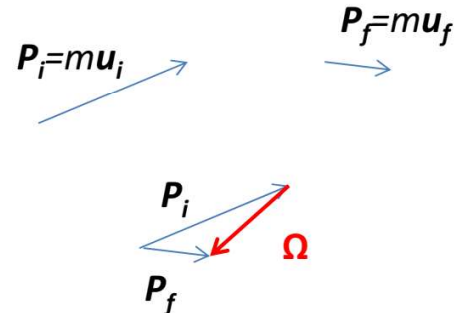
Η προκαλούμενη μεταβολή της ορμής από την επίδραση μιας δύναμης για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα

Ωθηση δύναμης για χρονικό διάστημα $dt \rightarrow d\vec{\Omega} = \vec{F} dt$

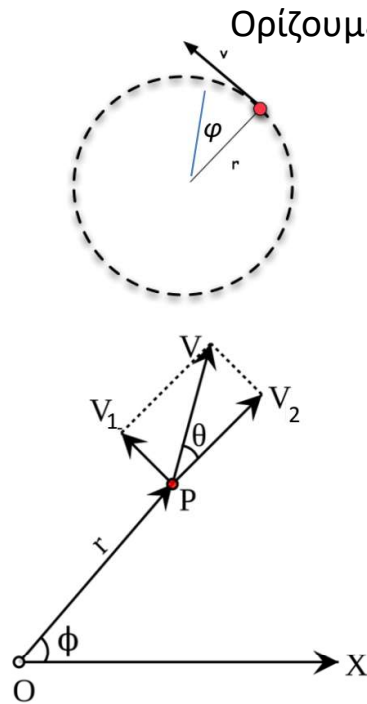
Είναι **ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ** μέγεθος και προκύπτει από τη διαφορά των διανυσμάτων

$$\vec{P}_2 - \vec{P}_1$$

Μονάδες μέτρησης → αυτές της ορμής ή αλλιώς Ns.



Κυκλική κίνηση



Ορίζουμε γωνιακή ταχύτητα

Μήκος τόξου

Ταχύτητα

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

$$l = r\varphi$$

$$u = \frac{dl}{dt} = \frac{d(r\varphi)}{dt} = r \frac{d\varphi}{dt} = r\omega$$

Διάνυσμα κάθετο
στο επίπεδο της
τροχιάς [s⁻¹]

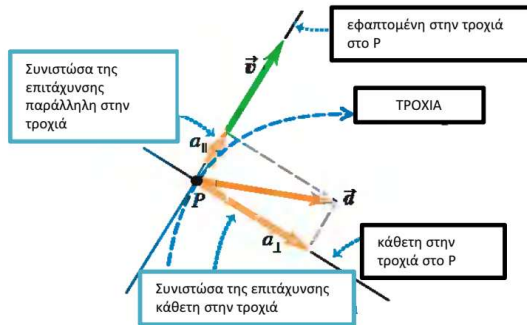
$$u_1 = \frac{dl}{dt} = r\omega$$

Σε μια πιο γενική κίνηση (όχι κατ' ανάγκη
κυκλική), μπορούμε να αναλύσουμε το
διάνυσμα της ταχύτητας σε

u_2

Ευθύγραμμη κίνηση

Φυσικές συνιστώσες



Ανάλυση σε «φυσικές συνιστώσες»

$$\vec{a} = \vec{a}_{\perp} + \vec{a}_{\parallel}$$

κεντρομόλο και επιτρόχια επιτάχυνση

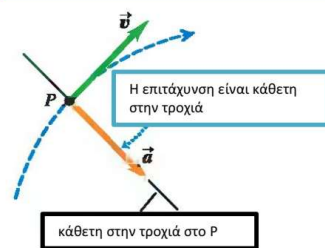
$$a = \sqrt{a_{\perp}^2 + a_{\parallel}^2}$$

$$a_{\parallel} = \frac{du}{dt}$$

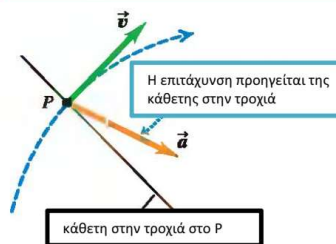
$$a_{\perp} = \frac{u^2}{r}$$

α/α	Φυσικές συνιστώσες		Είδος κίνησης
1	$a_{\parallel} = 0$	$a_{\perp} = 0$	Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση
2	$a_{\parallel} = \text{const} \neq 0$	$a_{\perp} = 0$	Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση
3	$a_{\parallel} = 0$	$a_{\perp} = \text{const} \neq 0$	Ομαλή κυκλική κίνηση
4	$a_{\parallel} \neq 0$	$a_{\perp} \neq 0$	Καμπυλόγραμμη μεταβαλλόμενη κίνηση

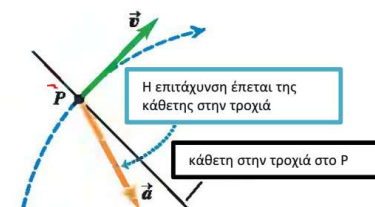
(α) Όταν το μέτρο της ταχύτητας είναι σταθερό κατά μήκος της τροχιάς



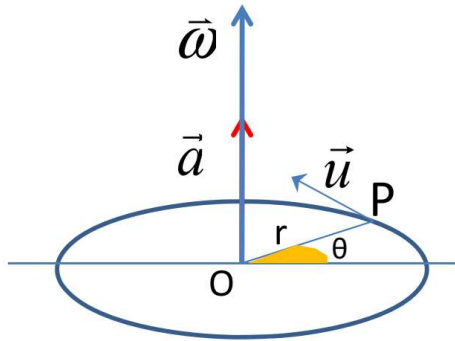
(β) Όταν το μέτρο της ταχύτητας αυξάνει κατά μήκος της τροχιάς



(γ) Όταν το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται κατά μήκος της τροχιάς



Κυκλική κίνηση



Μπορούμε να βρούμε την επιτάχυνση από τη σχέση: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

$$\vec{a} = \left(\frac{d\vec{v}(t)}{dt} \right) = \frac{d}{dt} (\vec{\omega} \times \vec{r}) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v} \quad (1)$$

Ορίζουμε σα **γωνιακή επιτάχυνση** $\vec{\alpha}$ το διάνυσμα που δίνει το ρυθμό μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας ω .

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad \text{Η διεύθυνση του είναι παράλληλη με αυτή του } \vec{\omega}$$

Η (1) γράφεται

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

Εφαπτομενική επιτάχυνση

Κεντρομόλος επιτάχυνση

➔ Για ομαλή κυκλική κίνηση $\omega = \text{σταθ.}$ και $\vec{\alpha} = \vec{0}$

$$\vec{\alpha} = \vec{\omega} \times \vec{v}$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

$$\vec{\alpha} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = \vec{\omega}(\vec{\omega} \cdot \vec{r}) - \vec{r}(\vec{\omega} \cdot \vec{\omega}) \Rightarrow \vec{\alpha} = -\omega^2 \vec{r} \quad \text{κεντρομόλος επιτάχυνση}$$

$$\omega = 2\pi f = \text{const}, [f = \text{αριθμός στροφών}/t = 1/T]$$

ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ

ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ →

Υλικού σημείου που κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας r με ταχύτητα u ορίζεται το εξωτερικό γινόμενο της διανυσματικής ακτίνας επί το διάνυσμα της ορμής του υλικού σημείου

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} = \vec{r} \times m \vec{u}$$

Είναι **ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ** μέγεθος κάθετο στο επίπεδο της τροχιάς με φορά που καθορίζεται από την κατεύθυνση κίνησης του δεξιόστροφου κοχλία.

Μονάδες μέτρησης → $\text{kg m}^2/\text{s}$

Κεντρομόλος δύναμη

Υπεύθυνη για την κεντρομόλο επιτάχυνση:

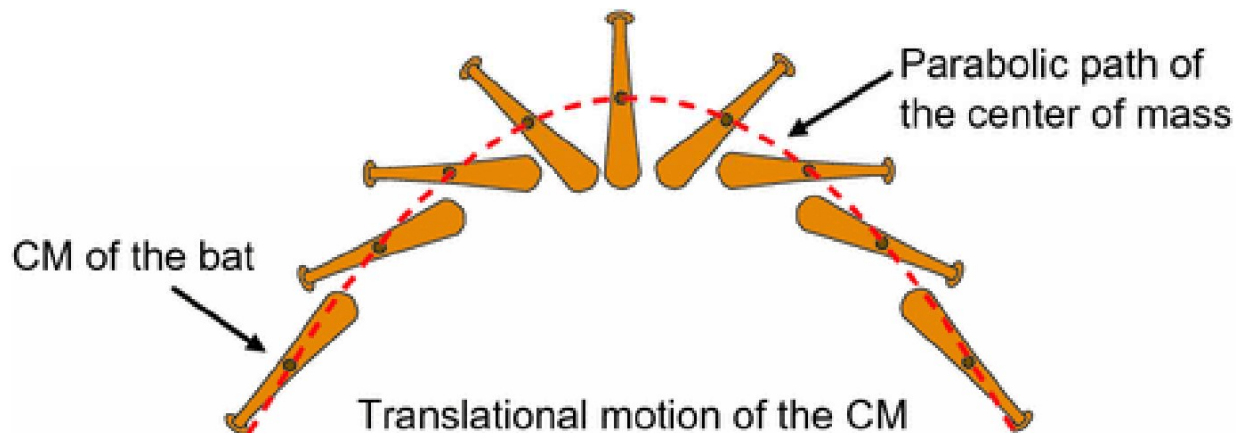
$$\vec{F}_\kappa = m \vec{a}_\kappa = m \frac{u^2}{r} = m \omega^2 r$$

Ρόλο κεντρομόλου δυνάμεως μπορεί να παίξει μια οποιαδήποτε από τις γνωστές δυνάμεις αλληλεπίδρασης σωμάτων

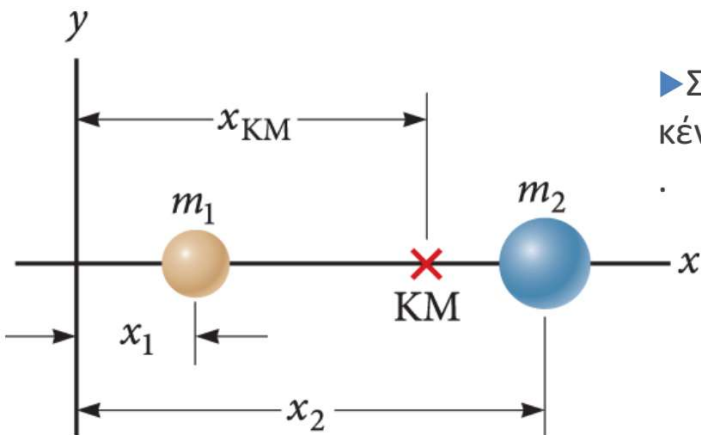
ΣΤΕΡΕΟ ΣΩΜΑ

Η κίνηση αναλύεται σε δύο επί
μέρους ανεξάρτητες

- Κέντρο μάζας
Κίνηση υλικού σημείου
- Περιστροφή γύρω από άξονα



Κέντρο μάζας, συντεταγμένες



► Σε τρεις διαστάσεις, εντοπίζουμε το κέντρο μάζας με το διάνυσμα θέσης του,

$$\vec{r}_{KM}$$

► Για ένα σύστημα σωματιδίων,

$$\vec{r}_{KM} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{r}_i$$

• Οι συντεταγμένες του κέντρου μάζας είναι

$$x_{KM} = \frac{\sum_i m_i x_i}{M} \quad y_{KM} = \frac{\sum_i m_i y_i}{M}$$

$$z_{KM} = \frac{\sum_i m_i z_i}{M}$$

– Το M είναι η συνολική μάζα του συστήματος.

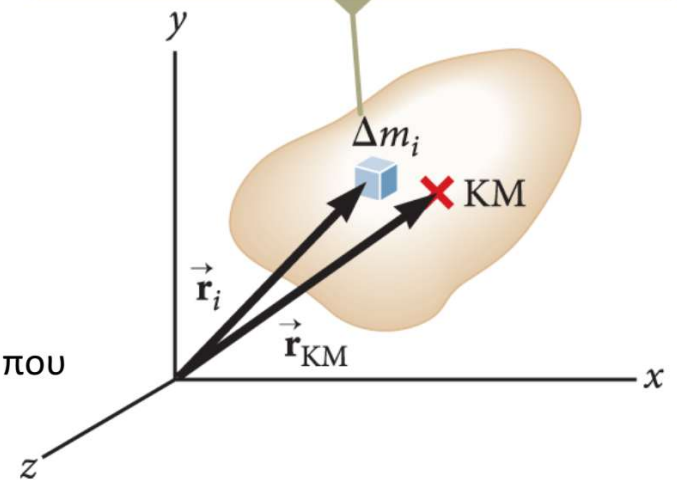
Το $\vec{r}_i$ είναι η θέση του i -οστού σωματιδίου, που δίνεται από τη σχέση

$$\vec{r}_i = x_i \hat{i} + y_i \hat{j} + z_i \hat{k}$$

Για ένα μη σημειακό σώμα,

$$\vec{r}_{KM} = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm$$

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ένα μη σημειακό σώμα είναι μια κατανομή μικρών στοιχειωδών μαζών Δm_i .



$$x_{KM} = \frac{1}{M} \int x dm$$

$$y_{KM} = \frac{1}{M} \int y dm$$

$$z_{KM} = \frac{1}{M} \int z dm$$

Σύστημα σωματιδίων

Ταχύτητα και ορμή

- Η ταχύτητα του κέντρου μάζας ενός συστήματος σωματιδίων είναι

$$\vec{v}_{KM} = \frac{d\vec{r}_{KM}}{dt} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{v}_i$$

- Η ορμή μπορεί να εκφραστεί ως

$$M \vec{v}_{KM} = \sum_i m_i \vec{v}_i = \sum_i \vec{p}_i = \vec{p}_{\text{συν.}}$$

- Η συνολική ορμή του συστήματος ισούται με το γινόμενο της συνολικής μάζας επί την ταχύτητα του κέντρου μάζας.

Επιτάχυνση και δύναμη

Επιτάχυνση του κέντρου μάζας.

$$\vec{a}_{KM} = \frac{d\vec{v}_{KM}}{dt} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{a}_i$$

- ▶ Η επιτάχυνση και η δύναμη συνδέονται μέσω της σχέσης

$$M \vec{a}_{KM} = \sum_i \vec{F}_i$$

- ▶ Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σύστημα προκαλείται μόνο από εξωτερικές δυνάμεις (άθροισμα εσωτερικών δυνάμεων ισούται με μηδέν).

$$\sum \vec{F}_{\text{εξωτ.}} = M \vec{a}_{KM}$$

- ▶ Το κέντρο μάζας ενός συστήματος σωματιδίων που έχει συνολική μάζα M κινείται όπως θα κινηθεί ένα ισοδύναμο σωματίδιο μάζας M , υπό την επίδραση της συνισταμένης εξωτερικής δύναμης που ασκείται στο σύστημα.

Ώθηση και ορμή

- ▶ Η ώθηση που προσδίδουν στο σύστημα οι εξωτερικές δυνάμεις είναι

$$\vec{\Omega} = \int \sum \vec{F}_{\text{εξωτ.}} dt = M \int d\vec{v}_{KM} = \Delta \vec{p}_{\text{συν.}}$$

- ▶ Η συνολική ορμή ενός συστήματος σωματιδίων διατηρείται αν στο σύστημα δεν ασκείται συνισταμένη εξωτερική δύναμη.

$$M \vec{v}_{KM} = \vec{p}_{\text{συν.}} = \text{σταθερή όταν } \sum \vec{F}_{\text{εξωτ.}} = 0$$

- ▶ Σε ένα απομονωμένο σύστημα σωματιδίων, τόσο η συνολική ορμή όσο και η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι σταθερές ως προς τον χρόνο.

Κινητική ενέργεια περιστροφής

Ένα σώμα που περιστρέφεται γύρω από έναν σταθερό άξονα με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω έχει κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής, παρά το γεγονός ότι μπορεί να μην έχει καθόλου μεταφορική κινητική ενέργεια.

Κάθε σωματίδιο έχει κινητική ενέργεια

$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

Εφόσον η εφαπτομενική ταχύτητα εξαρτάται από την απόσταση r από τον άξονα περιστροφής, μπορούμε να αντικαταστήσουμε $v_i = \omega r$.

• Η συνολική κινητική ενέργεια περιστροφής ενός άκαμπτου σώματος ισούται με το άθροισμα των ενεργειών όλων των σωματιδίων του.

$$K_R = \sum_i K_i = \sum_i \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2$$

$$K_R = \frac{1}{2} \left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Η ροπή αδράνειας ενός σώματος είναι ένα μέτρο της τάσης που έχει το σώμα να αντιστέκεται στις μεταβολές της περιστροφικής κίνησής του.

• Το μέγεθος I ονομάζεται ροπή αδράνειας:

$$I = \sum_i r_i^2 m_i$$

Η ροπή αδράνειας εξαρτάται από τη μάζα, αλλά και από την κατανομή της μάζας γύρω από τον άξονα περιστροφής.

Υπολογισμός Ροπής Αδράνειας

Για ένα συνεχές άκαμπτο σώμα, θεωρούμε ότι το σώμα απαρτίζεται από πολλά μικρά στοιχεία, καθένα με μάζα Δm_i

$$I = \lim_{\Delta m_i \rightarrow 0} \sum_i r_i^2 \Delta m_i = \int r^2 dm$$

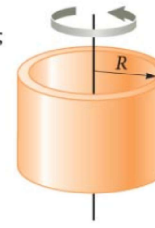
Χρησιμοποιώντας την παραδοχή των στοιχείων μικρού όγκου

$$I = \int \rho r^2 dV$$

ΠΙΝΑΚΑΣ M10.2

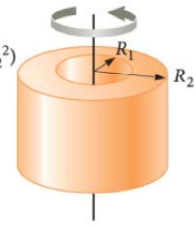
Ροπές αδράνειας για ομογενή άκαμπτα σώματα διαφορετικής γεωμετρίας

Δακτύλιος ή λεπτό κυλινδρικό κέλυφος
 $I_{\text{KM}} = MR^2$

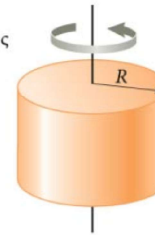


Κοίλος κύλινδρος

$$I_{\text{KM}} = \frac{1}{2} M(R_1^2 + R_2^2)$$

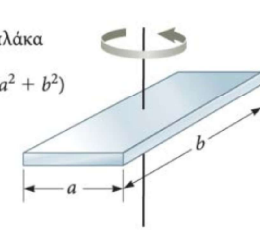


Συμπαγής κύλινδρος ή δίσκος
 $I_{\text{KM}} = \frac{1}{2} MR^2$

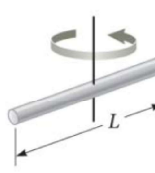


Ορθογώνια πλάκα

$$I_{\text{KM}} = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$$



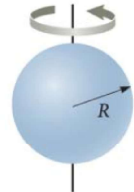
Επιμήκης λεπτή ράβδος με άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο της
 $I_{\text{KM}} = \frac{1}{12} ML^2$



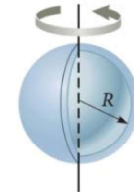
Επιμήκης λεπτή ράβδος με άξονα περιστροφής που διέρχεται από το άκρο της
 $I = \frac{1}{3} ML^2$



Συμπαγής σφαίρα
 $I_{\text{KM}} = \frac{2}{5} MR^2$



Λεπτό σφαιρικό κέλυφος
 $I_{\text{KM}} = \frac{2}{3} MR^2$



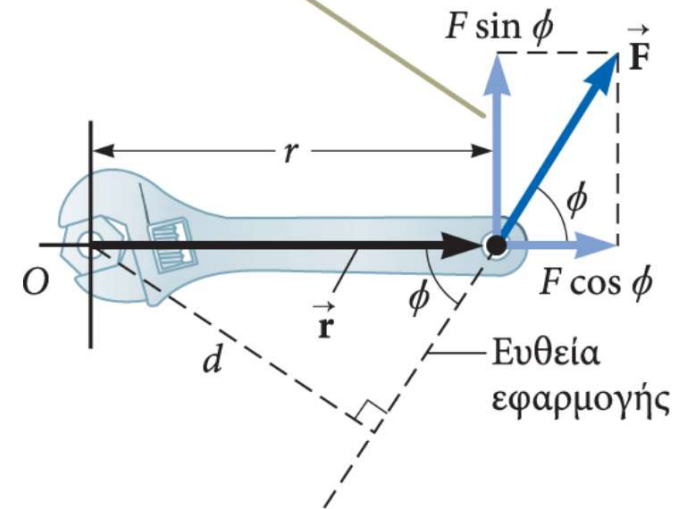
Ροπή

•Ροπή τ είναι η τάση που έχει μια δύναμη να περιστρέψει ένα σώμα γύρω από κάποιον άξονα.

- Η ροπή είναι διάνυσμα, με μέτρο:
- $\tau = rF \sin \phi = Fd$
 - F είναι η δύναμη.
 - ϕ είναι η γωνία που σχηματίζει η δύναμη με την κάθετο στον άξονα περιστροφής.
 - d είναι ο μοχλοβραχίονας της δύναμης
 - $d = r \sin \Phi$

- Η ροπή που ασκείται σε ένα σώμα δεν έχει μοναδική τιμή.
 - Η τιμή της εξαρτάται από την επιλογή του άξονα περιστροφής.
- Η συνιστώσα της δύναμης κατά τη διεύθυνση της καθέτου στον άξονα ($F \cos \phi$) δεν τείνει να προκαλέσει περιστροφή.

Η συνιστώσα $F \sin \phi$ τείνει να περιστρέψει το γαλλικό κλειδί γύρω από έναν άξονα που διέρχεται από το O .



Αν η δύναμη τείνει να περιστρέψει το σώμα αριστερόστροφα, η ροπή είναι θετική.

Αν η δύναμη τείνει να περιστρέψει το σώμα δεξιόστροφα, η ροπή είναι αρνητική.

Ροπή

Ροπή και δύναμη

Οι δυνάμεις μπορούν να προκαλέσουν μεταβολή στη μεταφορική κίνηση.

Η μεταβολή αυτή περιγράφεται από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα.

Οι δυνάμεις μπορούν να προκαλέσουν μεταβολή στην περιστροφική κίνηση.

Ο βαθμός της μεταβολής εξαρτάται από το μέτρο της δύναμης και από τον μοχλοβραχίονά της.

Η μεταβολή της περιστροφικής κίνησης εξαρτάται από τη ροπή.

Μονάδες μέτρησης της ροπής

Η μονάδα SI της ροπής είναι το $\text{N}\cdot\text{m}$.

Παρότι η ροπή είναι γινόμενο δύναμης επί απόσταση, διαφέρει σημαντικά από το έργο και την ενέργεια.

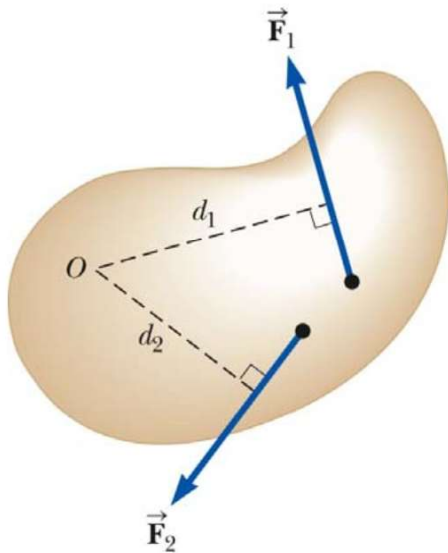
Η ροπή μετριέται σε $\text{N}\cdot\text{m}$. Οι μονάδες της δεν μετατρέπονται σε joule.

Συνισταμένη ροπή

► Η δύναμη $\vec{F}_1$ τείνει να περιστρέψει το σώμα αριστερόστροφα γύρω από το O .

► Η δύναμη $\vec{F}_2$ τείνει να περιστρέψει το σώμα δεξιόστροφα γύρω από το O .

$$\Sigma \tau = \tau_1 + \tau_2 = F_1 d_1 - F_2 d_2$$



ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ

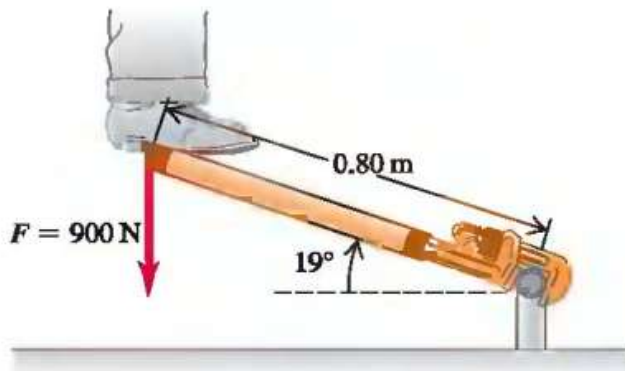
ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ →

Ως προς σημείο ή άξονα

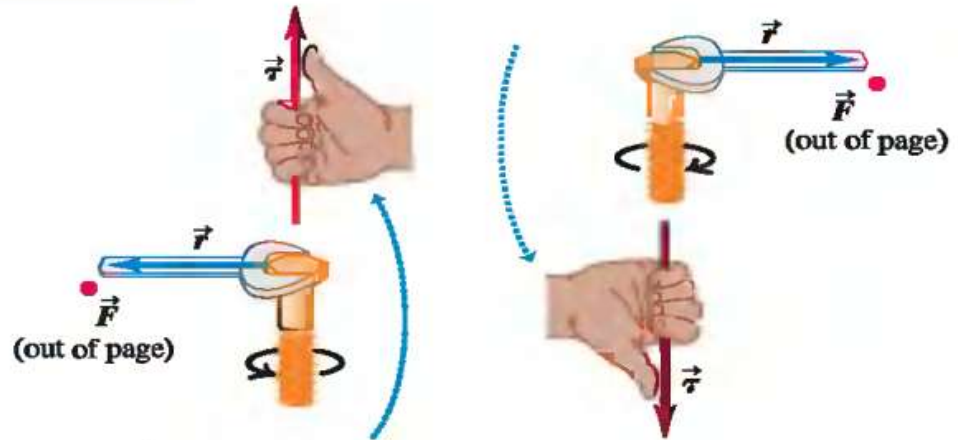
Μέτρο $\tau = rF \sin \vartheta$

Διεύθυνση και φορά

Παράδειγμα



$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$



$$\tau = 0.8 \cdot 900 \sin 109^\circ = 680.8 \text{ Nm}$$

Διεύθυνση και φορά?

ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΩΝ ΡΟΠΩΝ →

Εάν σε ένα σώμα σκούνται πολλές δυνάμεις, η συνισταμένη των ροπών ως προς σημείο ή άξονα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι ίση με τη ροπή της συνισταμένης όλων των δυνάμεων

Σύνοψη

ΠΙΝΑΚΑΣ M10.3

Χρήσιμες σχέσεις στην περιστροφική
και στη μεταφορική κίνηση

Περιστροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα

Μέτρο γωνιακής ταχύτητας $\omega = d\theta/dt$

Μέτρο γωνιακής επιτάχυνσης $\alpha = d\omega/dt$

Μέτρο συνισταμένης ροπής $\Sigma \tau_{\epsilon\chi\omega\tau} = I\alpha$

$$\begin{aligned} \text{Αν} \\ \alpha = \text{σταθερό} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_f = \omega_i + \alpha t \\ \theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i) \end{array} \right.$$

$$\text{Έργο } W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta$$

Κινητική ενέργεια $K_R = \frac{1}{2}I\omega^2$

Ισχύς $P = \tau\omega$

Στροφορμή $L = I\omega$

Μέτρο συνισταμένης ροπής $\Sigma \tau = dL/dt$

Μεταφορική κίνηση

Μέτρο μεταφορικής ταχύτητας $v = dx/dt$

Μέτρο μεταφορικής επιτάχυνσης $a = dv/dt$

Μέτρο συνισταμένης δύναμης $\Sigma F = ma$

$$\begin{aligned} \text{Αν} \\ a = \text{σταθερό} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} v_f = v_i + at \\ x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2 \\ v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i) \end{array} \right.$$

$$\text{Έργο } W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

Κινητική ενέργεια $K = \frac{1}{2}mv^2$

Ισχύς $P = Fv$

Ορμή $p = mv$

Μέτρο συνισταμένης δύναμης $\Sigma F = dp/dt$

Κίνηση με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση

Οι αντιστοιχίες των μεταβλητών μεταξύ των εξισώσεων της μεταφορικής κίνησης και των εξισώσεων της περιστροφικής κίνησης είναι

$$x \rightarrow \theta$$

$$v \rightarrow \omega$$

$$a \rightarrow \alpha$$

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i)$$

$$\theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)t$$

όπου η επιτάχυνση α είναι σταθερή

ΠΙΝΑΚΑΣ M10.1

Κινηματικές εξισώσεις για την περιστροφική και τη μεταφορική κίνηση

Άκαμπτο σώμα που κινείται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i)$$

$$\theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)t$$

Σωματίδιο που κινείται με σταθερή μεταφορική επιτάχυνση

$$v_f = v_i + at$$

$$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_i + v_f)t$$

Σχέση μεταξύ γωνιακών και γραμμικών μεγεθών

Κάθε σημείο του περιστρεφόμενου σώματος εκτελεί την ίδια περιστροφική κίνηση, αλλά **όχι** την ίδια μεταφορική κίνηση.

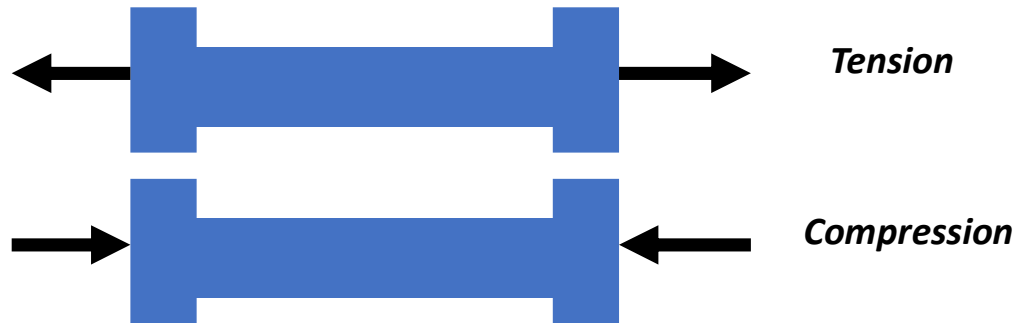
Μετατοπίσεις: $s = \theta r$,

Μέτρα ταχυτήτων: $v = \omega r$,

Μέτρα επιταχύνσεων: $a = \alpha r$

ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ – ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΥΛΙΚΩΝ

- Εφελκυσμός: Στα άκρα του δοκιμίου ασκείται δύναμη ανά μονάδα επιφανείας η οποία τείνει να αυξήσει το μήκος του δοκιμίου
- Θλίψη: Στα άκρα του δοκιμίου ασκείται δύναμη ανά μονάδα επιφανείας η οποία τείνει να μειώσει το μήκος του δοκιμίου



Τάση – Σχετική παραμόρφωση (Stress and Strain)

- Τάση (Stress) : δύναμη ανά μονάδα επιφανείας

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

F : ασκούμενη δύναμη N

A : διατομή (εμβαδόν) m²

σ : τάση Pa

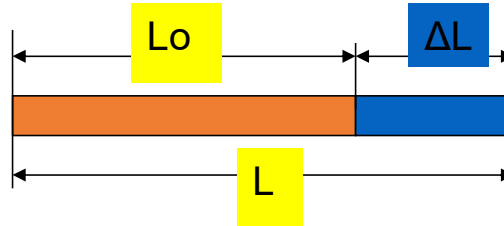


Τάση – Σχετική παραμόρφωση (Stress and Strain)

- Παραμόρφωση:

- Το πηλίκο της επιμήκυνσης προς το αρχικό μήκος του δοκιμίου
- % παραμόρφωση

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$



ΔL : παραμόρφωση (m)

L_0 : αρχικό μήκος του δοκιμίου (m)

ϵ : σχετική παραμόρφωση

$\% \epsilon$: η % σχετική παραμόρφωση

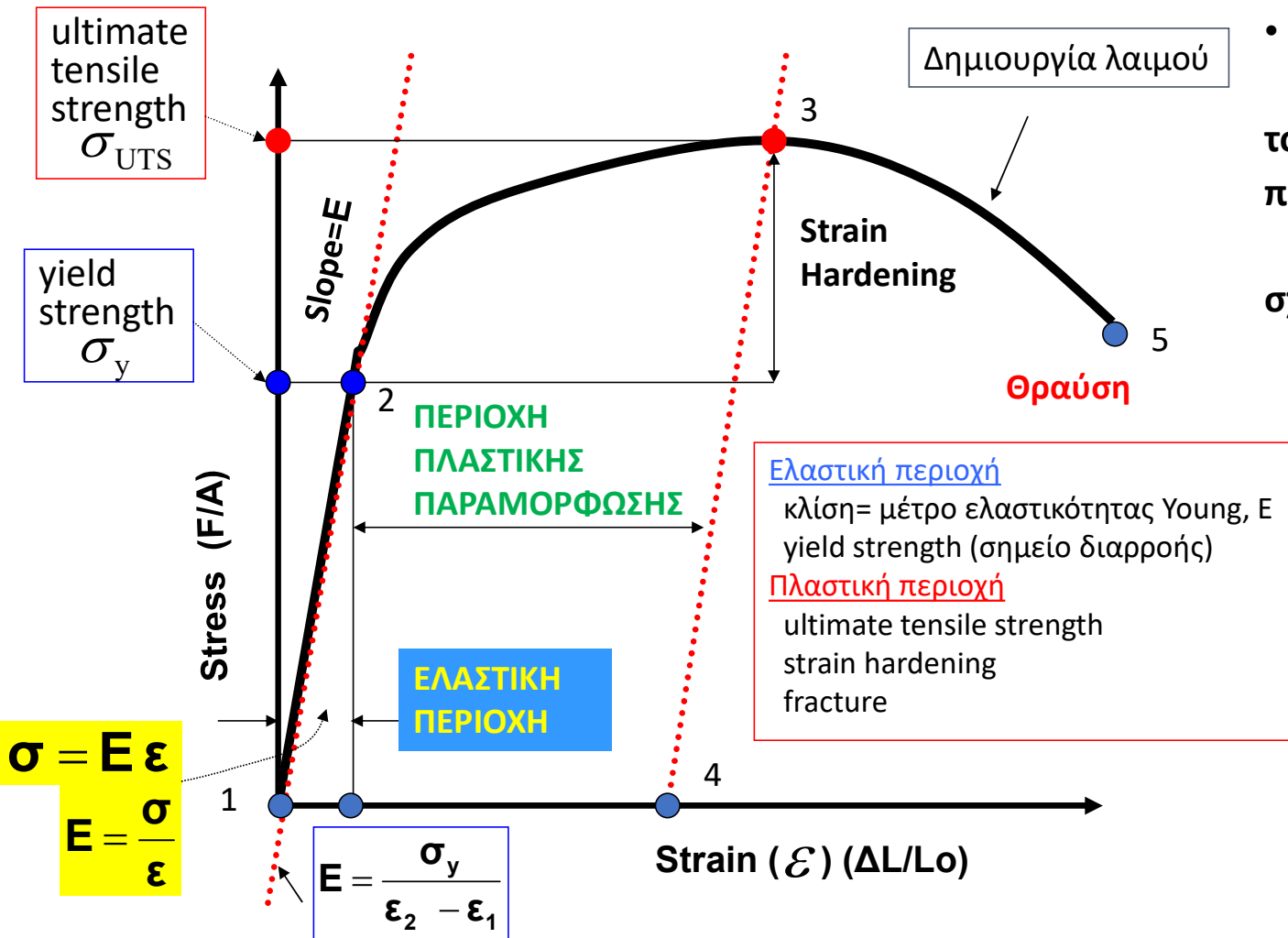
Επιμήκυνση:

$$\Delta L = L - L_0$$

L : Τελικό μήκος του δοκιμίου

Διάγραμμα τάσης – σχετικής παραμόρφωσης

- Το διάγραμμα δίνει την απόκριση του υλικού σε παραμόρφωσή του – τις μηχανικές του ιδιότητες
- Κάθε υλικό χαρακτηρίζεται από διαφορετικό διάγραμμα τάσης – σχετικής παραμόρφωσης



• **Ελαστική περιοχή (σημεία 1 –2)**

- Το υλικό επανέρχεται στο αρχικό του μήκος εάν αφαιρεθεί το αίτιο παραμόρφωσης

- Η τάση είναι ανάλογη της σχετικής παραμόρφωσης

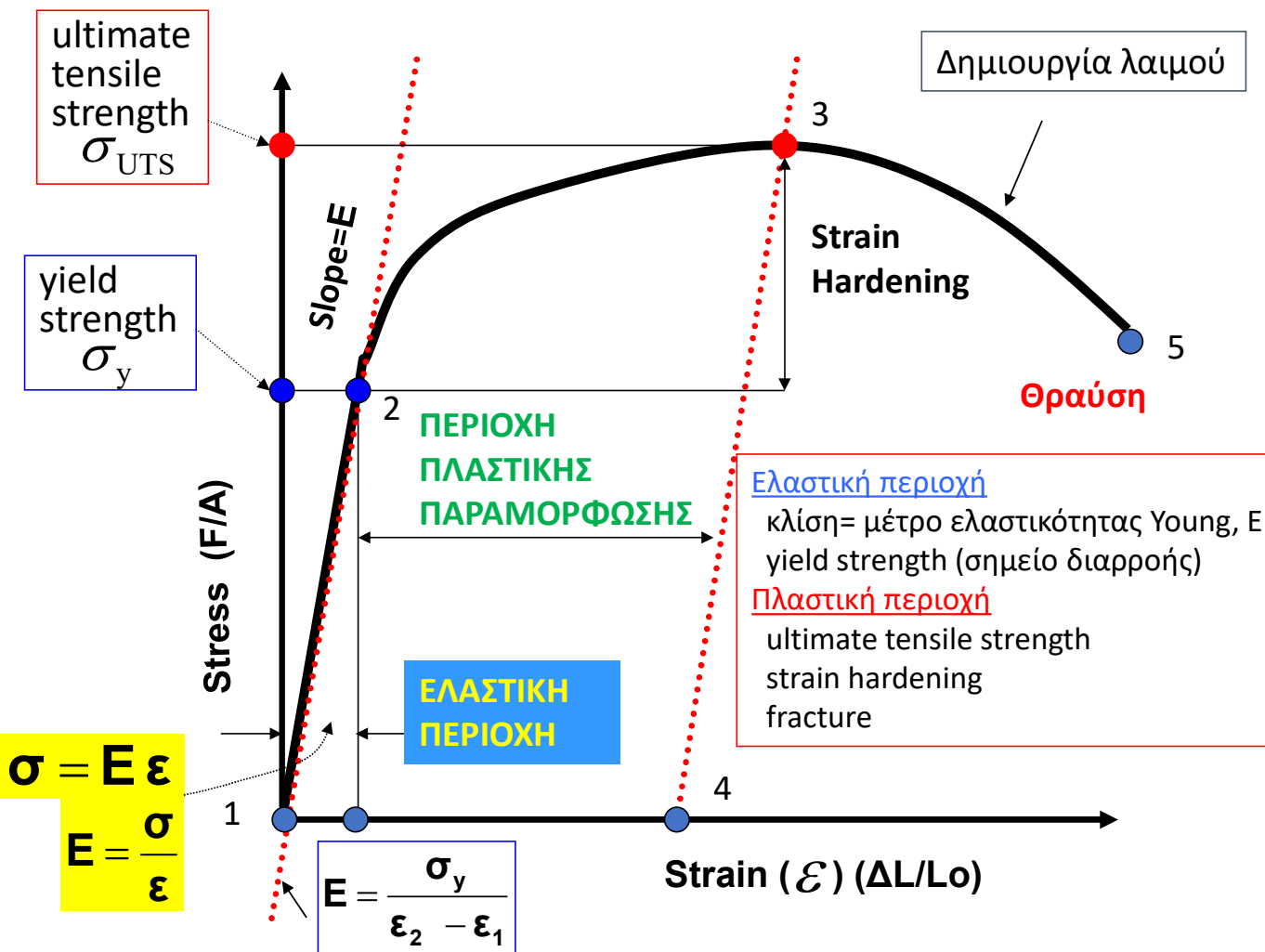
$$\sigma = E \epsilon \quad \text{ή} \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

σ : τάση (Pa)

E : (Pa)

ϵ : σχετική παραμόρφωση

- Σημείο 2 : **σημείο διαρροής** : το σημείο στο οποίο μόνιμη παραμόρφωση συμβαίνει (εάν ξεπεραστεί τότε δε θα επιστρέψει ξανά στο αρχικό του μήκος)



Πλαστική παραμόρφωση (2 –3)

- Πέρα από το σημείο διαρροής το υλικό δε θα επιστρέψει στο αρχικό μήκος του
- Θα εμφανίσει μόνιμη σχετική παραμόρφωση
- Εάν από το υλικό αφαιρεθεί η τάση στο σημείο 3 τότε θα επιστρέψει στο σημείο 4 (η κλίση 3-4 θα είναι όση η 1-2)

- Η απόσταση από το 1 στο 4 υποδεικνύει το μέτρο της μόνιμης παραμόρφωσης

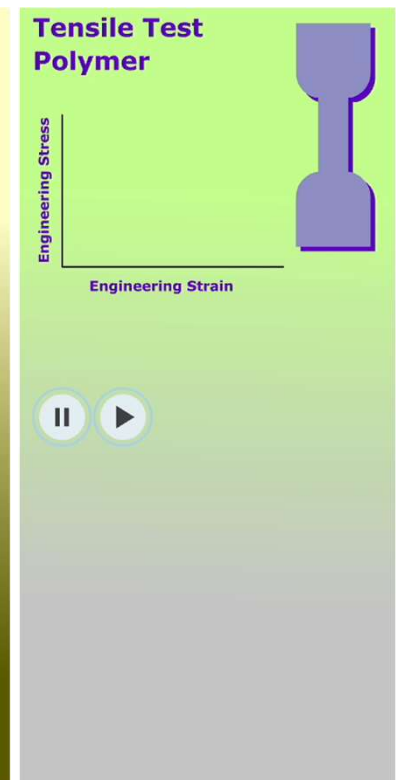
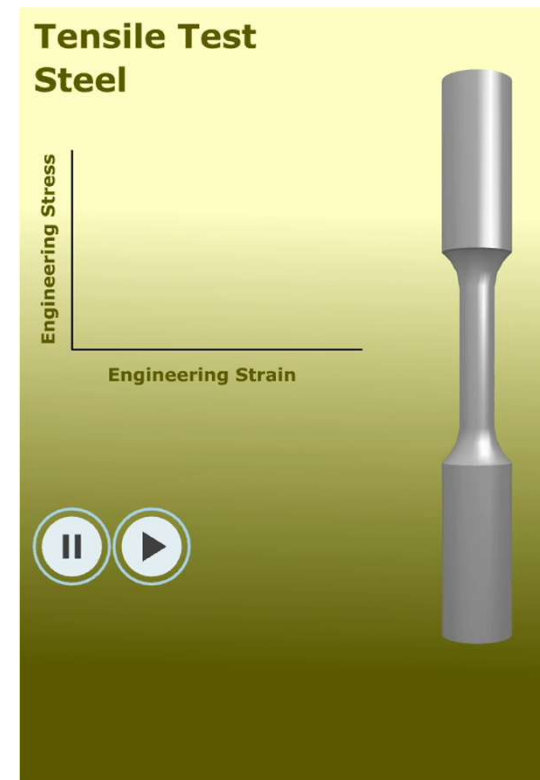
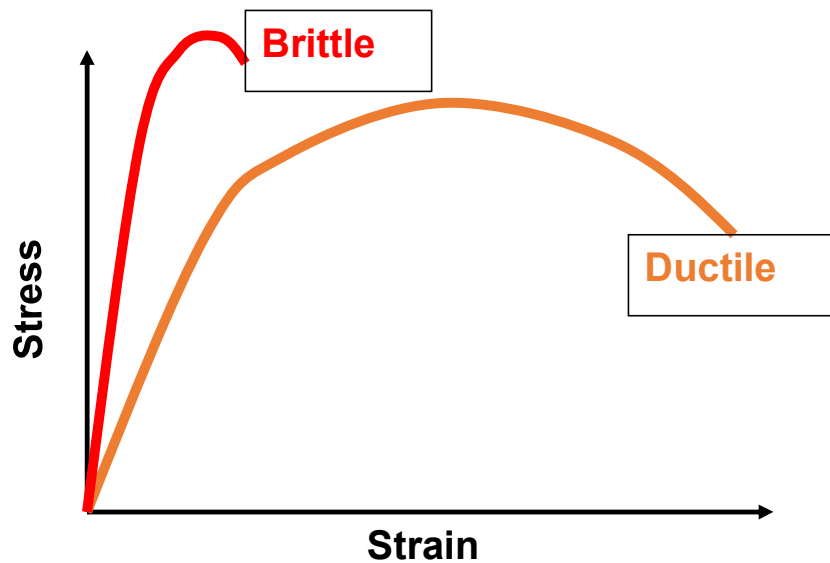
Αντοχή **Tensile Strength** (σημείο 3)

- Η μέγιστη τιμή της τάσης στο διάγραμμα → μέγιστη αντοχή σε εφελκυσμό Ultimate Tensile Strength (UTS)
- Θραύση (σημείο 5)**

Μηχανικές ιδιότητες

Ευθραυστότητα:

- Η ιδιότητα του υλικού να μην παραμορφώνεται πριν τη θραύση
- Το αντίθετο της ολκιμότητας.
- Εύθραυστα: γυαλί, ατσάλι, κεραμικά



Young Modulus for selected materials

Material	Young's Modulus (GPa)
Aluminium ($_{13}\text{Al}$)	68
Amino-acid molecular crystals	21–44
Aramid (for example, Kevlar)	70.5–112.4
Bone, human cortical	14
Bronze	112
Carbon nitride (CN_2)	822
Carbon-fiber-reinforced plastic (CFRP), 70/30 fibre/matrix, unidirectional, along fibre	181
Diamond (C), synthetic	1050–1210
Graphene	1050
High-density polyethylene (HDPE)	0.97–1.38
High-strength concrete	30
Nylon 66	2.93
Polycarbonate (PC)	2.2
Polyethylene terephthalate (PET), unreinforced	3.14
Rubber, small strain	0.01–0.1
Single-walled carbon nanotube	1000
Steel, A36	200
Tooth enamel, largely calcium phosphate	83
Wood, American beech	9.5–11.9
Zirconium ($_{40}\text{Zr}$), commercial	95

Breaking stress for selected materials

TABLE 11.3 Approximate Breaking Stresses

Material	Breaking Stress (Pa or N/m^2)
Aluminum	2.2×10^8
Brass	4.7×10^8
Glass	10×10^8
Iron	3.0×10^8
Steel	$5\text{--}20 \times 10^8$
Tendon (typical)	1×10^8

TABLE 11.1 Approximate Elastic Moduli

Material	Young's Modulus, Y (Pa)	Bulk Modulus, B (Pa)	Shear Modulus, S (Pa)
Aluminum	7.0×10^{10}	7.5×10^{10}	2.5×10^{10}
Brass	9.0×10^{10}	6.0×10^{10}	3.5×10^{10}
Copper	11×10^{10}	14×10^{10}	4.4×10^{10}
Iron	21×10^{10}	16×10^{10}	7.7×10^{10}
Lead	1.6×10^{10}	4.1×10^{10}	0.6×10^{10}
Nickel	21×10^{10}	17×10^{10}	7.8×10^{10}
Silicone rubber	0.001×10^{10}	0.2×10^{10}	0.0002×10^{10}
Steel	20×10^{10}	16×10^{10}	7.5×10^{10}
Tendon (typical)	0.12×10^{10}	—	—

