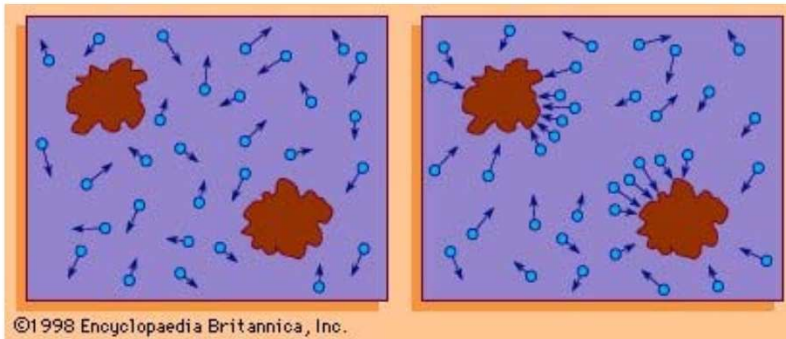


ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ

Η Κινητική ή Κινηματική είναι κλάδος της μηχανικής που περιγράφει την κίνηση των σωμάτων αδιαφορώντας για τη μάζα τους ή τις αιτίες, δυνάμεις, που προκαλούν την κίνησή τους.

Κίνηση Brown

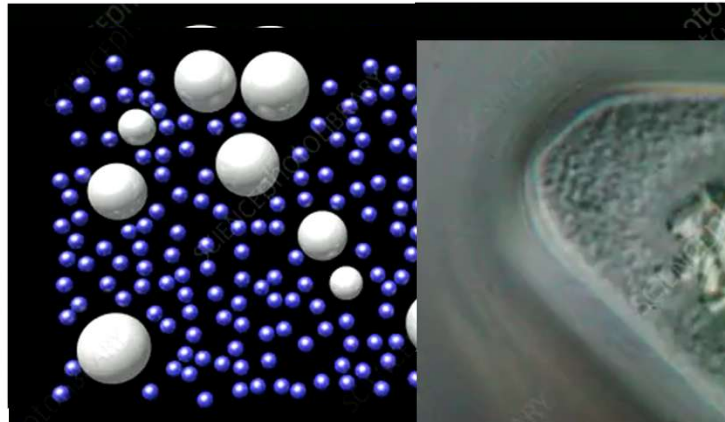


Random Walk

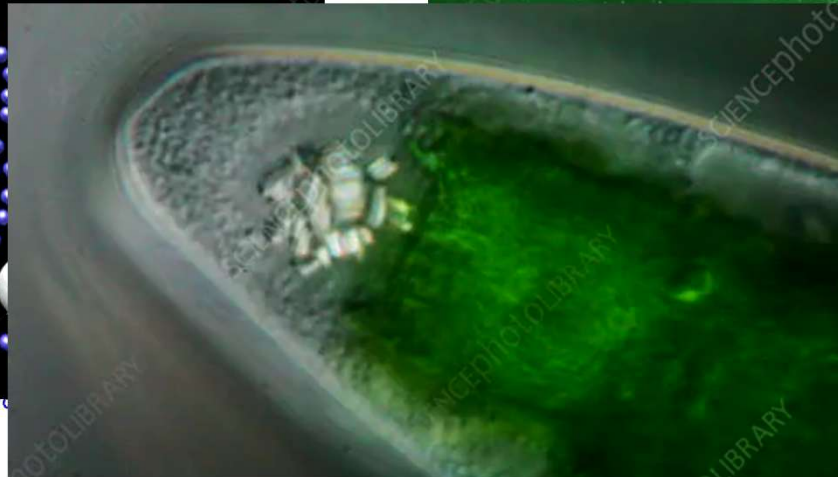


$$\langle \Delta x \rangle \propto t^{1/2}$$

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta R} , \text{ σε 3D}$$



<https://www.sciencephoto.com/media/237006/view/brownian-motion-animation>



<https://www.sciencephoto.com/media/237006/view/brownian-motion>

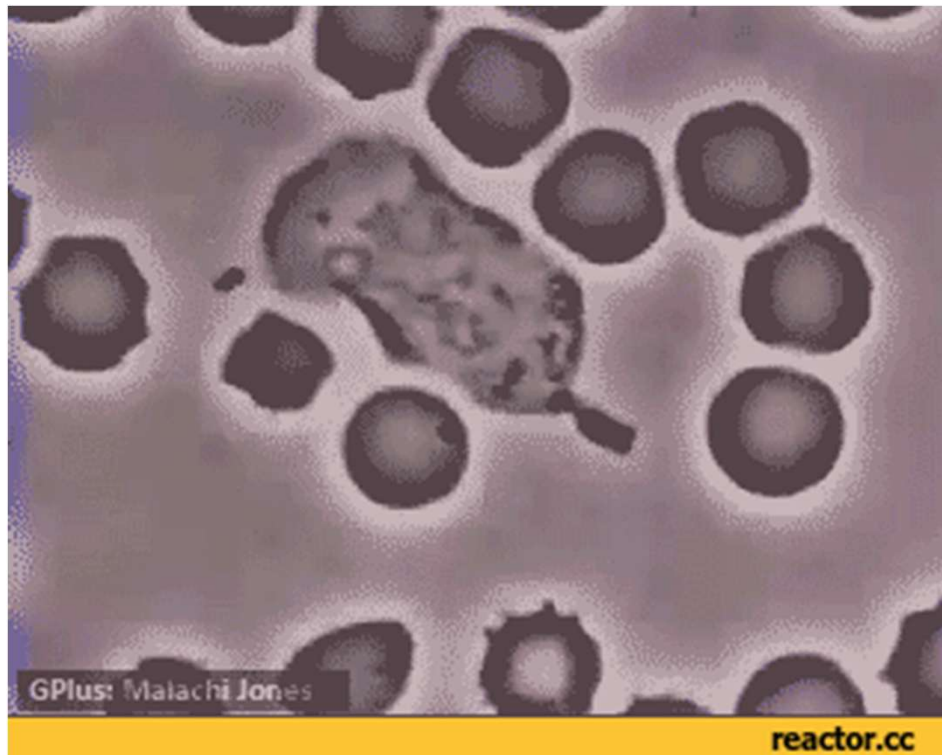
Αποστολή στον Άρη



https://d1multimedia.esa.int/download/public/videos/2016/02/043/1602_043_AR_EN.mp4

ESA

Κίνηση μονοκύτταρων οργανισμών



<https://giphy.com/gifs/cell-animation-34RXqfbRIIdTOI>

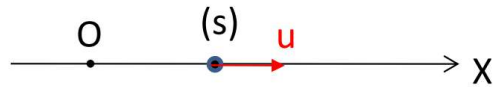
Διάφοροι άλλοι μικροοργανισμοί ή κίνηση των οποίων καταγράφηκε με οπτικό μικροσκόπιο

<https://www.nikonsmallworld.com/galleries/2020-small-world-in-motion-competition/a-marine-tardigrade-batillipes-lusitanus>

[A marine tardigrade \(*Batillipes lusitanus*\) / 2020 Small World in Motion Competition / Nikon's Small World \(\[nikonsmallworld.com\]\(http://www.nikonsmallworld.com\)\)](#)

ΚΙΝΗΣΗ ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΑΣΤΑΣΗ

ΤΑΧΥΤΗΤΑ – ευθύγραμμη ομαλή κίνηση



$u = \text{σταθ}$, σε ίσους χρόνους $\rightarrow$ ίσα διαστήματα

Η ταχύτητα στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ορίζεται ως (ειδική περίπτωση της $u = ds/dt$):

$$u = \frac{s(t) - s_0}{t} \Leftrightarrow s(t) = s_0 + ut$$

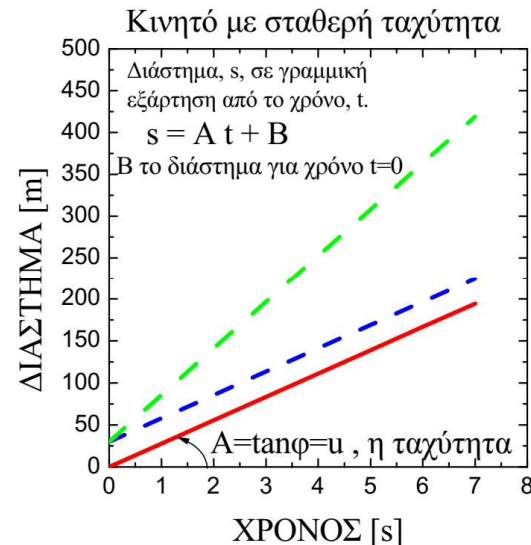
όπου s_0 το αρχικό διάστημα για $t=0$
 s το διάστημα που διανύει το κινητό σε χρόνο t

Μονάδες: [SI] $\rightarrow$ m/s, Km/h, miles/h, cm/s

Παράδειγμα $100 \frac{km}{h} = 100 \cdot \frac{1000m}{3600s} = 27.78m/s$

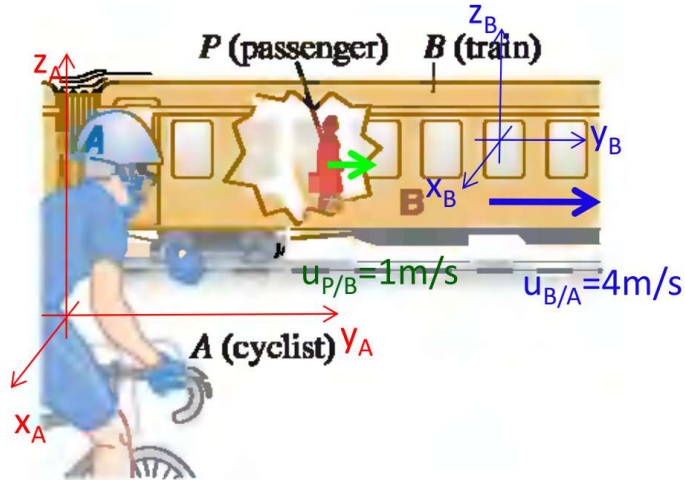
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ του s vs $t \rightarrow s=s(t)$

Ποια η διαφορά για τα κινητά των οποίων το διάστημα σα συνάρτηση του χρόνου απεικονίζεται με κόκκινη, πράσινη και μπλε καμπύλη;



$$u = \frac{s}{t}$$

ΣΧΕΤΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ (1D) – ευθ. ομ. κίν.



A → Ποδηλάτης – αδρανειακό σύστημα A

B → Τρένο – αδρανειακό σύστημα B,

$u_{B/A} = 4\text{m/s}$ ως προς A

P → Επιβάτης $u_{P/B} = 1\text{m/s}$ ως προς B

Ποια η ταχύτητα του P ως προς A, $u_{P/A}$;

ΠΡΟΣΟΧΗ: οι ταχύτητες είναι διανυσματικά μεγέθη.

Επειδή το πρόβλημα είναι μονοδιάστατο αρκούν οι αλγεβρικές τιμές της ταχύτητας ($u_{B/A} > 0$, $u_{P/B} > 0$).

Το + προέρχεται από το πρόβλημα δηλαδή οι ταχύτητες είναι ομόρροπες άρα προστίθενται.

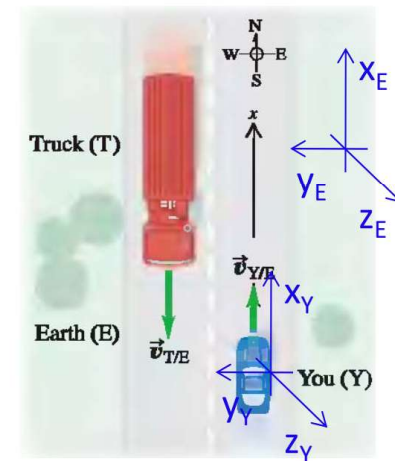
$$u_{T/E} = -104\text{km/h}$$

$$u_{Y/E} = +88\text{km/h}$$

$$u_{T/E} = u_{T/Y} + u_{Y/E}$$

$$u_{T/Y} = u_{T/E} - u_{Y/E}$$

$$u_{P/A} = u_{P/B} + u_{B/A}$$



The diagram shows a cyclist (A) on the left and a train (B) on the right. The cyclist is moving to the right with a velocity of 3.0 m/s . The train is moving to the left with a velocity of 1.0 m/s . The passenger (P) is standing on the train. The coordinate system for the cyclist (A) is defined by x_A (horizontal, pointing right), y_A (vertical, pointing up), and z_A (out of the page). The coordinate system for the passenger (P) is defined by x_B (horizontal, pointing left), y_B (vertical, pointing up), and z_B (out of the page). The train is labeled "B (train) 3D".

Σύστημα ποδηλάτη

Σύστημα τρένου

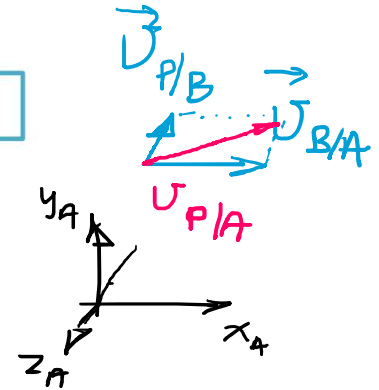
Ταχύτητα τρένου ως προς τον ποδηλάτη

Θέση επιβάτη

Position vectors: $\vec{r}_{P/A}$, $\vec{r}_{P/B}$, $\vec{r}_{B/A}$

Velocity vector: $\vec{v}_{B/A}$

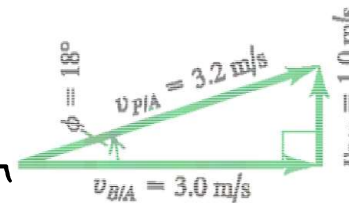
Coordinate axes: x_A, y_A, z_A and x_B, y_B, z_B



$$\mathbf{u}_{P/E} = \mathbf{u}_{P/A} + \mathbf{u}_{A/E}$$

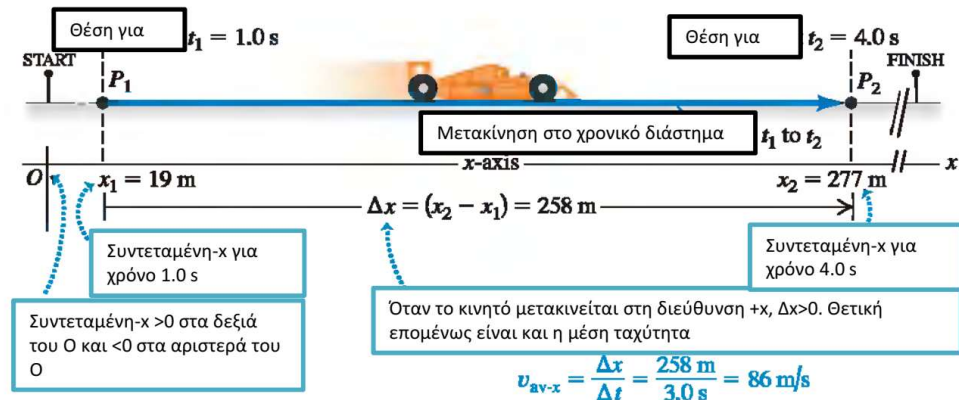
πέρω $u_{PE} = \sqrt{u_{PA}^2 + u_{A/E}^2} = 260 \text{ m/s}$

$$\tan \alpha = \frac{U_A / E}{u_{p1A}} = \frac{100}{240} \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{100}{240} = 22.6^\circ$$



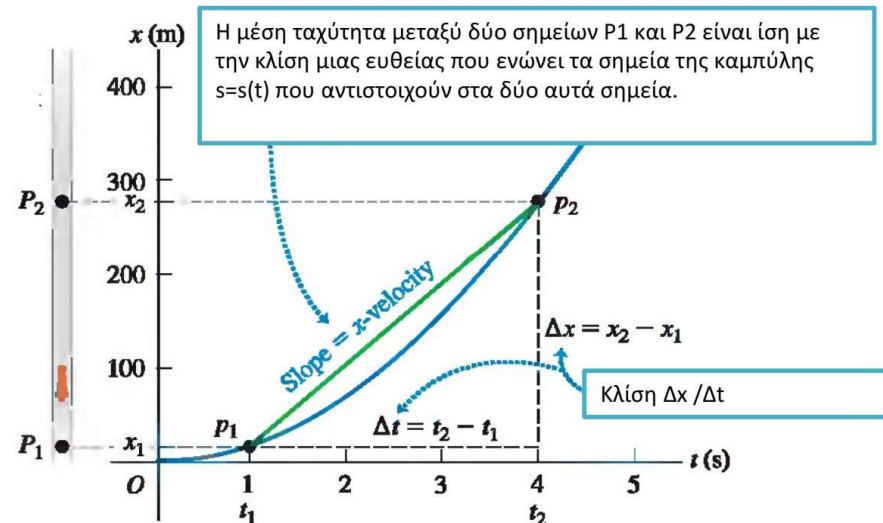
ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ

ΤΑΧΥΤΗΤΑ – ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση



Μέση ταχύτητα

$$u_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



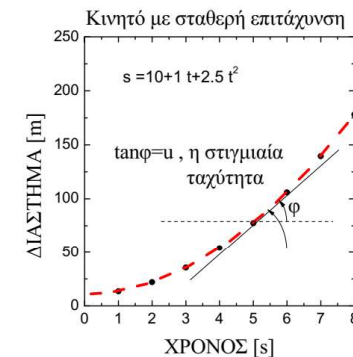
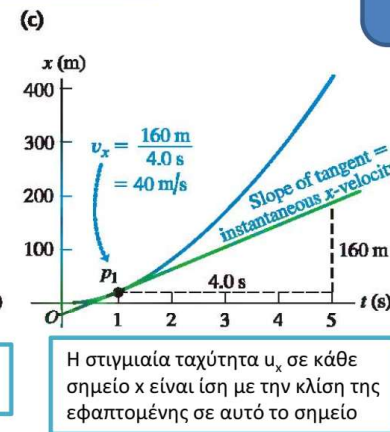
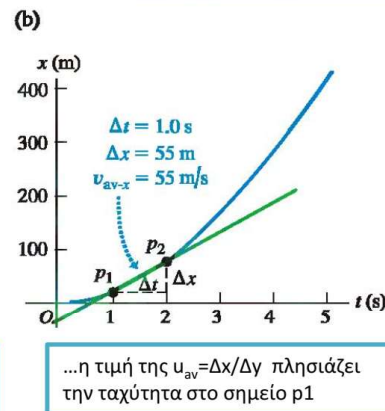
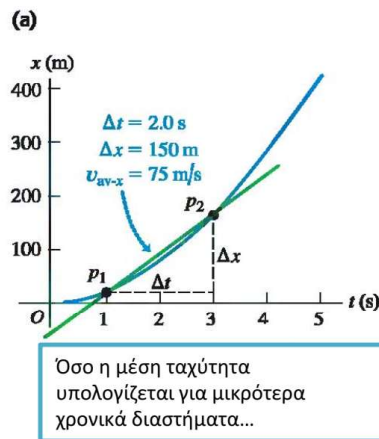
ΤΑΧΥΤΗΤΑ – ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση

Στιγμιαία ταχύτητα

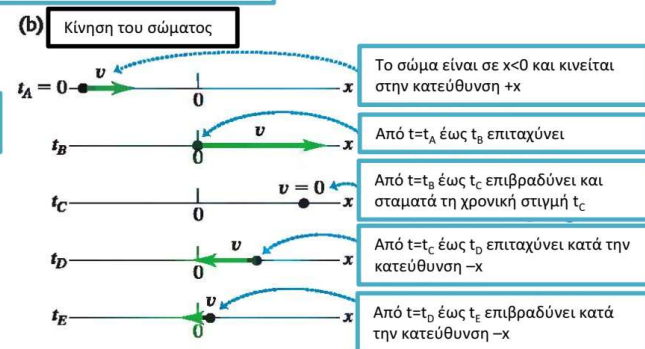
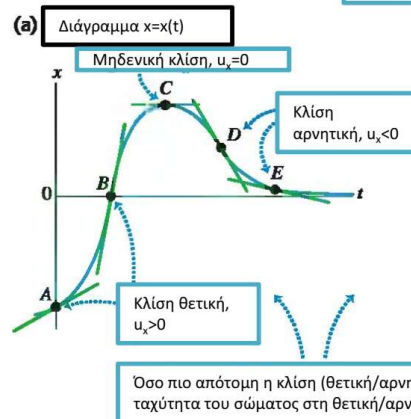
$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$



ΓΕΝΙΚΟΣ ΟΡΙΣΜΟΣ



Σε μια πιο πολύπλοκη κίνηση πώς μπορώ να εκτιμήσω τη στιγμιαία ταχύτητα εάν έχω το διάγραμμα κίνησης ($x=x(t)$);



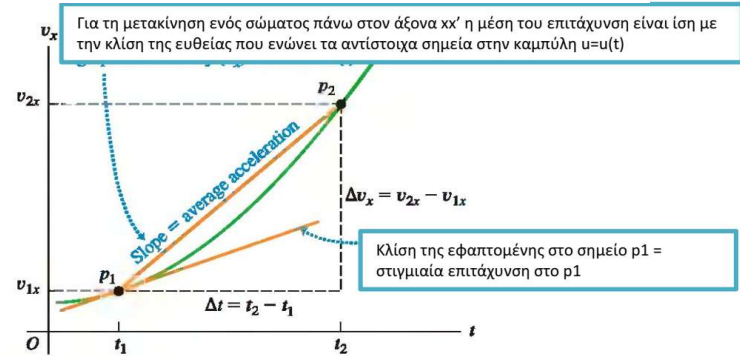
ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ – ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση

Μέση επιτάχυνση $a_{\text{av-x}} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$

Στιγμιαία επιτάχυνση

ΓΕΝΙΚΟΣ
ΟΡΙΣΜΟΣ

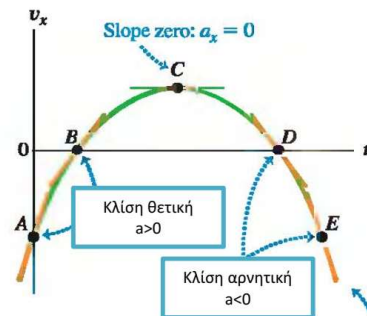
$a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$



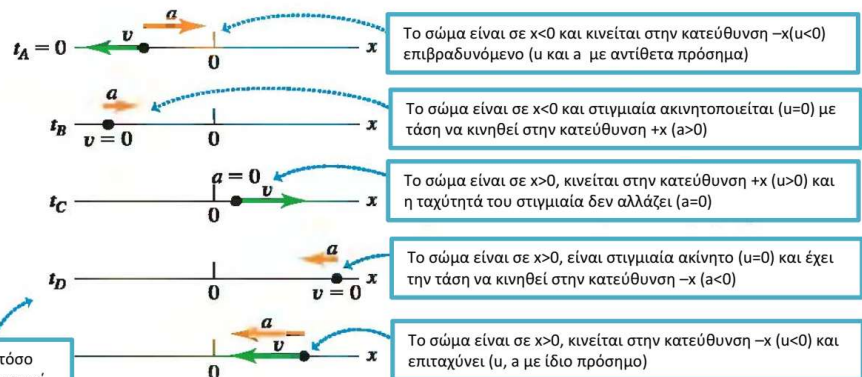
(a) Διάγραμμα $u=v(t)$

(b) Θέση, ταχύτητα και επιτάχυνση

Σε μια πιο πολύπλοκη κίνηση πώς μπορώ να εκτιμήσω τη στιγμιαία επιτάχυνση εάν έχω το διάγραμμα $u=v(t)$;

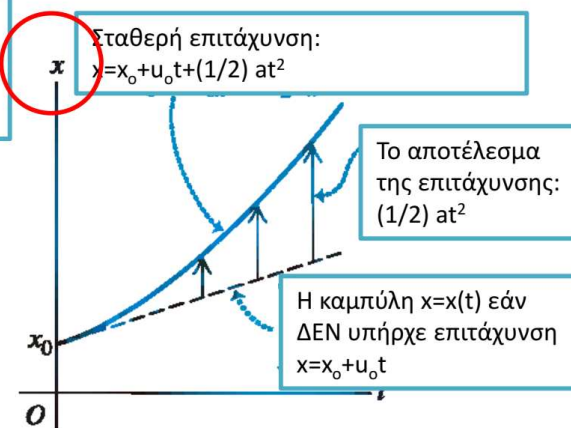
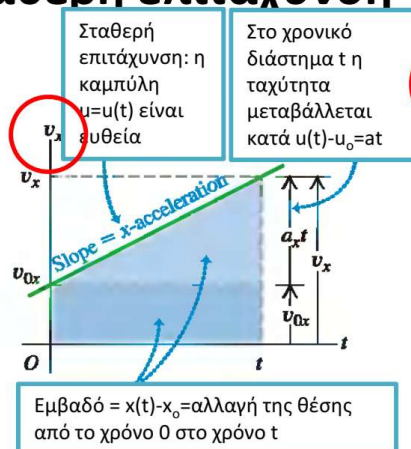
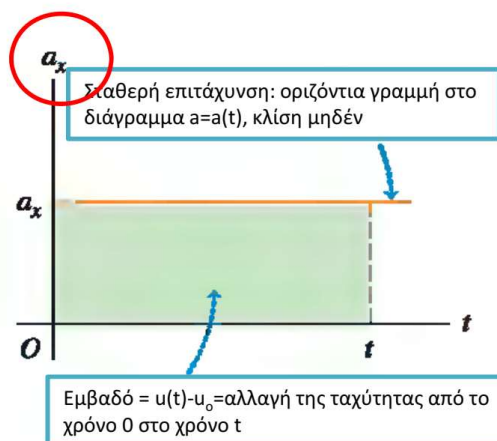


Όσο πιο απότομη είναι η κλίση (θετική/αρνητική) τόσο μεγαλύτερη είναι η επιτάχυνσή του στη θετική/αρνητική κατεύθυνση x .



Ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

Σταθερή επιτάχυνση

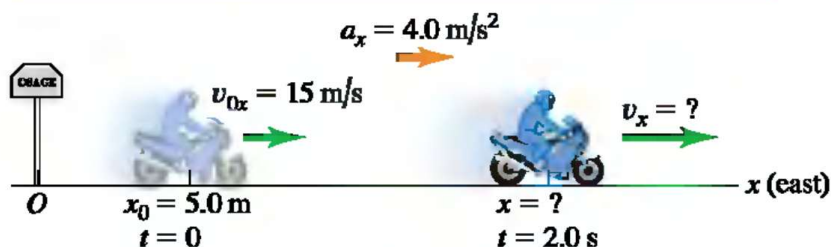


$$a_x = \frac{du}{dt} \Rightarrow du = a_x dt \Rightarrow \int_{u_{0x}}^{u_x} du = \int_0^t a_x dt \Rightarrow u_x - u_{0x} = a_x t$$

$$u_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = u_x dt \Rightarrow \int_{x_0}^x dx = \int_0^t (u_{0x} + a_x t) dt \Rightarrow x - x_0 = u_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

Οι γνωστοί σας τύποι...

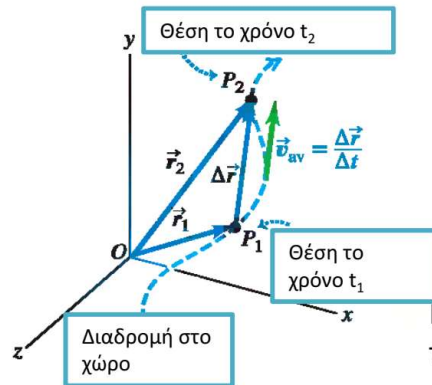
Μηχανή κινείται με σταθερή επιτάχυνση



$$x = 43 \text{ m}$$

$$u_x = 23 \text{ m/s}$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ – ΧΩΡΟΣ 3D



Θέση κινητού στο χώρο

$$P=P(t)$$

$$P \rightarrow \vec{r} = \overrightarrow{OP}$$

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Μέση ταχύτητα

Παραμετρικές εξισώσεις κίνησης

$$x=x(t)$$

$$y=y(t)$$

$$z=z(t)$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Στιγμιαία ταχύτητα

Συνιστώσες και μέτρο ταχύτητας

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$$

2D

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$$

$$\tan \vartheta = \frac{u_y}{u_x}$$

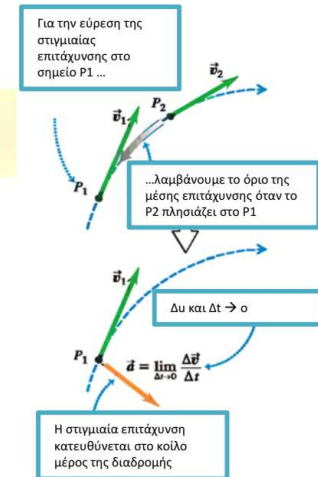
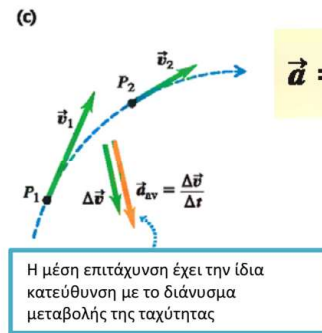
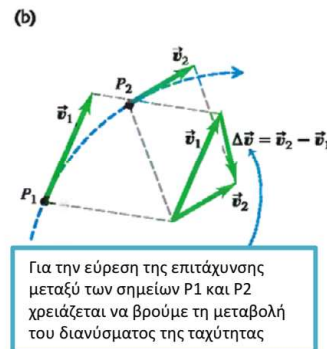
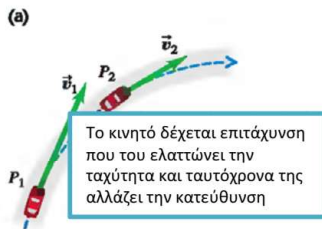
$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

2D

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$\tan \vartheta = \frac{a_y}{a_x}$$



2. (α) Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του πίνακα που ακολουθεί, να σχεδιάσετε το διάγραμμα θέσης-χρόνου λαμβάνοντας υπόψη τις μετρήσεις μόνο για τις χρονικές στιγμές $t = 0, 4$ και 8 s. Υπολογίστε την ταχύτητα για καθένα από τα χρονικά διαστήματα $[0,4]$ και $[4,8]$, και δείξτε στη συνέχεια ότι η μέση τιμή της επιτάχυνσης είναι μηδέν.

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x (m)	1	7,25	9	7,75	5	2,25	1	2,75	9

- (β) Σχεδιάστε τώρα τη γραφική παράσταση θέσης-χρόνου λαμβάνοντας υπόψη και τα εννέα σημεία.

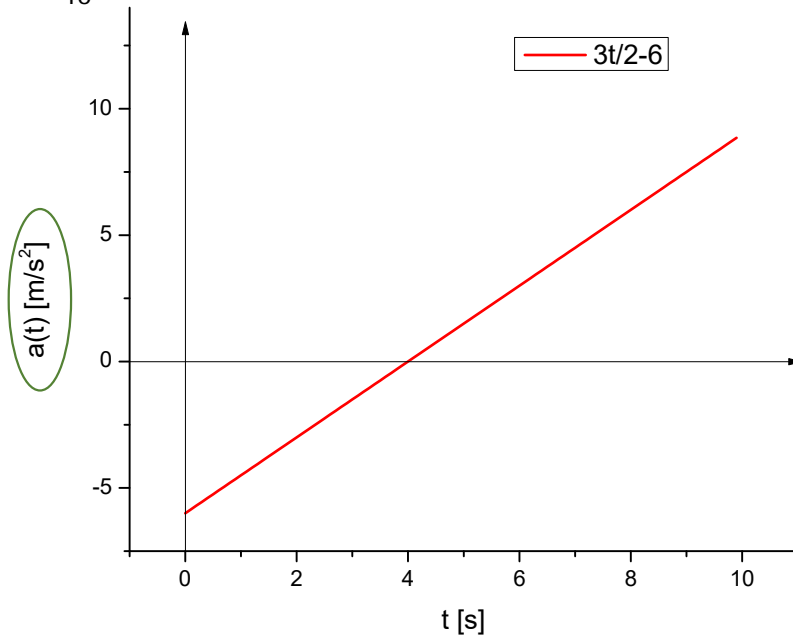
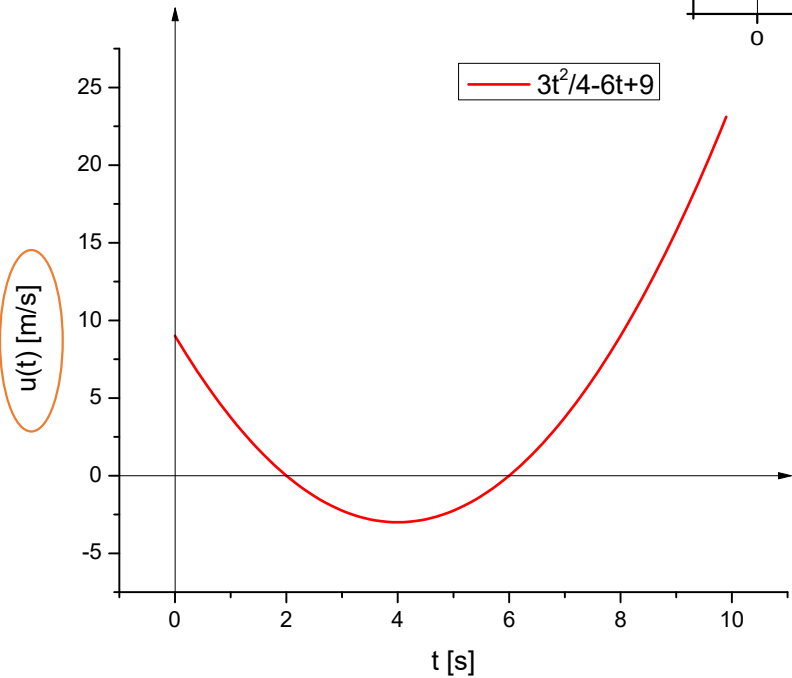
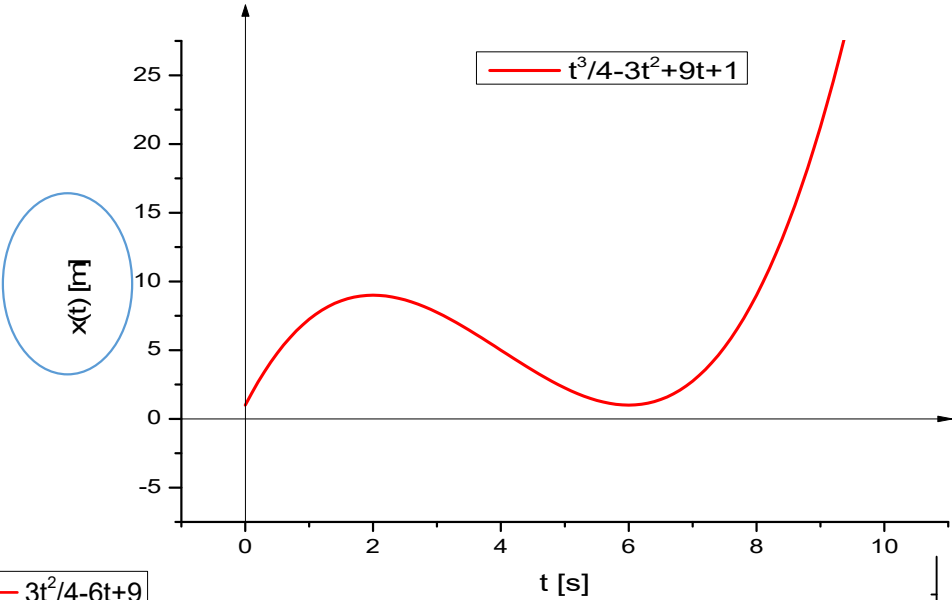
t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x (m)	1	7,25	9	7,75	5	2,25	1	2,75	9

Υπολογίστε την ταχύτητα αυτή τη φορά για καθένα από τα οκτώ χρονικά διαστήματα ξεκινώντας από το $[0,1]$ και καταλήγοντας στο $[7,8]$. Υπολογίστε στη συνέχεια τη μέση τιμή της επιτάχυνσης για τα χρονικά διαστήματα $[0,2]$, $[2,4]$, $[4,6]$, $[6,8]$ χρησιμοποιώντας τις τιμές ταχύτητας που προσδιόρισate προηγουμένως.

- (γ) Επιβεβαιώστε το γεγονός ότι τα δεδομένα του πίνακα μπορούν να «αναπαραχθούν» από μια συνάρτηση της μορφής $x(t) = t^3/4 - 3t^2 + 9t + 1$. Δείξτε ότι η συγκεκριμένη συνάρτηση περιγράφει την κίνηση ενός αντικειμένου που κινείται προς τη θετική κατεύθυνση, σταματά και κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση και μετά από μια ακόμα στάση κινείται προς τη θετική κατεύθυνση με συνεχώς αυξανόμενη ταχύτητα.

- (δ) Παρατηρήστε ότι όταν χρησιμοποιούμε, όπως στο ερώτημα (α), χρονικά διαστήματα των 4 s χάνουμε τις λεπτομέρειες της κίνησης, η οποία περιγράφεται με μεγαλύτερη πληρότητα αν χρησιμοποιήσουμε μικρότερα χρονικά διαστήματα. Σε ποιά χρονικά διαστήματα είναι η κλίση της γραφικής παράστασης $x(t)$ θετική; Πού είναι αρνητική και πού μηδέν; Ποιά η φυσική σημασία του προσήμου της κλίσης της καμπύλης $x(t)$; Αν η κλίση αυτής της καμπύλης αλλάζει πρόσημο, τι συμπέρασμα μπορούμε να βγάλουμε για την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σώματος;

Πρόβλημα 2 σελ48 Mewman



ΤΡΟΧΙΑ – 2D

$$x=x(t) \text{ και } y=y(t)$$

→ ΤΡΟΧΙΑ : $y=f(x)$ χωρίς να περιλαμβάνεται ο χρόνος

Παραμετρικές εξισώσεις κίνησης

$$\{z=z(t)\}$$

$$x=u_{ox}t$$

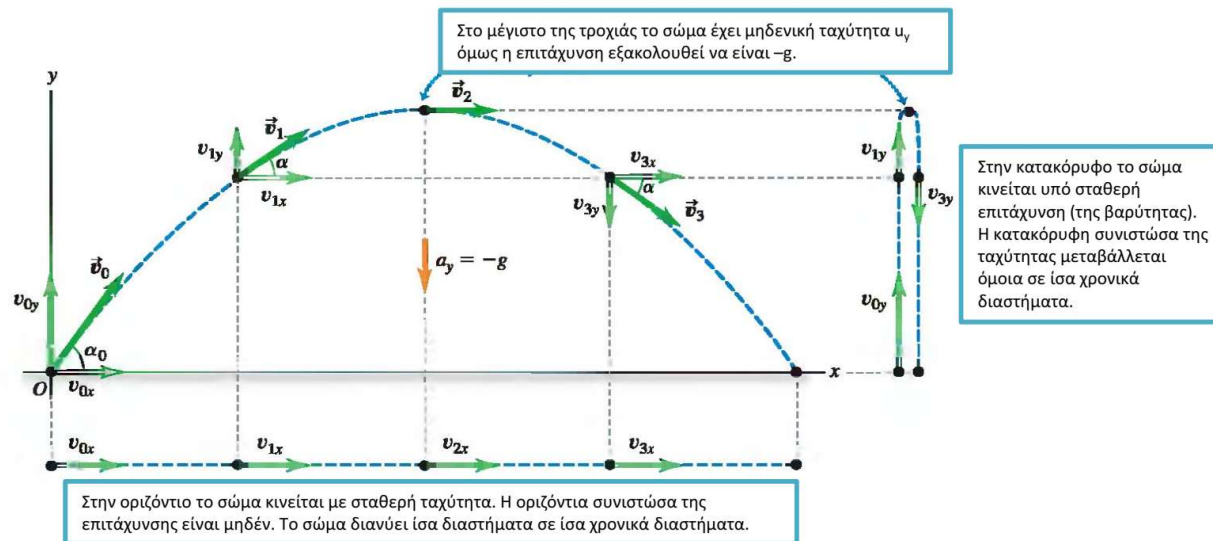
$$y=u_{oy}t-(1/2)gt^2$$

→ Ομαλή ευθύγραμμη κίνηση

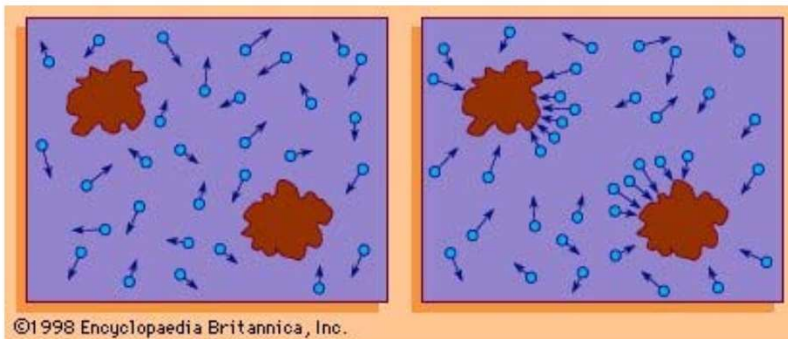
→ Ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (g)

$$y = \frac{u_{oy}}{u_{ox}}x - \frac{g}{2u_{ox}^2}x^2$$

ΠΑΡΑΒΟΛΗ



Κίνηση Brown

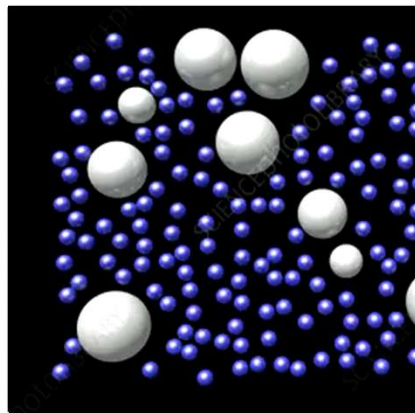


Random Walk

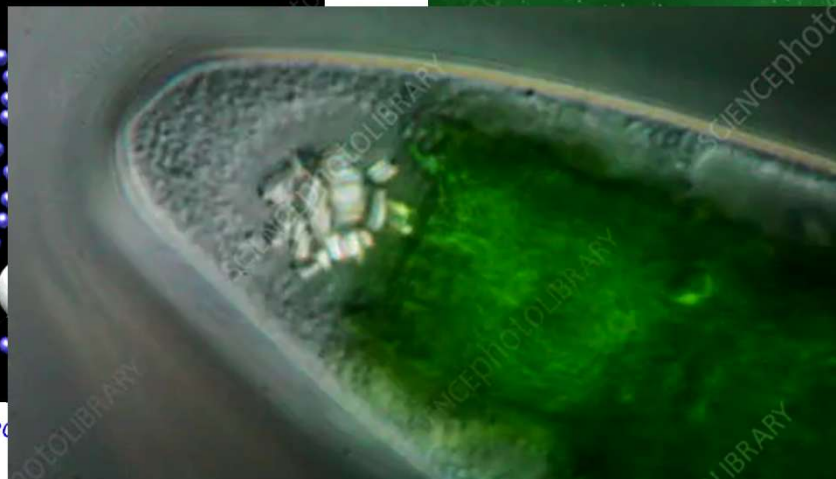


$$\langle \Delta x \rangle \propto t^{1/2}$$

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta R} , \text{ σε 3D}$$



<https://www.sciencephoto.com/media/237006/view/brownian-motion-animation>



<https://www.sciencephoto.com/media/237006/view/brownian-motion>

Κίνηση Brown

Όνομα: από τον βοτανολόγο Robert Brown (1827) → μικροσκόπιο [παρατήρησε στο μικροσκόπιο την κίνηση κόκκων γύρης σε νερό]

Σημασία:

- Υποστήριξε την ατομική θεωρία
- Τα μαθηματικά που υποστηρίζουν την περιγραφή της συγκεκριμένης κίνησης βρίσκουν εφαρμογές:

Μαθηματικά

Μηχανική

Βιολογία

Χημεία κ.α.

Στις περισσότερες περιπτώσεις η κίνηση περιγράφει **διεργασίες μεταφοράς** (transport processes)

Διάχυση αέριων ρύπων

Διάχυση Ca στα οστά

Διάχυση θερμότητας σε στερεά

Κίνηση φορέων ρεύματος σε ημιαγωγούς

Κίνηση φωτονίων στο εσωτερικό του ήλιου κ.α.

Τα μαθηματικά περιλαμβάνουν τη **θεωρία του «Τυχαίου περίπατου (random walk)»**

Κίνηση Brown σε μια διάσταση

Πρόβλημα:

- Κινείστε σε μια διάσταση και στη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεστε στην αρχή του άξονα.
- Μπορείτε να βαδίζετε κάνοντας ένα βήμα τη φορά, πριν όμως «στρίβετε νόμισμα» εάν φέρετε κεφαλή πάτε ένα βήμα μπροστά, εάν φέρετε γράμματα πάτε ένα βήμα πίσω. Το βήμα σας έχει μήκος μονάδα.
- Μετά από έναν αριθμό N βημάτων ποια η πιθανότητα να βρίσκεστε σε συγκεκριμένη θέση στον άξονα και πόσο μακριά από την αρχή του άξονα κατά μέσο όρο από το σημείο εκκίνησης;

Ορίζουμε τη συνάρτηση πιθανότητας $f_N(n)$ που δίνει την πιθανότητα μετά από N βήματα να βρεθείτε στη θέση n πάνω στον άξονα.

$(a+b)^N$ Τρίγωνο του Pascal

Για $N=0$ $f_0(0) = 1$

Για $N=1$ $f_1(-1) = \frac{1}{2}$, $f_1(1) = \frac{1}{2}$

Για $N=2$ $f_2(-2) = \frac{1}{4}$, $f_2(0) = \frac{1}{2}$, $f_2(2) = \frac{1}{4}$

...

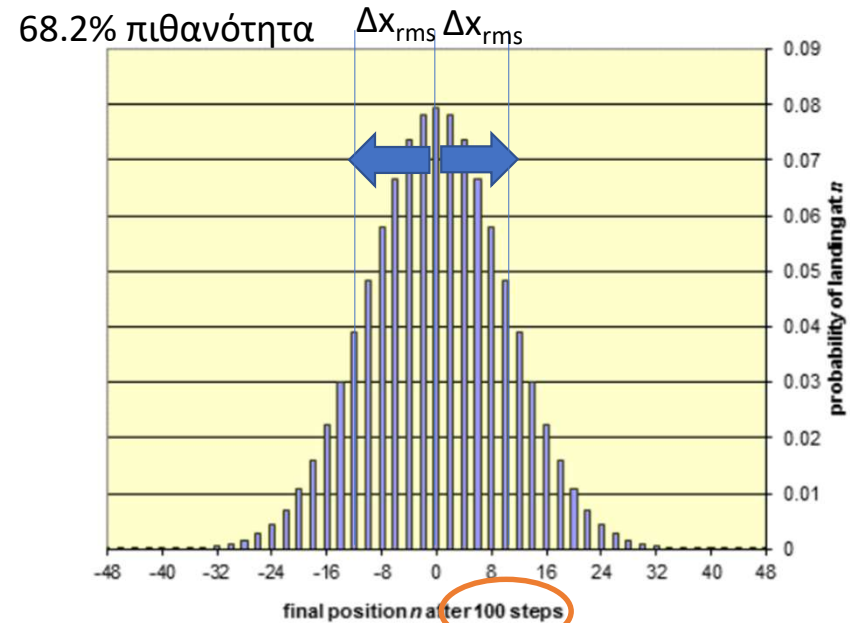
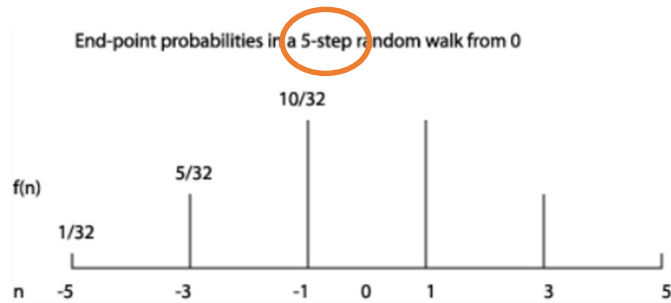
Για $N=4$ $f_4(4) = 1/16 = f_4(-4)$, $f_4(2) = 4/16 = \frac{1}{4} = f_4(-2)$, $f_4(0) = 6/16 = 3/8$

n	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f_0(n)$						1					
$2f_1(n)$					1		1				
$2^2f_2(n)$				1		2		1			
$2^3f_3(n)$			1		3		3		1		
$2^4f_4(n)$		1		4		6		4		1	
$2^5f_5(n)$	1		5		10		10		5		1

$2^N f(n)$

Κίνηση Brown σε μια διάσταση

Πώς μοιάζουν αυτές οι πιθανότητες?



Η τετραγωνική ρίζα της μέσης τιμής του τετραγώνου της απόστασης από την αρχή είναι $n^{1/2}$

$$[\langle (\Delta x)^2 \rangle]^{1/2} = \Delta x_{\text{rms}}$$

$x_1 = +1, -1$ $\langle x_1 \rangle = 0, \langle x_1^2 \rangle = 1$. Και μετά από N βήματα:

Η rms απόκλιση από τη μέση τιμή

$$\text{Path endpoint} = x_1 + x_2 + \dots + x_N.$$

Η μέση τιμή του τετραγώνου του μήκους της διαδρομής

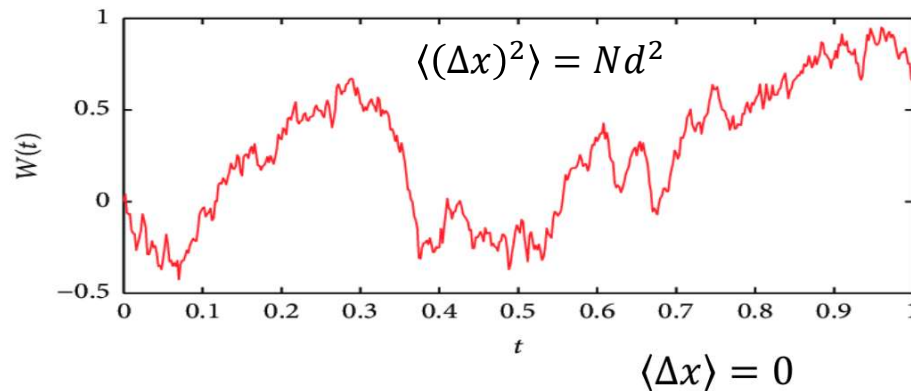
$\langle (x_1 + x_2 + \dots + x_N)^2 \rangle$. Ανάπτυγμα $\rightarrow$ N όροι με $\langle x_1^2 \rangle$ και $N^2 - N$ με τη μορφή $\langle x_1 x_2 \rangle$ που είναι μηδέν

$$\langle (x_1 + x_2 + \dots + x_N)^2 \rangle = n.$$

$$\text{RMS}(x_n) = \sqrt{Nl^2} = \sqrt{N}l$$

Τυχαίος περίπατος

Διάχυση – diffusion / Stokes - Einstein



$$\langle(\Delta x)^2\rangle = 2Dt$$

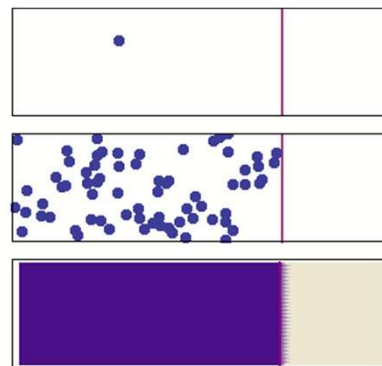
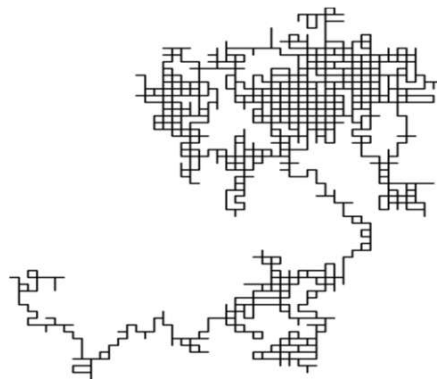
$$\Delta x_{rms} = \sqrt{\langle(\Delta x)^2\rangle} \propto \sqrt{t}$$

D: σταθερά διάχυσης (εξαρτάται από το σχήμα- μέγεθος σωματιδίου, τη θερμοκρασία και το ιξώδες)

Σφαίρα σε ρευστό

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta R} \quad R = N_A k$$

low Reynolds number



$$\langle(\Delta r)^2\rangle = 4Dt$$

3D

$$\langle(\Delta r)^2\rangle = 6Dt$$

Παραδείγματα – random walk

Π.χ. 2.9 (3)

Ο συντελεστής διάχυσης για τη σακχαρόζη του αίματος (37°C) είναι $9.6 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$.

(α) Υπολογίστε τη μέση απόσταση $(\Delta x)_{\text{rms}}$ που ένα μόριο σακχαρόζης «εξερευνά» σε τρεις διαστάσεις σε χρόνο 1 h.

(β) Υπολογίστε το χρόνο που απαιτείται για ένα μόριο σακχαρόζης να διαχυθεί από το κέντρο στην περιφέρεια τριχοειδούς σωλήνα διαμέτρου 8 μm .

ΠΡ 25 (3)

Ένα κύτταρο βρίσκεται εντός τριχοειδούς σωλήνα (κίνηση σε μια διάσταση) και διαχέεται κινούμενο με συντελεστή διάχυσης $10^{-9} \text{ cm}^2/\text{s}$.

(α) Υπολογίστε τον απαιτούμενο χρόνο προκειμένου να καλύψει απόσταση 1 cm.

(β) Υπολογίστε την rms τιμή της απόστασης που διανύει το κύτταρο σε χρονικό διάστημα 1s.

Φωτόνιο από το κέντρο του Ήλιου στη Γη...

Average mean free path for a photon inside the sun: 0.01 cm

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

ΔΥΝΑΜΙΚΗ →

Εξετάζει την κίνηση σε σχέση με το αίτιο που την προκαλεί
(απαντάει σε ερωτήματα «γιατί...;» π.χ. Γιατί είναι πιο δύσκολο να ελέγξουμε ένα αυτοκίνητο που κινείται πάνω σε πάγο σε σχέση με την κίνησή του πάνω σε οδόστρωμα;)

ΔΥΝΑΜΗ →

Περιγράφει την **αλληλεπίδραση** μεταξύ δύο σωμάτων ή ενός σώματος και του περιβάλλοντος

Το αίτιο που προκαλεί τη μεταβολή της κινητικής κατάστασης ενός υλικού σημείου/σώματος

Είναι **ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ** μέγεθος

Η σύγχρονη φυσική χωρίζει τις δυνάμεις σε τέσσερις μεγάλες κατηγορίες

ΒΑΡΥΤΙΚΗ

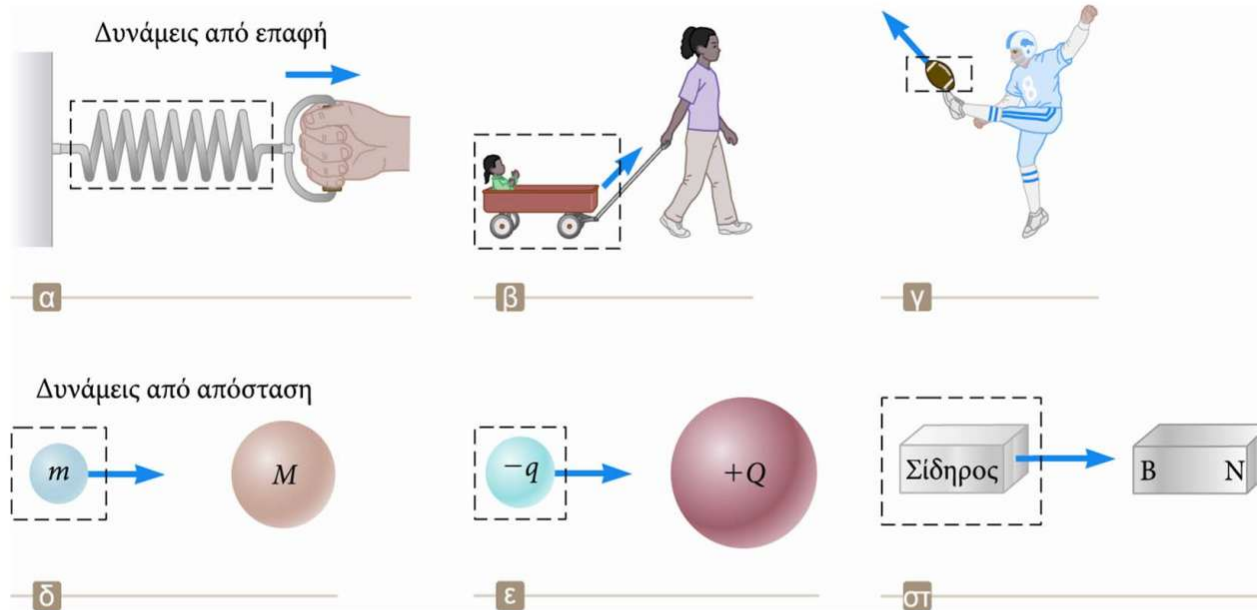
ΑΣΘΕΝΗΣ ΠΥΡΗΝΙΚΗ

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ

ΙΣΧΥΡΗ ΠΥΡΗΝΙΚΗ

Στην καθημερινότητα οι δυνάμεις μπορούν να χωριστούν σε δυνάμεις που ασκούνται εξ επαφής και σε δυνάμεις που ασκούνται από απόσταση [Παραδείγματα;]

Κατηγορίες Δυνάμεων



► Οι δυνάμεις από επαφή αναπτύσσονται κατά τη φυσική επαφή δύο σωμάτων.

► Παραδείγματα α, β, γ

► Οι δυνάμεις από απόσταση δρουν μέσα στον κενό χώρο.

► Δεν απαιτείται φυσική επαφή

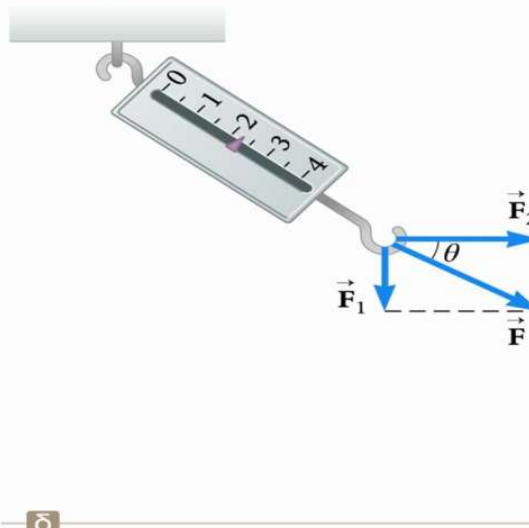
► Παραδείγματα δ, ε, στ

Θεμελιώδης Δυνάμεις

- Βαρυτικές δυνάμεις:
Μεταξύ σωμάτων (μαζών)
 - Ηλεκτρομαγνητικές
δυνάμεις: Μεταξύ
ηλεκτρικών φορτίων
 - Ισχυρές (ή πυρηνικές)
δυνάμεις: Μεταξύ
υποατομικών σωματιδίων
 - Ασθενείς δυνάμεις:
Αναπτύσσονται σε
ορισμένες διεργασίες
ραδιενεργούς διάσπασης
- Όλες οι θεμελιώδεις
δυνάμεις είναι δυνάμεις
από απόσταση.

Διανυσματική φύση των δυνάμεων

Όταν η $\vec{F}_1$ έχει κατεύθυνση προς τα κάτω και η $\vec{F}_2$ έχει οριζόντια κατεύθυνση, ο συνδυασμός των δύο δυνάμεων επιμηκύνει το ελατήριο κατά 2.24 cm.



Οι δυνάμεις είναι διανύσματα. Άρα, η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα, υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τους κανόνες της πρόσθεσης διανυσμάτων.

ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ ΔΥΝΑΜΗΣ - ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΟΣ

NOMOI Newton

Ένα σώμα στο οποίο δεν ασκείται καμμία δύναμη ή το σύνολο των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό είναι μηδέν, κινείται με **ΣΤΑΘΕΡΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ**

Ένα σώμα στο οποίο ασκείται σταθερή δύναμη, το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση [Θεμελιώδης εξίσωση της δυναμικής]

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

m , η μάζα του σώματος



Ένα σώμα Α που αλληλεπιδρά με σώμα Β ασκώντας σε αυτό μια δύναμη, δέχεται από το Β δύναμη ίσου μέτρου και διεύθυνσης αλλά αντίθετης φοράς

Νόμοι της κίνησης

Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα- Νόμος της Αδράνειας

Αν δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις και οι παρατηρήσεις γίνονται από ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, τότε ένα ακίνητο σώμα θα παραμείνει σε ηρεμία και ένα σώμα που κινείται θα συνεχίσει να κινείται με σταθερή ταχύτητα.

- Ο πρώτος νόμος μας επιτρέπει επίσης να ορίσουμε τη **δύναμη** ως **το αίτιο της μεταβολής της κίνησης ενός σώματος**.
- Η καλύτερη προσέγγιση ενός αδρανειακού συστήματος είναι ένα σύστημα αναφοράς που κινείται με σταθερή ταχύτητα σε σχέση με τους μακρινούς απλανείς αστέρες.
Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η Γη είναι ένα τέτοιο αδρανειακό σύστημα, παρόλο που στην κίνησή της υπάρχει μια μικρή κεντρομόλος επιτάχυνση.

Αδράνεια και μάζα

► Η τάση ενός σώματος να προβάλλει αντίσταση στη μεταβολή της ταχύτητάς του ονομάζεται **αδράνεια**.

► Η **μάζα** είναι η ιδιότητα ενός σώματος η οποία καθορίζει πόση αντίσταση προβάλλει το σώμα στις μεταβολές της ταχύτητάς του.

► Οι μάζες των σωμάτων μπορούν να οριστούν συναρτήσει των επιταχύνσεων που προκαλεί **μια συγκεκριμένη δύναμη** η οποία ασκείται σε αυτά. Το μέτρο της επιτάχυνσης ενός σώματος είναι αντιστρόφως ανάλογο προς τη μάζα του.

$$\frac{m_1}{m_2} \equiv \frac{a_2}{a_1}$$

Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα

▶ Όταν παρατηρούμε ένα σώμα από ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, η επιτάχυνση του σώματος είναι ανάλογη προς τη συνολική δύναμη που ασκείται σε αυτό και αντιστρόφως ανάλογη προς τη μάζα του.

▶ Η δύναμη είναι η αιτία της μεταβολής της κίνησης, την οποία μετράμε με την επιτάχυνση.

▶ Αλγεβρικά,

$$\vec{a} \propto \frac{\sum \vec{F}}{m} \rightarrow \sum \vec{F} = m\vec{a}$$

▶ Η $\sum \vec{F}$ είναι η συνολική δύναμη.

▶ Είναι το διανυσματικό άθροισμα, δηλαδή η συνισταμένη, όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.

▶ Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα μπορεί να εκφραστεί με τη μορφή εξισώσεων συνιστωσών:

▶ $\sum F_x = m\alpha_x$

▶ $\sum F_y = m\alpha_y$

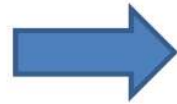
▶ $\sum F_z = m\alpha_z$

▶ Μην ξεχνάτε ότι το γινόμενο ma δεν είναι δύναμη.

▶ Το άθροισμα των δυνάμεων εξισώνεται με το γινόμενο της μάζας του σώματος και της επιτάχυνσης του.

ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

$$\vec{F} = m\vec{a}$$



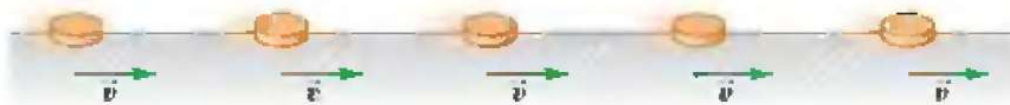
Από το νόμο αυτόν ορίζουμε τη μονάδα μέτρησης της δύναμης:

$$\text{SI} \rightarrow 1\text{N} = 1\text{Kg} \, 1\text{m/s}^2$$

$$\text{CGS} \rightarrow 1\text{d} = 1\text{g} \, 1\text{cm/s}^2$$

NOMOI Newton

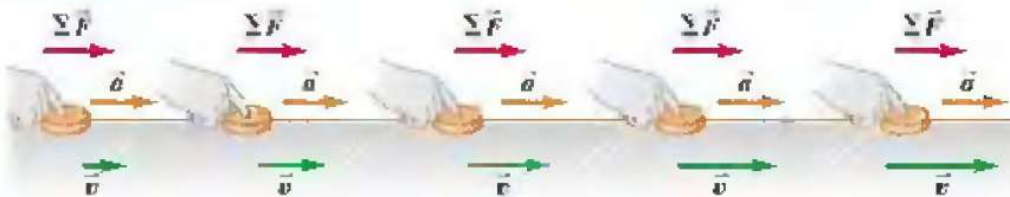
(a) A puck moving with constant velocity (in equilibrium): $\Sigma \vec{F} = 0$, $\vec{a} = 0$



$$\Sigma F = 0$$

Ευθύγραμμη ομαλή

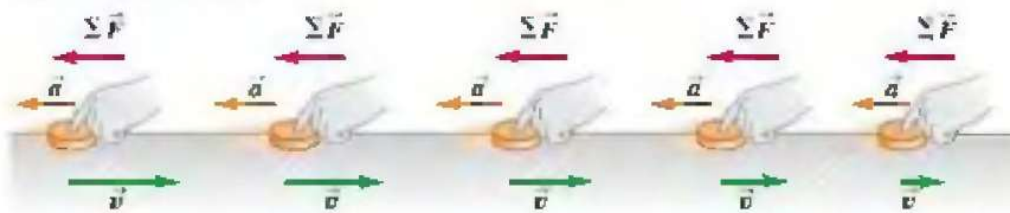
(b) A constant net force in the direction of motion causes a constant acceleration in the same direction as the net force.



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Ομαλά επιταχυνόμενη

(c) A constant net force opposite the direction of motion causes a constant acceleration in the same direction as the net force.



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Ομαλά επιβραδυνόμενη

Μάζα

- Η μάζα είναι εγγενής ιδιότητα ενός σώματος.
- Η μάζα είναι ανεξάρτητη από το περιβάλλον του σώματος.
- Η μάζα είναι ανεξάρτητη από τη μέθοδο μέτρησής της.
- Η μάζα είναι βαθμωτό μέγεθος.
- Η μονάδα της μάζας στο σύστημα SI είναι το χιλιόγραμμα (kg).

Βάρος-Δύναμη της βαρύτητας

► Η μάζα και το βάρος είναι δύο διαφορετικά μεγέθη.

► Η δύναμη που ασκεί η Γη στα σώματα ονομάζεται δύναμη της βαρύτητας (ή βαρυτική δύναμη)

► Έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της Γης.

► Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα: $\vec{F}_g = m\vec{g}$

► Το μέτρο της ονομάζεται βάρος του σώματος. Βάρος $= F_g = mg$

► Μεταβάλλεται ανάλογα με τη θέση.

► Παράδειγμα: $m_{\Gamma\eta\varsigma} = 2 \text{ kg}$, $m_{\Sigma\epsilon\lambda\eta\nu\eta\varsigma} = 2 \text{ kg}$

Βαρυτική μάζα και αδρανειακή μάζα

► Στους νόμους του Νεύτωνα, η μάζα είναι η αδρανειακή μάζα και αποτελεί ένα μέτρο της αντίστασης που προβάλλει το σώμα στις μεταβολές της κίνησής του.

► Στη δύναμη της βαρύτητας, η μάζα καθορίζει τη βαρυτική έλξη μεταξύ του σώματος και της Γης.

► Σύμφωνα με τα πειράματα, η βαρυτική μάζα και η αδρανειακή μάζα έχουν την ίδια τιμή.

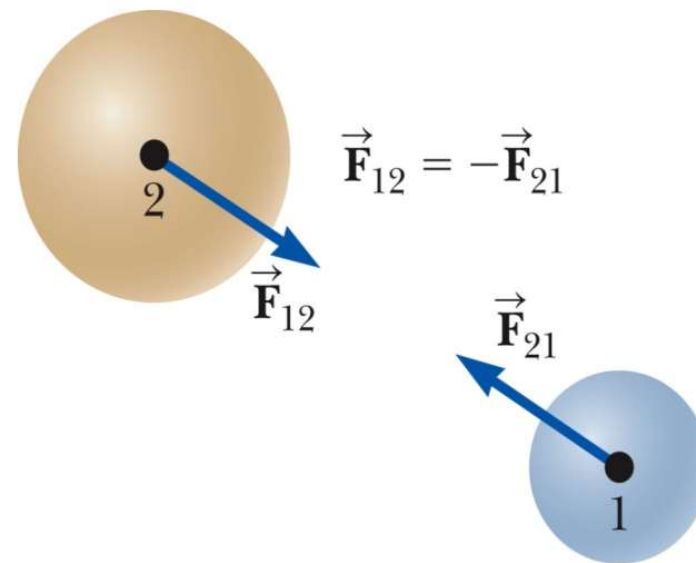
Ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα

► Αν δύο σώματα αλληλεπιδρούν, η δύναμη $\vec{F}_{12}$ που ασκεί το σώμα 1 στο σώμα 2 έχει το ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση από τη δύναμη $\vec{F}_{21}$ που ασκεί το σώμα 2 στο σώμα 1.

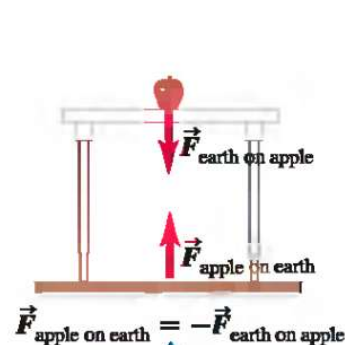
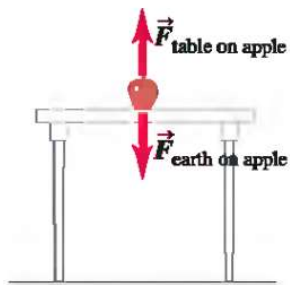
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

► Η δύναμη της δράσης έχει το ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση από τη δύναμη της αντίδρασης.

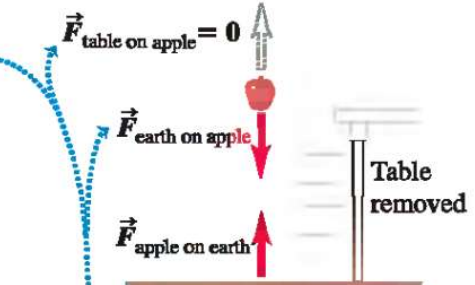
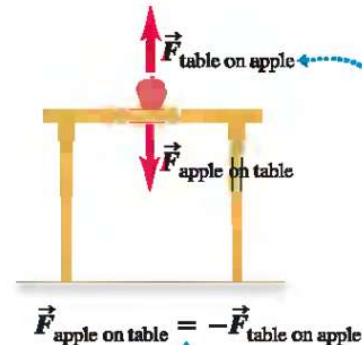
- Η μία από τις δυνάμεις είναι η δράση, και η άλλη είναι η αντίδραση.
- Δεν έχει σημασία ποια δύναμη χαρακτηρίζεται ως δράση και ποια ως αντίδραση.
- Η δράση και η αντίδραση ασκούνται σε διαφορετικά σώματα και πρέπει να είναι του ίδιου τύπου.



NOMOI Newton

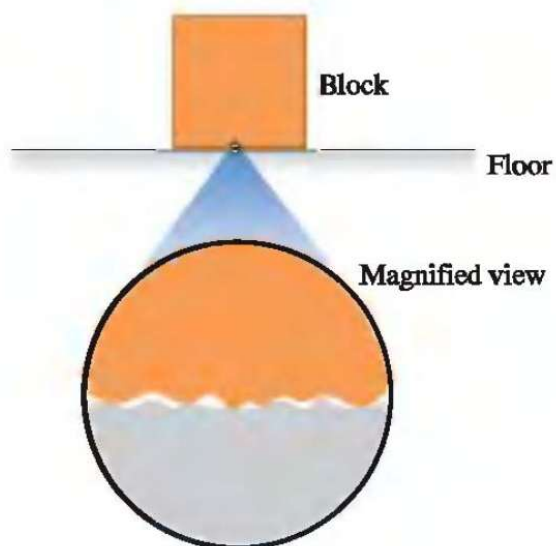


Δράση αντίδραση εμφανίζονται πάντα σε ζεύγος και αποδίδονται στην αμοιβαία αλληλεπίδραση δύο διαφορετικών σωμάτων



Οι δύο δυνάμεις στο μήλο δεν αποτελούν δράση/αντίδραση, επειδή ασκούνται στο ίδιο σώμα. Εάν αφαιρέσουμε τη μια η άλλη παραμένει...

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΤΡΙΒΗΣ



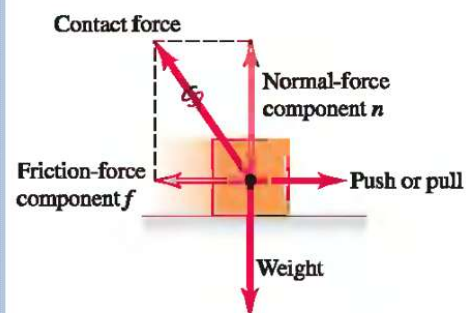
On a microscopic level, even smooth surfaces are rough; they tend to catch and cling.

ΤΡΙΒΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ

$$f_k = \mu_k n$$

Συντελεστής τριβής ολίσθησης

The friction and normal forces are really components of a single contact force.



ΙΣΧΥΕΙ ΠΑΝΤΑ



$$\mu_k < \mu_s$$

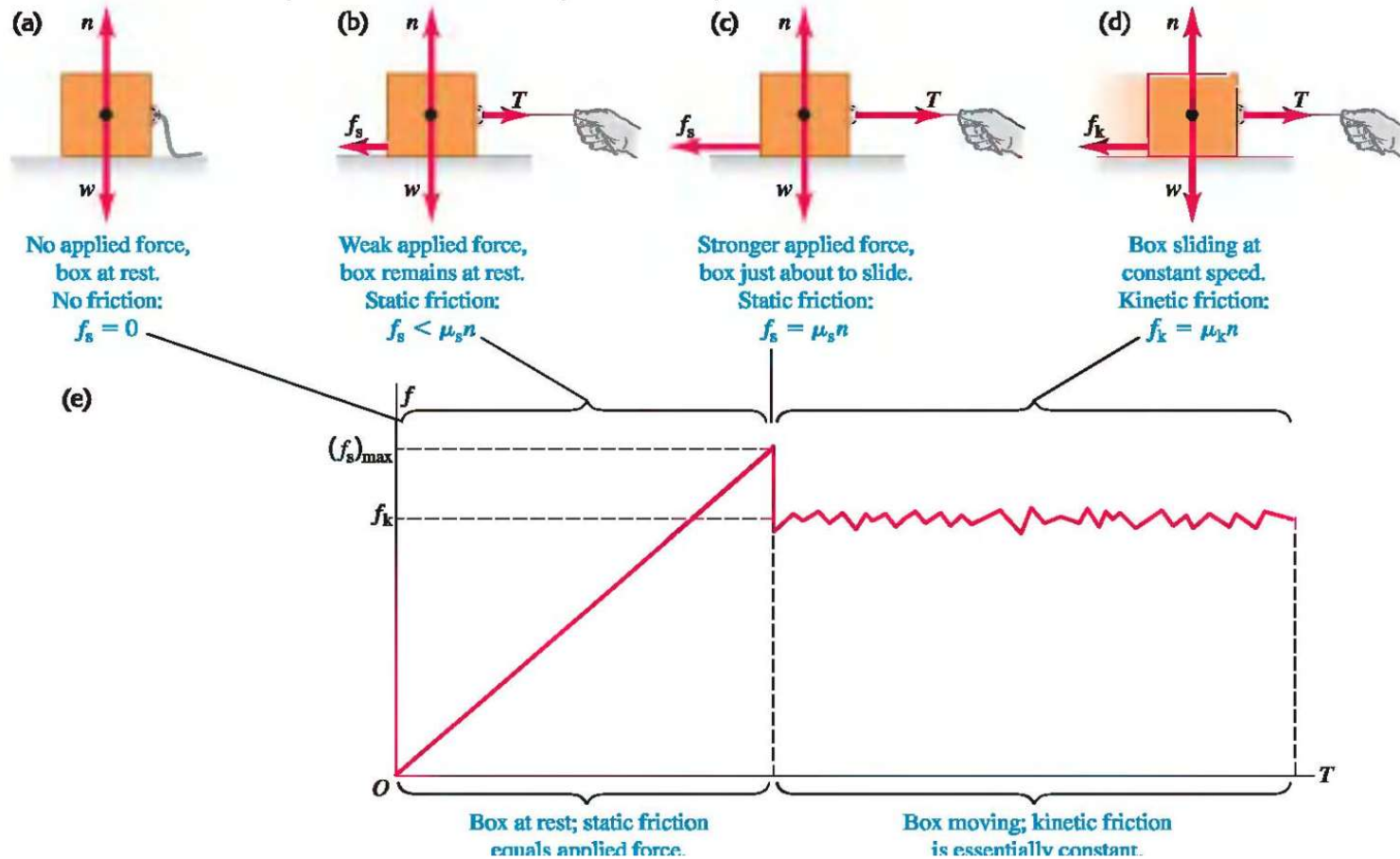
ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΡΙΒΗ

$$f_s \leq \mu_s n$$

Συντελεστής στατικής τριβής

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΤΡΙΒΗΣ

Τι γίνεται όταν προσπαθούμε να σπρώξουμε ένα αντικείμενο το οποίο ακουμπά πάνω σε μια επιφάνεια



ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΤΡΙΒΗΣ

Μερικές τιμές των συντελεστών τριβής για την περίπτωση διαφορετικών διεπιφανειών

Materials		Coefficient of Static Friction, μ_s	Coefficient of Kinetic Friction, μ_k
Steel on steel		0.74	0.57
μπρούτζος	Aluminum on steel	0.61	0.47
	Copper on steel	0.53	0.36
	Brass on steel	0.51	0.44
	Zinc on cast iron	0.85	0.21
	Copper on cast iron	1.05	0.29
	Glass on glass	0.94	0.40
	Copper on glass	0.68	0.53
	Teflon on Teflon	0.04	0.04
	Teflon on steel	0.04	0.04
	Rubber on concrete (dry)	1.0	0.8
	Rubber on concrete (wet)	0.30	0.25

χυτοσίδηρος



ΓΕΝΙΚΑ ΙΣΧΥΕΙ: ΑΕΡΙΑ < ΥΓΡΑ < ΣΤΕΡΑΙΑ

ΕΡΓΟ - ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Σύστημα και Έργο

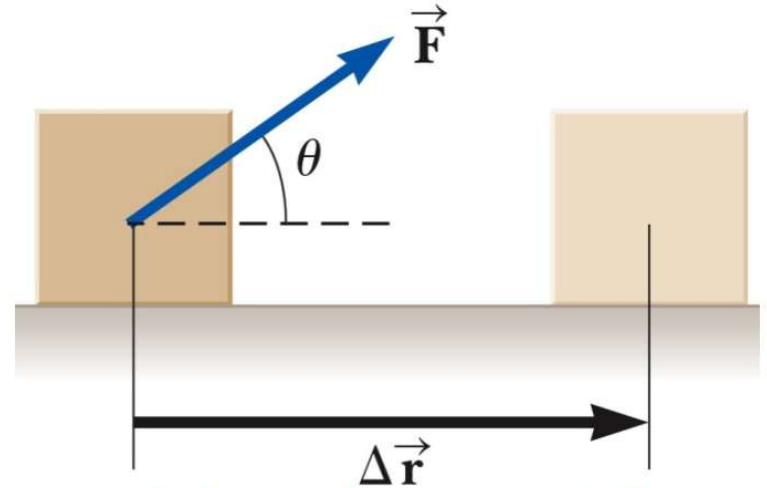
•Το **σύστημα** είναι ένα μικρό κομμάτι του σύμπαντος: (i) ένα σώμα ή σωματίδιο, (ii) σύνολο σωμάτων ή σωματιδίων, (iii) μια περιοχή του χώρου, (iv) μπορεί να μεταβάλλει το μέγεθος και το σχήμα του ως προς τον χρόνο.

–Το **έργο** W το οποίο παράγει σε ένα σύστημα ένας παράγοντας που ασκεί **μια σταθερή δύναμη** σε αυτό είναι το εσωτερικό γινόμενο της δύναμης $\vec{F}$ επί την μετατόπιση $\Delta\vec{r}$ του σημείου εφαρμογής της δύναμης:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} \rightarrow W = |\vec{F}| |\Delta\vec{r}| \cos \theta$$

όπου θ είναι η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων της δύναμης και της μετατόπισης.

ΚΛΕΙΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ: σύστημα το οποίο δεν ανταλλάσσει μάζα με το περιβάλλον και η συνολική δύναμη που ασκείται από το περιβάλλον σε αυτό είναι μηδέν



Το έργο παράγεται **από** κάποιο τμήμα του περιβάλλοντος που αλληλεπιδρά απευθείας με το σύστημα.

Το έργο παράγεται **στο** σύστημα.

Η μετατόπιση αναφέρεται στο σημείο εφαρμογής της δύναμης.

Η δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα δεν παράγει έργο αν το σώμα δεν υφίσταται μετατόπιση.

ΕΡΓΟ σταθερής δύναμης

ΠΡΟΣΟΧΗ είναι εσωτερικό γινόμενο

ΕΡΓΟ σταθερής Δύναμης

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

Μονάδα μέτρησης
JOULE = Nm

$$W = Fs \cos \vartheta$$

(a)



Η δύναμη διαθέτει συνιστώσα στη διεύθυνση της μετατόπισης:

- Το έργο της δύναμης είναι θετικό
- $W = (F \cos \phi) s$

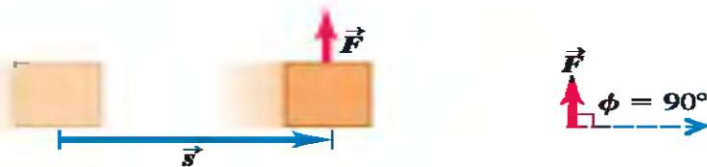
(b)



Η δύναμη διαθέτει συνιστώσα αντίθετα στη διεύθυνση της μετατόπισης:

- Το έργο της δύναμης είναι αρνητικό
- $W = (F \cos \phi) s$
- $90^\circ < \phi < 270^\circ$

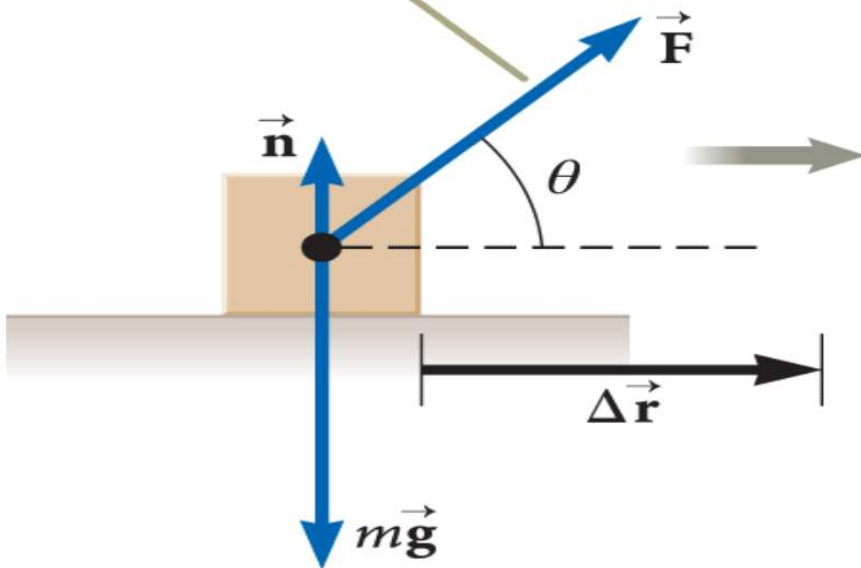
(c)



Η δύναμη ασκείται κάθετα στη μετατόπιση:

- Δεν υπάρχει έργο της δύναμης στη μετατόπιση του σώματος
- Γενικότερα εάν μια δύναμη διαθέτει συνιστώσα κάθετη στη μετατόπιση του σώματος τότε αυτή η συνιστώσα δεν παράγει έργο

Η $\vec{F}$ είναι η μόνη δύναμη η οποία παράγει έργο στον κύβο.



Η κάθετη δύναμη και η βαρυτική δύναμη δεν παράγουν έργο στο σώμα.

$$\cos \theta = \cos 90^\circ = 0$$

Η δύναμη $\vec{F}$ είναι η μοναδική δύναμη που παράγει έργο στο σώμα

► Το πρόσημο του έργου εξαρτάται από την κατεύθυνση της δύναμης σε σχέση με τη μετατόπιση.

- Το έργο είναι θετικό όταν η προβολή της $\vec{F}$ στο $\Delta\vec{r}$ έχει ίδια κατεύθυνση με τη μετατόπιση.
- Το έργο είναι αρνητικό όταν η προβολή έχει κατεύθυνση αντίθετη από αυτή της μετατόπισης.
- Το έργο είναι μηδέν όταν $\vec{F} \perp \Delta\vec{r}$

► Το έργο είναι βαθμωτό μέγεθος.

► Η μονάδα μέτρησης του έργου είναι το joule (J).

- $1 \text{ joule} = 1 \text{ newton} \cdot 1 \text{ meter} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$
- $J = \text{N} \cdot \text{m}$

► Αν το έργο που παράγεται σε ένα σύστημα είναι θετικό, η ενέργεια μεταφέρεται προς το σύστημα.

► Αν το έργο που παράγεται στο σύστημα είναι αρνητικό, η ενέργεια μεταφέρεται από το σύστημα.

► Το αποτέλεσμα είναι η μεταβολή της ενέργειας που είναι αποθηκευμένη στο σύστημα.

ΕΡΓΟ

ΕΡΓΟ μη σταθερής Δύναμης

(a) Το σώμα κινείται από το x_1 στο x_2 από μια μεταβλητή δύναμη στη διεύθυνση x .

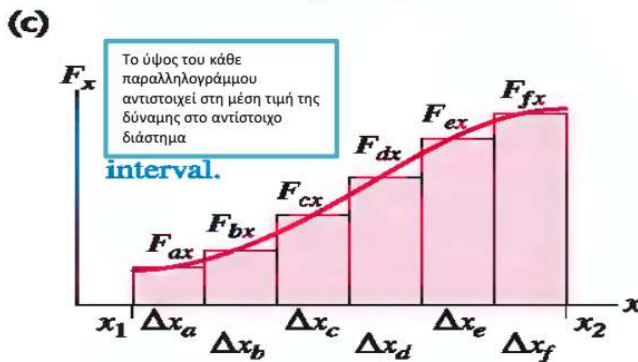
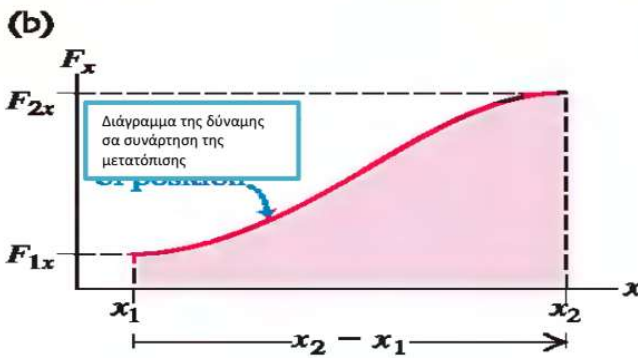


$$W = F_{ax}\Delta x_a + F_{bx}\Delta x_b + \dots$$

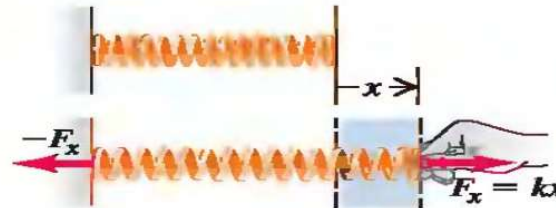
$$= \sum F(x)\Delta x$$

Μαθηματικά για $\Delta x \rightarrow 0$

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx$$



Παράδειγμα



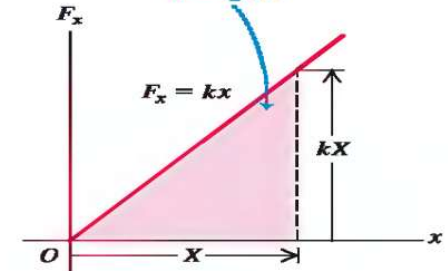
Νόμος Hooke $F=kx$

$$W = \int_0^X F_x dx = \int_0^X kx dx = \frac{1}{2}kX^2$$

Το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη αντιστοιχεί στο έργο της δύναμης καθώς το ελατήριο παραμορφώνεται από $x=0$ σε μια μέγιστη τιμή X

from $x = 0$ to a maximum value X :

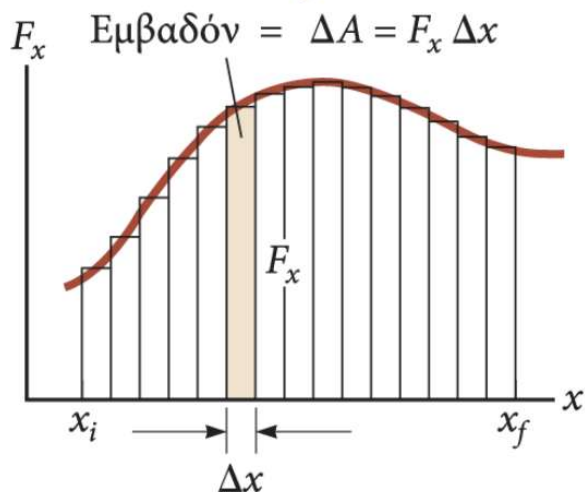
$$W = \frac{1}{2}kX^2$$



Έργο μεταβαλλόμενης δύναμης

Έργο πολλών δυνάμεων

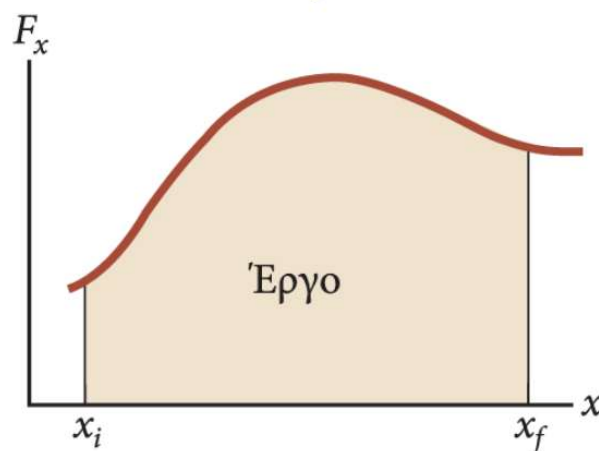
Το συνολικό έργο που παράγεται κατά τη μετατόπιση από το x_i στο x_f είναι κατά προσέγγιση ίσο με το άθροισμα των εμβαδών όλων των ορθογωνίων.



α

$$W \approx \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x$$

Το έργο που παράγει η συνιστώσα F_x της μεταβλητής δύναμης καθώς μετακινεί το σωματίδιο από το x_i στο x_f είναι ακριβώς ίσο με το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη.



β

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

Το συνολικό έργο που παράγεται στο σύστημα είναι το έργο που παράγει η συνισταμένη δύναμη.

$$\sum W = W_{\text{εξωτ.}} = \int_{x_i}^{x_f} (\sum F_x) dx$$

Στη γενική περίπτωση μιας συνισταμένης δύναμης με μεταβαλλόμενο μέτρο και κατεύθυνση,

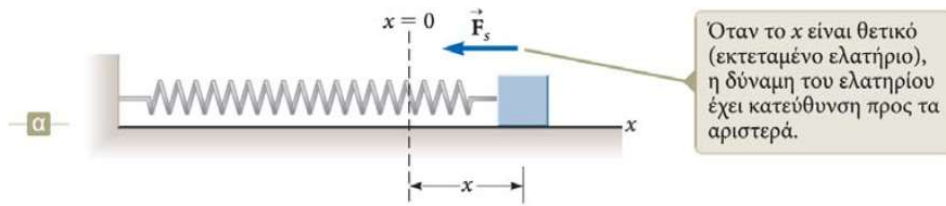
$$\sum W = W_{\text{εξωτ.}} = \int (\sum \vec{F}) \cdot d\vec{r}$$

Ή ισοδύναμα το συνολικό έργο είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα του έργου που παράγει κάθε δύναμη χωριστά.

$$\sum W = W_{\text{εξωτ.}} = \sum_{\text{δυνάμεις}} \left(\int \vec{F} \cdot d\vec{r} \right)$$

Δύναμη και έργο που παράγεται από ελατήριο

Νόμος του Hooke



$$\vec{F}_s = F_x \hat{i} = -kx \hat{i}$$

Το x είναι η θέση του κύβου σε σχέση με τη θέση ισορροπίας ($x = 0$)
Το k ονομάζεται σταθερά του ελατηρίου.
Το k μετράει τη σκληρότητα του ελατηρίου.

Όταν το $x > 0$ (το ελατήριο έχει εκταθεί), $F < 0$

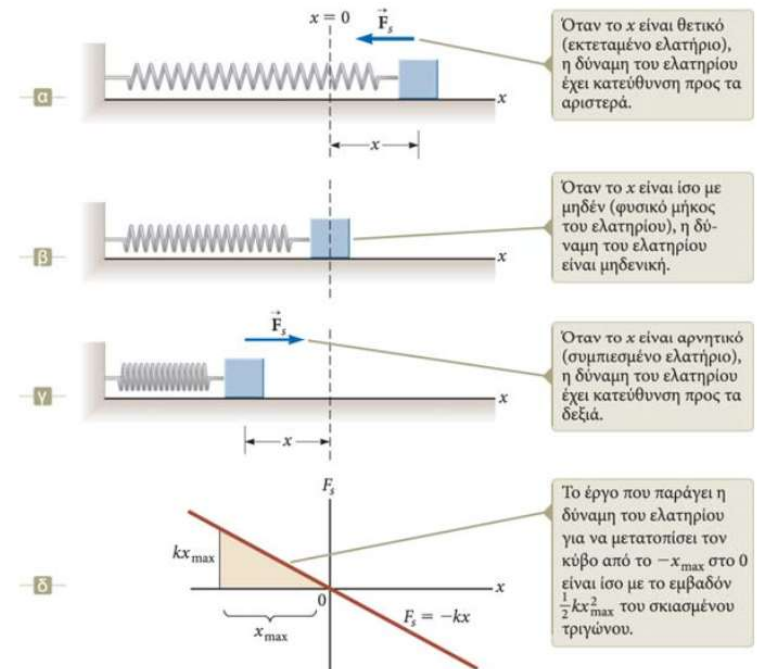
Όταν το $x = 0$ (στη θέση ισορροπίας), $F = 0$.

Όταν το $x < 0$ (το ελατήριο έχει συμπιεστεί), $F > 0$.

Το έργο που παράγει η δύναμη για να μετατοπίσει τον κύβο από το σημείο $x_i = -x_{\max}$ στο $x_f = 0$

Το συνολικό έργο που παράγει η δύναμη για να μετατοπίσει τον κύβο από το σημείο $-x_{\max}$ στο $x_{\max}$ είναι ίσο με μηδέν!

Έργο που παράγεται από ελατήριο



$$\begin{aligned} W_s &= \int \vec{F}_s \cdot d\vec{r} = \int_{x_i}^{x_f} (-kx \hat{i}) \cdot (dx \hat{i}) \\ &= \int_{-x_{\max}}^0 (-kx) dx = \frac{1}{2} kx_{\max}^2 \end{aligned}$$

Έργο δύναμης ελατηρίου

Ποιθόσουμμε ότi ο κύβος υφίσταται τυχαία μετατόπιση από το $x = x_i$ στο $x = x_f$.

το έργο που παράγει η δύναμη του ελατηρίου κατά τη μετατόπιση του κύβου είναι

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

Αν η κίνηση τελειώνει στο σημείο από το οποίο άρχισε, τότε $W = 0$.

Ποιθόσουμμε ότi ένας εξωτερικός παράγοντας $F_{\text{ασκ.}}$ τεντώνει το ελατήριο.

Η ασκούμενη δύναμη έχει ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση από τη δύναμη του ελατηρίου.

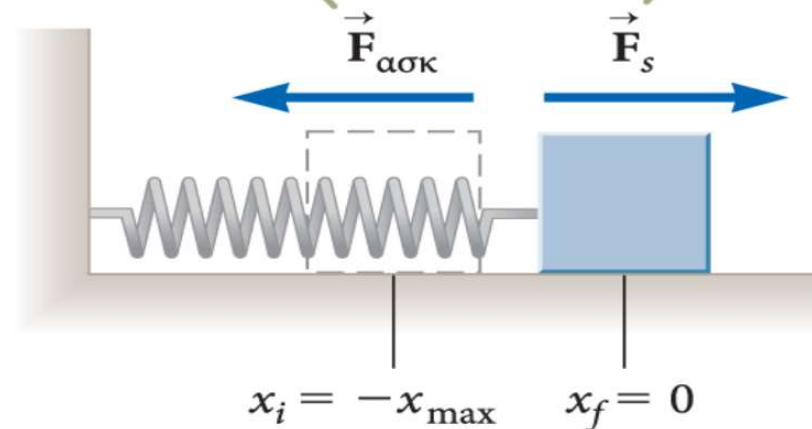
$$\vec{F}_{\text{ασκ.}} = F_{\text{ασκ.}} \hat{i} = -\vec{F}_s = -(-kx\hat{i}) = kx\hat{i}$$

το έργο που παράγει η $F_{\text{ασκ.}}$ για να μετατοπίσει τον κύβο από το $x = -x_{\text{max}}$ στο $x = 0$ ισούται με $-\frac{1}{2}kx_{\text{max}}^2$

για οποιαδήποτε μετατόπιση, το έργο που παράγει η ασκούμενη δύναμη είναι

Έργο ασκούμενης δύναμης

Αν η μετακίνηση του κύβου γίνεται πολύ αργά, τότε η ασκούμενη δύναμη $\vec{F}_{\text{ασκ.}}$ έχει ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση από τη δύναμη του ελατηρίου $\vec{F}_s$ σε κάθε χρονική στιγμή.



$$W_{\text{ασκ.}} = \int_{x_i}^{x_f} (kx) dx = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

Ελαστική δυναμική ενέργεια

Η **ελαστική δυναμική ενέργεια** σχετίζεται με τα ελατήρια.

Το έργο που παράγεται από μια εξωτερική ασκούμενη δύναμη σε ένα σύστημα ελατηρίου-κύβου είναι:

$$W = \frac{1}{2} kx_f^2 - \frac{1}{2} kx_i^2$$

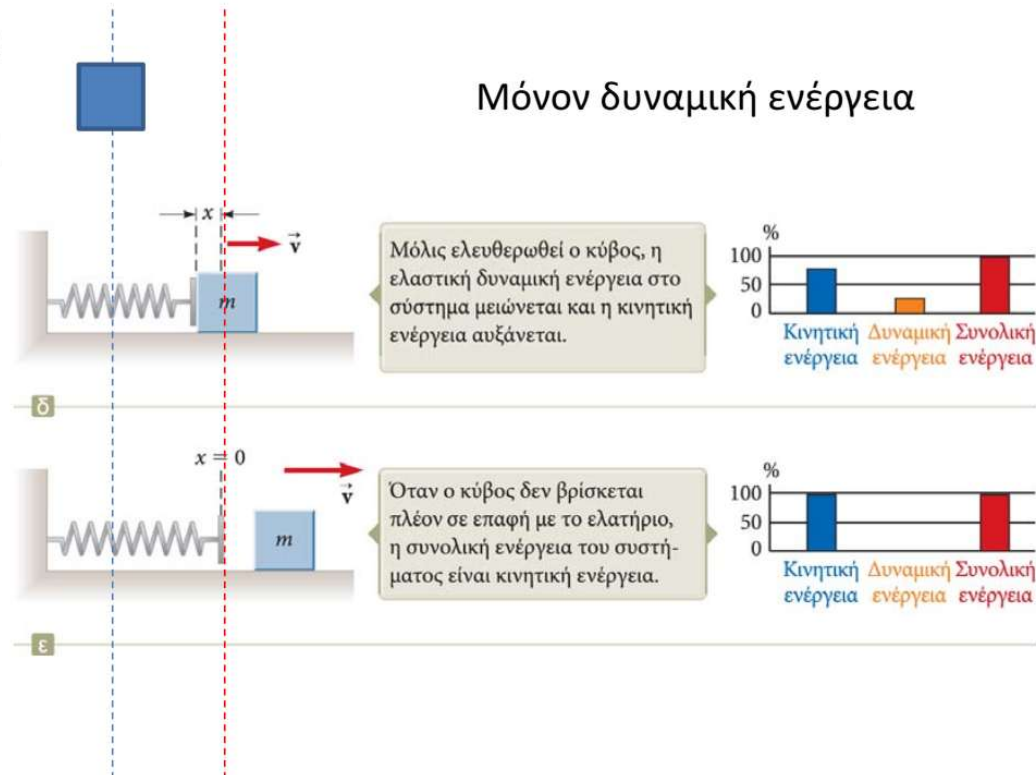
με:

$U_s = \frac{1}{2} kx^2$ η ελαστική δυναμική ενέργεια.

η ελαστική δυναμική ενέργεια είναι η αποθηκευμένη ενέργεια στο παραμορφωμένο ελατήριο (αποθηκεύεται στο ελατήριο μόνο όταν το ελατήριο έχει εκταθεί ή έχει συμπιεστεί).

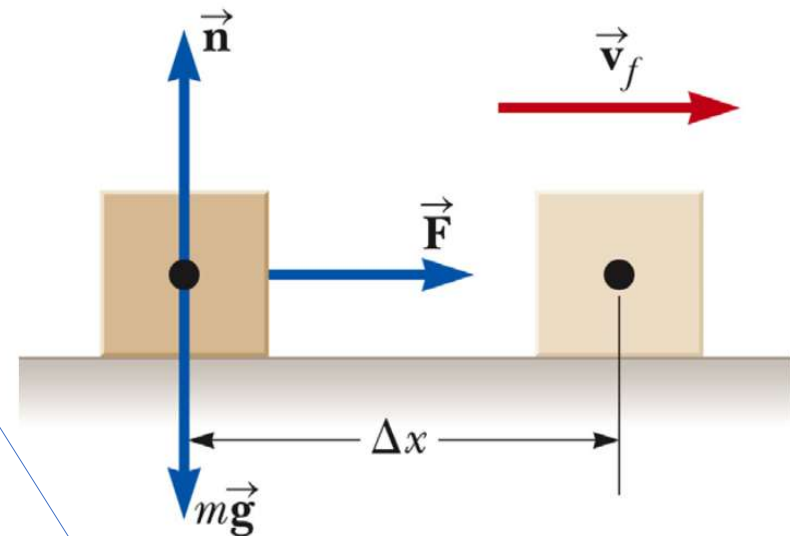
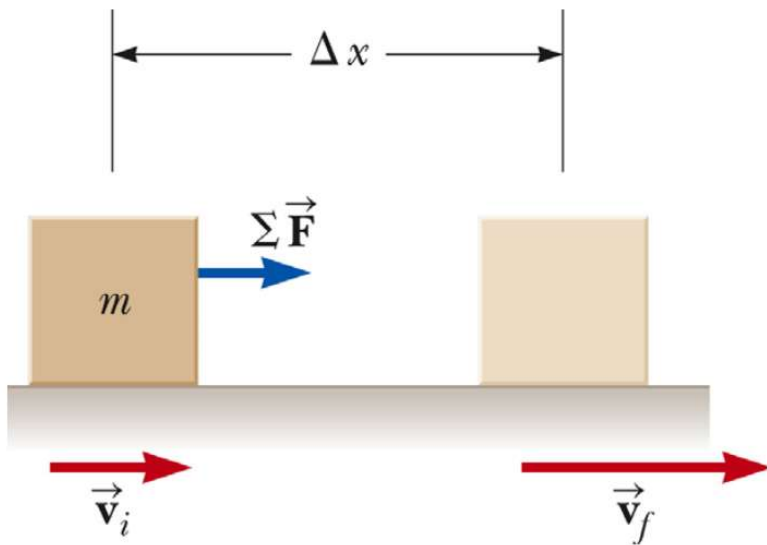
Η ελαστική δυναμική ενέργεια είναι πάντα θετική και μηδέν όταν το ελατήριο δεν είναι παραμορφωμένο.

Η αποθηκευμένη δυναμική ενέργεια μπορεί να μετατραπεί σε κινητική ενέργεια.



Κινητική ενέργεια & έργο

Μια πιθανή επίπτωση του έργου που παράγεται για να μεταφερθεί ενέργεια προς ένα σύστημα είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειάς του



$$W_{\text{εξωτ.}} = \int_{x_i}^{x_f} \sum F \, dx = \int_{x_i}^{x_f} m a \, dx \rightarrow W_{\text{εξωτ.}} = \int_{v_i}^{v_f} m v \, dv \quad W_{\text{εξωτ.}} = \Delta K = \frac{1}{2} m v_f^2 - 0$$

$$W_{\text{εξωτ.}} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \rightarrow W_{\text{εξωτ.}} = K_f - K_i = \Delta K$$

Θεώρημα έργου-κινητικής ενέργειας

- Θεώρημα έργου-κινητικής ενέργειας,

$$W_{\text{εξωτ.}} = K_f - K_i = \Delta K$$

• Όταν παράγεται έργο σε ένα σύστημα και η μόνη μεταβολή στο σύστημα σχετίζεται με το μέτρο της ταχύτητάς του, το συνολικό έργο που παράγεται στο σύστημα ισούται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος.

- Το μέτρο της ταχύτητας του συστήματος αυξάνεται αν το συνολικό έργο που παράγεται σε αυτό είναι θετικό.
- Το μέτρο της ταχύτητας του συστήματος μειώνεται αν το συνολικό έργο είναι αρνητικό.

• Το θεώρημα έργου-κινητικής ενέργειας δεν ισχύει όταν δεν μεταβάλλεται μόνο το μέτρο της ταχύτητας στο σύστημα ή όταν υπάρχουν άλλες αλληλεπιδράσεις με το περιβάλλον εκτός από το έργο.

• Το θεώρημα έργου-κινητικής ενέργειας αναφέρεται στο μέτρο της ταχύτητας (speed) του συστήματος και όχι στην ταχύτητά του (velocity).

Βαρυτική δυναμική ενέργεια

Παράγουμε έργο στο σύστημα ανυψώνοντας κατακόρυφα το βιβλίο.

Η μετατόπιση του βιβλίου είναι:

$$\Delta \vec{r} = (y_f - y_i) \hat{j}$$

Το έργο που παράγεται στο σύστημα εκδηλώνεται ως αύξηση της ενέργειας του συστήματος.

$$W_{\text{εξωτ.}} = (\vec{F}_{\text{ασκ.}}) \cdot \Delta \vec{r}$$

$$W_{\text{εξωτ.}} = (m g \hat{j}) \cdot [(y_f - y_i) \hat{j}]$$

$$W_{\text{εξωτ.}} = m g y_f - m g y_i$$

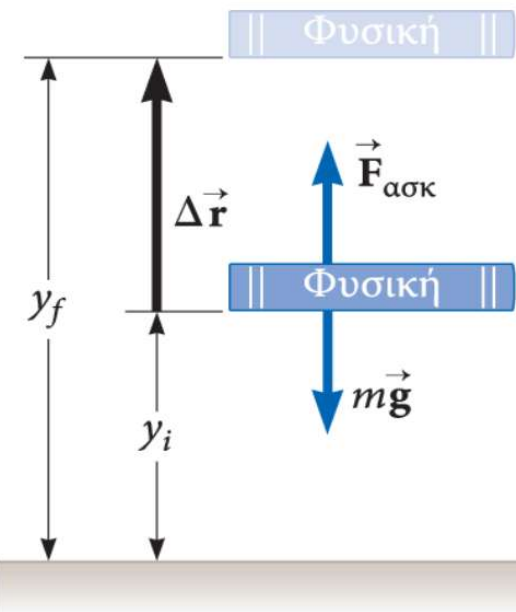
Ο μηχανισμός αποθήκευσης ενέργειας ονομάζεται *δυναμική ενέργεια*.

Η **βαρυτική δυναμική ενέργεια** είναι η ενέργεια που έχει ένα σώμα σε μια δεδομένη θέση πάνω από την επιφάνεια της Γης.

$U_g = m g y$ (J), βαθμωτό μέγεθος

Το έργο που παράγεται μπορεί να μεταβάλλει τη βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος: $W_{\text{εξωτ.}} = \Delta U_g$

Το έργο που παράγει ο εξωτερικός παράγοντας στο σύστημα βιβλίου-Γης είναι $m g y_f - m g y_i$.



Δύο κοινές μορφές δυναμικής ενέργειας

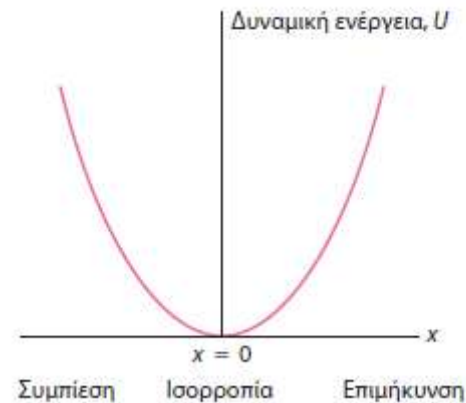
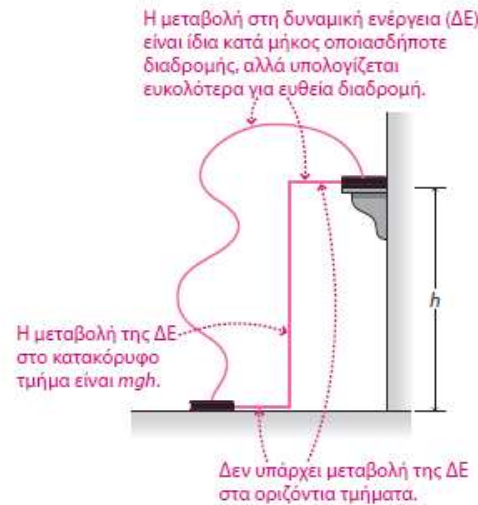
- Η **βαρυτική δυναμική ενέργεια** αποθηκεύει το έργο που παράγεται κόντρα στη βαρύτητα:

$$\Delta U = mg\Delta y$$

- Η βαρυτική δυναμική ενέργεια αυξάνεται γραμμικά με το ύψος y
- Αυτό αντικατοπτρίζει τη **σταθερή** βαρυτική δύναμη κοντά στην επιφάνεια της Γης
- Η **ελαστική δυναμική ενέργεια** αποθηκεύει το έργο που παράγεται κατά την επιμήκυνση ή τη συμπίεση ενός ελατηρίου ή άλλων ελαστικών συστημάτων:

$$U = \frac{1}{2} kx^2$$

- Η ελαστική δυναμική ενέργεια αυξάνεται **τετραγωνικά** με την επιμήκυνση ή συμπίεση x
- Αυτό αντικατοπτρίζει τη **γραμμική αύξηση** της δύναμης του ελατηρίου



Συντηρητικές και μη Συντηρητικές δυνάμεις

- Το έργο που παράγει μια συντηρητική δύναμη σε ένα σωματίδιο, το οποίο κινείται μεταξύ δύο οποιωνδήποτε σημείων, (i) είναι ανεξάρτητο από την τροχιά που ακολουθεί το σωματίδιο και (ii) μηδενικό όταν η τροχιά είναι κλειστή. (Βαρύτητα, δύναμη ελατηρίου).
- Οι μη συντηρητικές δυνάμεις δεν ικανοποιούν τις ιδιότητες των συντηρητικών δυνάμεων (τριβή).
- Οι μη συντηρητικές δυνάμεις που δρουν μέσα σε ένα σύστημα προκαλούν μεταβολή στη μηχανική ενέργεια του συστήματος.

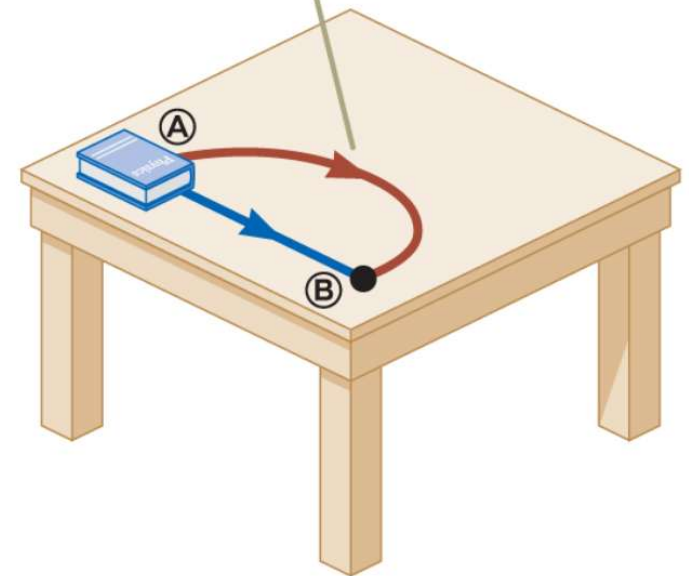
$$E_{\text{μηχ.}} = K + U$$

Το K περιλαμβάνει την κινητική ενέργεια όλων των κινούμενων στοιχείων του συστήματος.

Το U περιλαμβάνει όλους τους τύπους δυναμικής ενέργειας του συστήματος

- Επειδή το έργο που παράγεται στο βιβλίο εξαρτάται από τη διαδρομή, η τριβή είναι μια μη συντηρητική δύναμη.

Το έργο που παράγεται κατά τη μετατόπιση του βιβλίου είναι μεγαλύτερο στην καφέ διαδρομή από ό,τι στην μπλε διαδρομή.



Συντηρητικές δυνάμεις και δυναμική ενέργεια

- Μπορούμε να ορίσουμε μια συνάρτηση δυναμικής ενέργειας U σύμφωνα με την οποία, το έργο που παράγεται από μια συντηρητική δύναμη ισούται με τη μείωση της δυναμικής ενέργειας του συστήματος.

- Το έργο που παράγει μια τέτοια δύναμη F είναι

$$W_{\text{εσωτ.}} = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = -\Delta U$$

- Η μεταβολή ΔU είναι αρνητική όταν οι F και dx έχουν την ίδια κατεύθυνση.

- Η συντηρητική δύναμη συνδέεται με τη συνάρτηση δυναμικής ενέργειας μέσω της σχέσης

$$F_x = - \frac{dU}{dx}$$

- Η συνιστώσα x μιας συντηρητικής δύναμης που ασκείται σε ένα σώμα μέσα σε ένα σύστημα ισούται με την αρνητική παράγωγο της δυναμικής ενέργειας του συστήματος ως προς x .

- Παράδειγμα:

$$F_s = - \frac{dU_s}{dx} = - \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2} kx^2 \right) = -kx$$

ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Δυναμική ενέργεια

Ενέργεια που διαθέτει ένα σώμα λόγω της θέσης που έχει μέσα σε ένα πεδίο δυνάμεων (π.χ. βαρυτικό, ελαστικής παραμόρφωσης, ηλεκτρικό κλπ)

$$U = W_{\vec{B}} = \vec{B} \cdot \vec{s} = m \vec{g} \cdot \vec{s} = mgh$$

$$U = W_k = \frac{1}{2} kx^2$$

$$U = W_e = k_{\eta\lambda} \frac{q_1 q_2}{r}$$

Θεώρημα διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας

Κατά τη μετατροπή της δυναμικής σε κινητική ενέργεια (ή το αντίστροφο) η Μηχανική ενέργεια διατηρείται σταθερή εφόσον δεν παρατηρείται μετατροπή ενέργειας σε άλλη μορφή

ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Θεώρημα διατήρησης της Ενέργειας

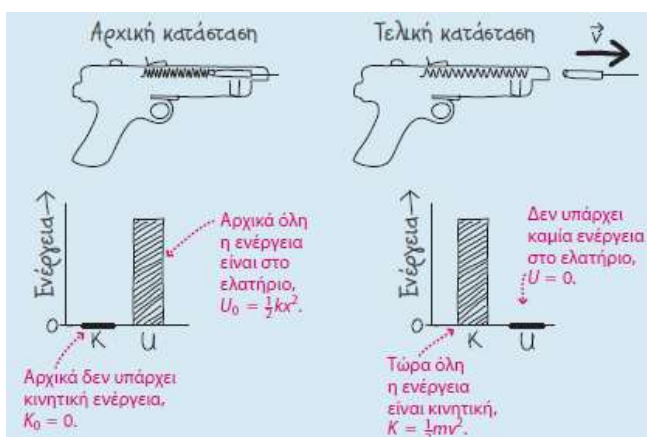
Η ολική ενέργεια ενός κλειστού συστήματος σωμάτων διατηρείται σταθερή

Επίλυση προβλημάτων που αφορούν τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας

- **Ερμηνεύστε** το πρόβλημα για να βεβαιωθείτε ότι όλες οι δυνάμεις διατηρητικές, επομένως η μηχανική ενέργεια διατηρείται. Προσδιορίσετε την ποσότητα που ζητά το πρόβλημα, η οποία μπορεί να είναι η ίδια η ενέργεια ή μια άλλη σχετική ποσότητα
- **Αναπτύξτε** το σχέδιό σας για την επίλυση του προβλήματος σχεδιάζοντας το σώμα σε μια κατάσταση στην οποία μπορείτε να προσδιορίσετε τόσο την κινητική όσο και τη δυναμική ενέργεια και στη συνέχεια στην κατάσταση στην οποία μία ποσότητα είναι άγνωστη. Σχεδιάστε επίσης απλά ραβδογράμματα που υποδεικνύουν τα σχετικά μεγέθη των ποικίλων μορφών ενέργειας
 - Γράψτε την εξίσωση $K + U = K_0 + U_0$
- **Υπολογίστε** για να επιλύσετε για την άγνωστη ποσότητα, η οποία μπορεί να είναι κάποια ενέργεια, η επιμήκυνση ενός ελατηρίου, η ταχύτητα κ.λπ.
- **Αξιολογήστε** τη λύση σας για να διαπιστώσετε ότι η απάντησή σας είναι λογική, ότι περιλαμβάνει τις κατάλληλες μονάδες και ότι είναι σύμφωνη με τα ραβδογράμματά σας

Παραδείγματα

- Ένα πιστόλι ελατηρίου με βέλη
 - Ποια είναι η ταχύτητα του βέλους;

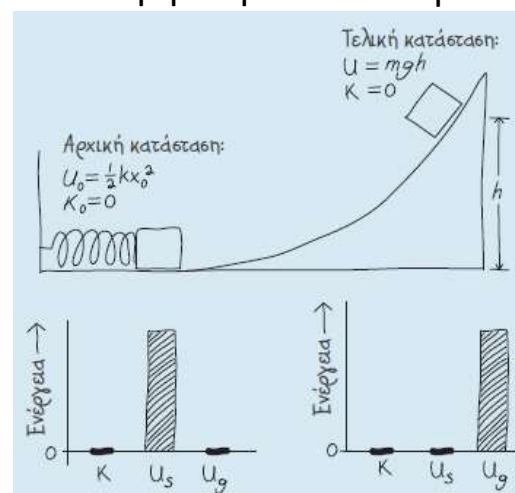


- $K + U = K_0 + U_0$ γίνεται

$$\frac{1}{2}mv^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}kx^2$$

- Επομένως, $v = \sqrt{k/m} x$ όπου x είναι η αρχική συμπίεση του ελατηρίου

- Ένα ελατήριο και η βαρύτητα
 - Πόσο ψηλά φτάνει το κιβώτιο;



- $K + U = K_0 + U_0$ γίνεται

$$0 + mgh = 0 + \frac{1}{2}kx^2$$

- Επομένως $h = \frac{kx^2}{2mg}$

Διαγράμματα ενέργειας και ευσταθούς και ασταθούς ισορροπίας

• Η θέση $x = 0$ είναι θέση **ευσταθούς ισορροπίας**.

– Οποιαδήποτε μετατόπιση μακριά από τη συγκεκριμένη θέση προκαλεί μια δύναμη με κατεύθυνση προς τη θέση $x = 0$.

• Οι διατάξεις ευσταθούς ισορροπίας αντιστοιχούν στις θέσεις εκείνες για τις οποίες η $U(x)$ έχει ελάχιστη τιμή.

• Τα σημεία $x = x_{\max}$ και $x = -x_{\max}$ είναι τα σημεία αλλαγής κατεύθυνσης.

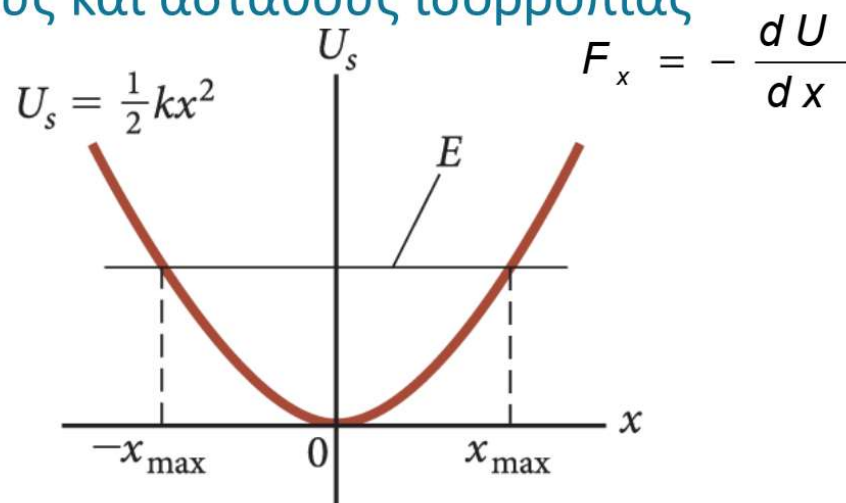
► Στη θέση $x = 0$, $F_x = 0$, άρα το σωματίδιο βρίσκεται σε ισορροπία.

► Για οποιαδήποτε άλλη τιμή του x , το σωματίδιο απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας.

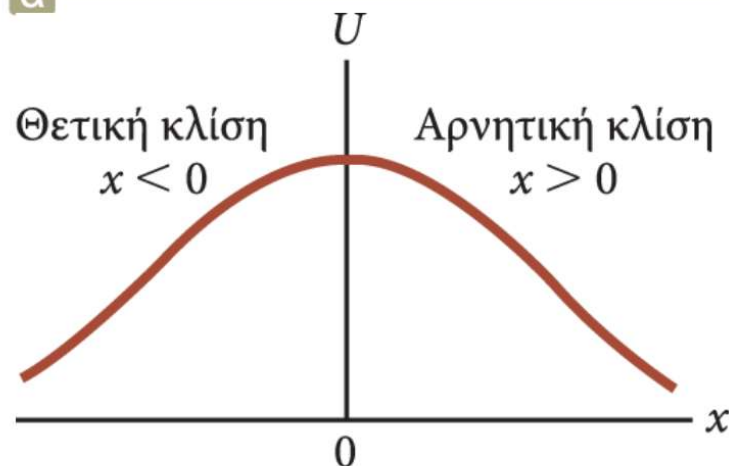
► Αυτό είναι ένα παράδειγμα **ασταθούς ισορροπίας**.

► Οι διατάξεις ασταθούς ισορροπίας αντιστοιχούν σε εκείνες τις θέσεις για τις οποίες η $U(x)$ έχει μέγιστη τιμή.

→ **ΑΔΙΑΦΟΡΗ ισορροπία**

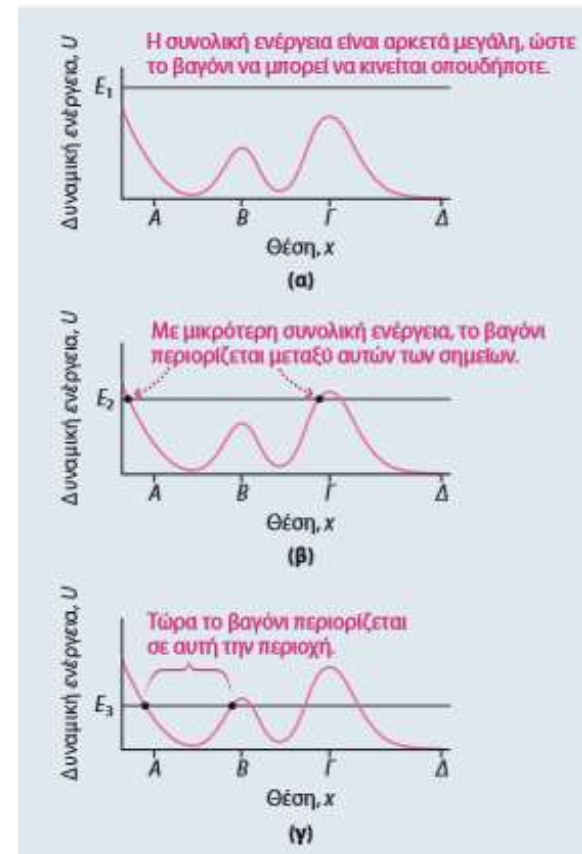


α



Καμπύλες δυναμικής ενέργειας

- Οι καμπύλες δυναμικής ενέργειας αναπαριστούν τη δυναμική ενέργεια ενός συστήματος ως συνάρτηση της θέσης και άλλων ποσοτήτων που αντιπροσωπεύουν τη διαμόρφωση του συστήματος
- Ένα σώμα με μια δεδομένη συνολική ενέργεια μπορεί να είναι «παγιδευμένο» σε ένα «πηγάδι δυναμικού» που δημιουργείται από τα σημεία στα οποία η συνολική ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια
- Αυτά τα σημεία είναι **σημεία αναστροφής**, πέρα από τα οποία ένα σώμα δεν μπορεί να κινηθεί δεδομένης της σταθερής συνολικής του ενέργειας
- Καμπύλες δυναμικής ενέργειας για το βαγόνι ενός τρένου λούνα παρκ με τρεις διαφορετικές συνολικές ενέργειες:



Δύναμη και δυναμική ενέργεια

- Η δύναμη είναι μεγαλύτερη στα σημεία όπου το γράφημα είναι απότομο –δηλαδή εκεί όπου η δυναμική ενέργεια μεταβάλλεται ταχύτερα
- Μαθηματικά, η συνιστώσα της δύναμης σε μια δεδομένη κατεύθυνση είναι η αρνητική παράγωγος της δυναμικής ενέργειας ως προς τη θέση σε αυτή την κατεύθυνση:

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

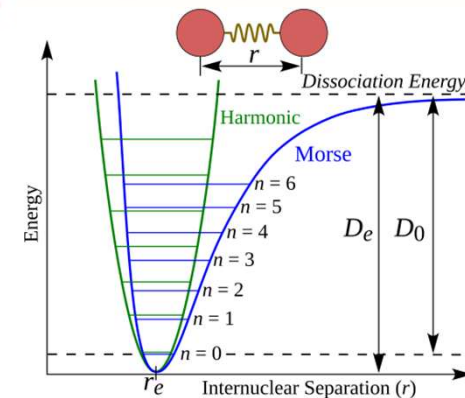
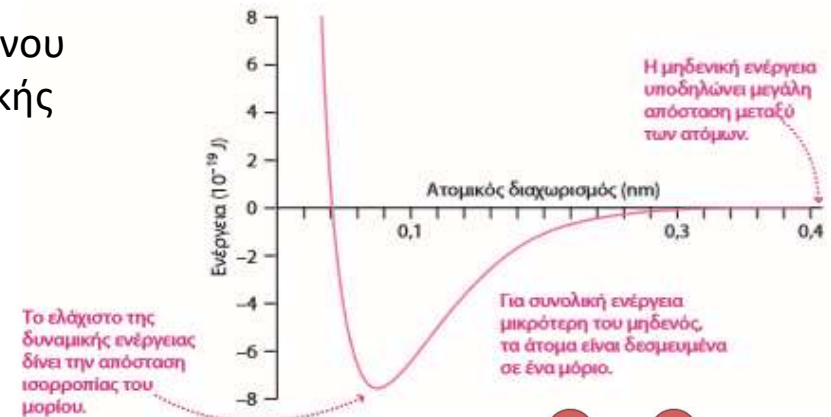


Καμπύλες δυναμικής ενέργειας για ένα μόριο

- Οι καμπύλες δυναμικής ενέργειας μας βοηθούν να προσδιορίσουμε τη δομή συστημάτων, από μόρια μέχρι μηχανικά συστήματα ή πλανήτες.
- Η καμπύλη δυναμικής ενέργειας για ένα ζεύγος ατόμων υδρογόνου αναπαριστάει τη δυναμική ενέργεια ως συνάρτηση της ατομικής απόστασής τους
 - Το ελάχιστο στο γράφημα δείχνει την ενέργεια διαχωρισμού του μορίου H_2
 - Είναι πρακτικό να ορίσουμε τη μηδενική δυναμική ενέργεια όταν τα άτομα είναι απείρως μακριά
 - Τότε οι αρνητικές ενέργειες αναπαριστούν δέσμια συστήματα του μορίου του υδρογόνου.
 - Οι θετικές αναπαριστούν διαχωρισμένα άτομα υδρογόνου

Δυναμικό Morse (π.χ. διατομικό μόριο)

$$V(r) = D_e(e^{-2a(r-r_e)} - 2e^{-a(r-r_e)})$$

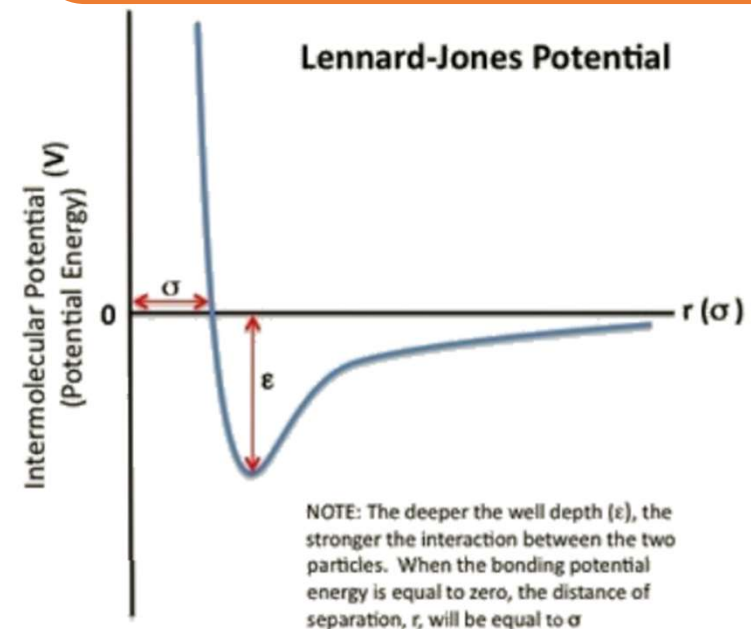
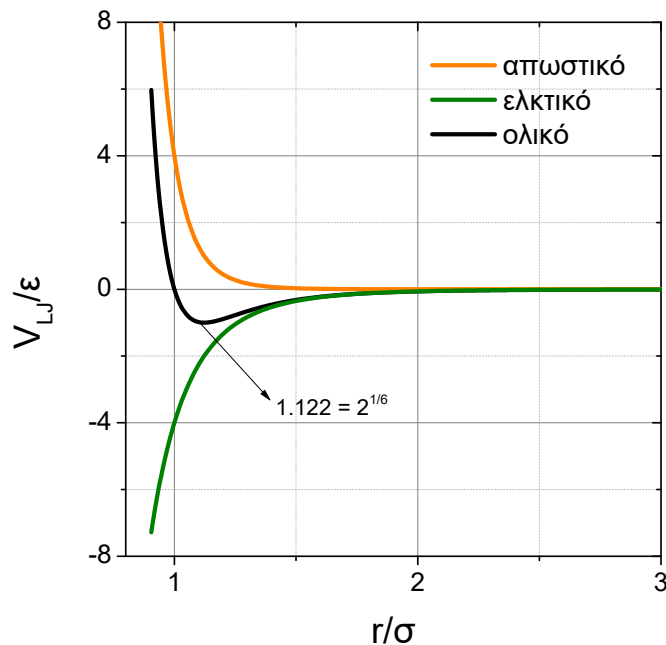


Lennard – Jones potential απλοποιημένο μοντέλο αλληλεπίδρασης δύο ατόμων ή και μορίων

Δυναμική ενέργεια V_L συστήματος δύο
ατόμων σε απόσταση r

$$V_{LJ}(r) = 4\epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right]$$

Απωστικός όρος Ελκτικός όρος



Lennard – Jones potential απλοποιημένο μοντέλο αλληλεπίδρασης δύο ατόμων ή και μορίων

Δυναμική ενέργεια V_L συστήματος δύο ατόμων σε απόσταση r

$$V_{LJ}(r) = 4\epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right]$$

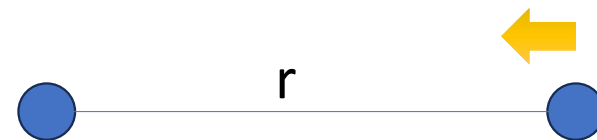
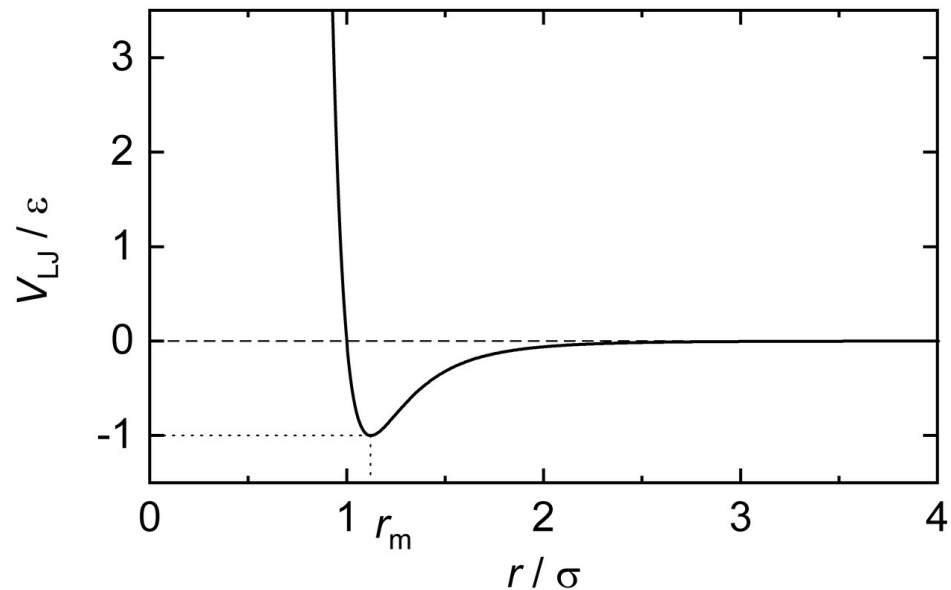
Απωστικός όρος Ελκτικός όρος

Θεωρούμε αυθαίρετα τη δυναμική ενέργεια μηδέν όταν $r \rightarrow \infty$. $-\epsilon$ είναι η ελάχιστη τιμή της δυναμικής ενέργειας, σ η απόσταση στην οποία η δυναμική ενέργεια γίνεται μηδέν. Στην απόσταση :

$$r = r_{\min} = 2^{1/6} \sigma$$

η δυναμική ενέργεια $V_L = -\epsilon$

Εφαρμογή: $\sigma = 0.263 \text{ nm}$, $\epsilon = 1.51 \cdot 10^{-22} \text{ J}$



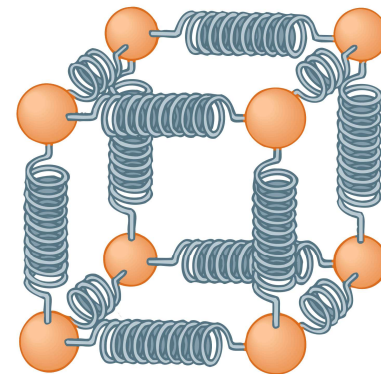
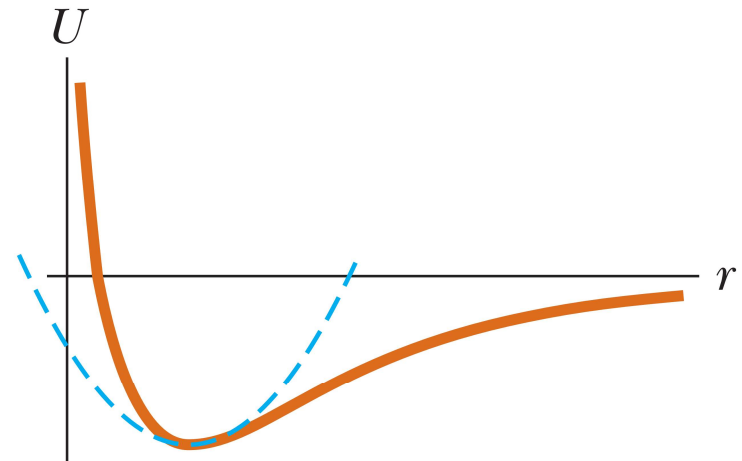
$$F = -dV/dr$$

$\text{O}_2 \text{ molecule } r_{\min} = 121 \text{ pm}$

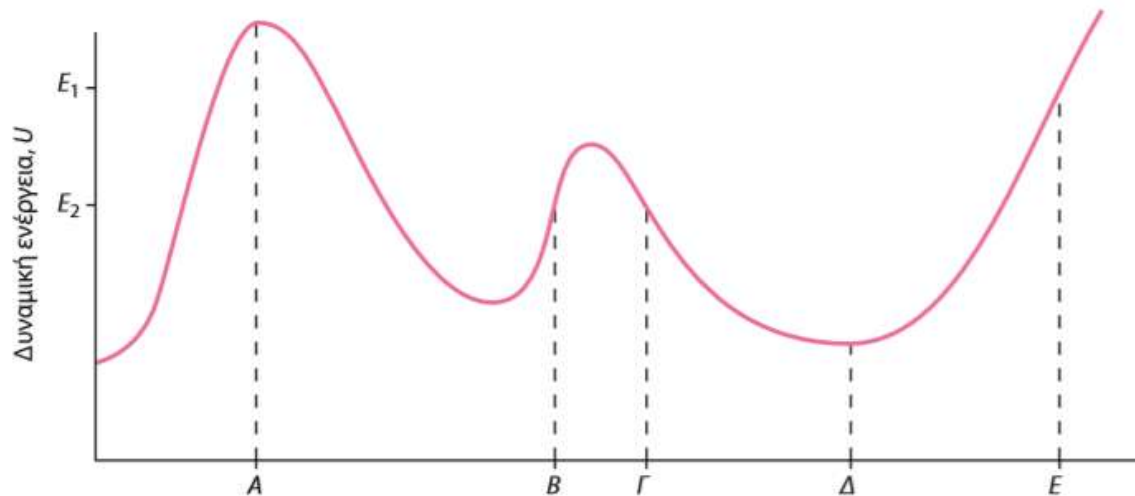
Lennard – Jones potential απλοποιημένο μοντέλο αλληλεπίδρασης δύο ατόμων ή και μορίων

Κατά προσέγγιση η δυναμική ενέργεια του LJ συναρτήσει της απόστασης παρόλο που είναι μια αρκετά πολύπλοκη συνάρτηση, προσομοιάζει εκείνη του αρμονικού ταλαντωτή (παραβολή $E=kx^2/2$).

Έτσι ο χημικός δεσμός μεταξύ ατόμων μπορεί να προσομοιαστεί με μικρά ελατήρια που συγκρατούν τα άτομα γύρω από τη θέση ισορροπίας (ελάχιστο στη δυναμική ενέργεια).



- Το σχήμα δείχνει τη δυναμική ενέργεια που σχετίζεται με ένα ηλεκτρόνιο σε μια μικροηλεκτρονική συσκευή. Σε ποιο από τα σημεία που έχουν επισημανθεί η δύναμη επί του ηλεκτρονίου είναι μεγαλύτερη;

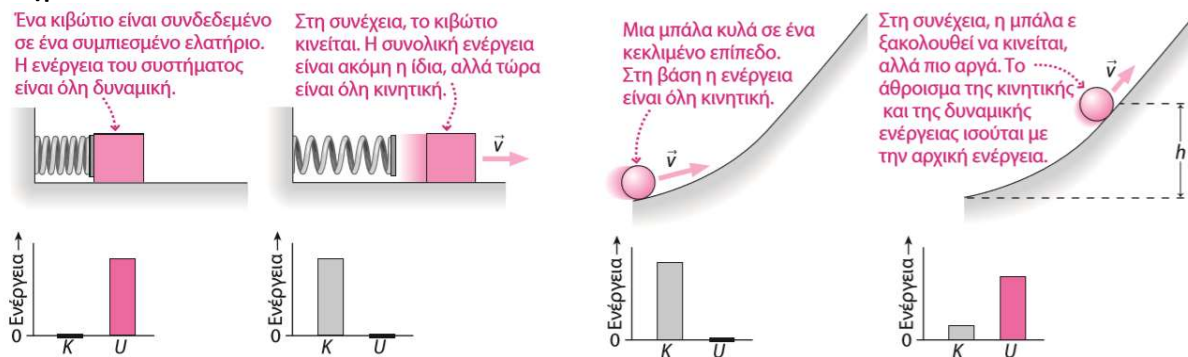


Σύνοψη

- Η **δυναμική ενέργεια** είναι αποθηκευμένη ενέργεια που μπορεί να μετατραπεί σε κινητική ενέργεια
- Η μεταβολή στη δυναμική ενέργεια είναι το αρνητικό έργο που παράγεται από μια διατηρητική δύναμη, καθώς ένα σώμα κινείται σε οποιαδήποτε διαδρομή μεταξύ δύο σημείων:

$$\Delta U = - \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- Όταν δρουν μόνο διατηρητικές δυνάμεις, η συνολική μηχανική ενέργεια $K + U$ διατηρείται:



- Οι **καμπύλες δυναμικής ενέργειας** περιγράφουν τη δυναμική ενέργεια ως συνάρτηση της θέσης και άλλων ποσοτήτων που αντιπροσωπεύουν τη διαμόρφωση του συστήματος
- Η **δύναμη** είναι η αρνητική παράγωγος της δυναμικής ενέργειας: $F_x = -dU/dx$.

ΙΣΧΥΣ

Ορίζεται σαν το πηλίκο του έργου που παράγεται σε συγκεκριμένο χρόνο δια το χρόνο αυτό

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$P = \frac{dW}{dt}$$

Μονάδα μέτρησης
WATT = J/s

Μπορεί να γραφεί και σαν

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ μιας μηχανής: το πηλίκο της ισχύος που αποδίδει η μηχανή προς την ισχύ που προσφέρεται σε αυτή

$$n = \frac{P_{\alpha}}{P_{\pi}} \leq 1$$

3. Ένας ορειβάτης μάζας 75 kg μεταφέρει στην πλάτη του ένα σακκίδιο 25 kg καθώς ανεβαίνει ένα μονοπάτι, η μέση κλίση του οποίου είναι 5° , διανύοντας απόσταση 3 km. Το συνολικά παραγόμενο έργο από τον ορειβάτη είναι περίπου ίσο με: (α) 260 kJ, (β) 65 kJ, (γ) 3.000 kJ, (δ) -260 kJ.

7. Το νερό φεύγει από το ανοικτό άκρο ενός σωλήνα ποτίσματος με ταχύτητα 5 m/s κατακόρυφα προς τα επάνω. Αν το στόμιο του σωλήνα βρίσκεται σε ύψος 2 m, υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία το νερό χτυπά στο έδαφος.

16. Η έλξη που ασκεί ένα μόριο της πρωτεΐνης της μυοσίνης σε μια ίνα ακτίνης, έτσι ώστε να παραχθεί η τάση σε ένα μυ, γίνεται σε κύκλους κατά τη διάρκεια των οποίων μια δύναμη της τάξης του 1 pN, προκαλεί μια μετατόπιση περίπου ίση με 10 nm. Κάθε τέτοιος κύκλος έλξης-μετατόπισης

οφείλεται στη διάσπαση ενός μορίου ATP από το οποίο ελευθερώνεται ενέργεια περίπου ίση με $4,9 \times 10^{-20}$ J.

(α) Πόσο έργο παράγεται από ένα μόριο μυοσίνης κατά τη διάρκεια ενός κύκλου έλξης-μετατόπισης;

(β) Ποιά είναι η απόδοση της διαδικασίας; Ποίο ποσοστό δηλαδή της ενέργειας που απελευθερώνεται από το μόριο του ATP μετατρέπεται σε χρήσιμο έργο;

9. Ένας ορειβάτης μάζας 65 kg ανεβαίνει, κατά τη διάρκεια της προπόνησής του, έναν κατακόρυφο τοίχο ύψους 200 m σε χρόνο 10 min. Υπολογίστε το έργο που παράγεται από τη δύναμη του βάρους πάνω στον ορειβάτη. Αν ο ορειβάτης καταναλώνει οξυγόνο με ρυθμό 2 L/min, και έτσι παράγει εσωτερικά ενέργεια 4×10^4 J/min, ποιο κλάσμα της ενέργειας αυτής χρησιμοποιείται για την ανάβαση στον τοίχο; (Το κλάσμα που υπολογίσατε, είναι η απόδοση του ορειβάτη).

11. Ένας αθλητής της άρσης βαρών σηκώνει ένα βάρος 1.200 N, ασκώντας μια μέση δύναμη 1.400 N για το πρώτο μέτρο της ανύψωσης από το έδαφος, στη συνέχεια χαλαρώνει τη λαβή του και «κάθεται κάτω από τη μπάρα», προκειμένου να τη συγκρατήσει, και ολοκληρώνει την προσπάθειά του ασκώντας μια ώθηση ώστε να σηκωθεί με τα χέρια του σε πλήρη ανάταση.

(α) Πόσο έργο παράγει ο αθλητής στο πρώτο 1 m της ανύψωσης του βάρους; Πόσο έργο παράγει η δύναμη του βάρους για την ίδια απόσταση;

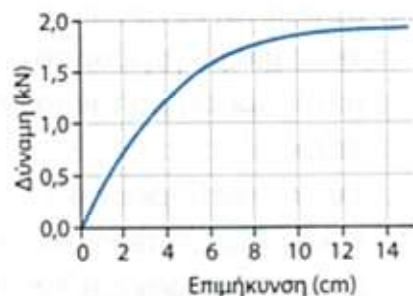
(β) Ποιά ταχύτητα έχει αποκτήσει το βάρος στο τέλος αυτού του πρώτου μέτρου;

(γ) Αν ο αθλητής πάψει να ασκεί δύναμη μετά από το πρώτο 1 m, σε ποιο ύψος, επιπλέον του 1 m, θα ανέβει το βάρος και πόσο χρόνο θα χρειαστεί για αυτό; Κατά τη διάρκεια αυτού του χρονικού διαστήματος, ο αθλητής θα πρέπει να προλάβει να «μπει κάτω από τη μπάρα» και στη συνέχεια να σηκωθεί ωθώντας τα βάρη ώστε να φθάσουν

στην τελική τους θέση, έχοντας τα χέρια σε πλήρη ανάταση.

(δ) Πόσο επιπλέον έργο θα πρέπει να παράγει ο αθλητής προκειμένου να σηκώσει τα βάρη, με σταθερή ταχύτητα, σε τελικό ύψος 2,4 m, που είναι το ύψος που φθάνει έχοντας τα χέρια του σε πλήρη ανάταση;

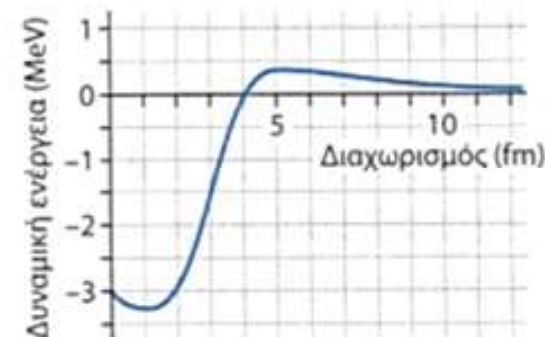
42. Ο αυχενικός σύνδεσμος είναι μια δομή που μοιάζει με **BIO** κορδόνι και βρίσκεται κατά μήκος του πίσω μέρος του αυχένα υποστηρίζοντας μεγάλο μέρος του σωματικού βάρους σε ζώα όπως τα άλογα και οι αγελάδες. Ο σύνδεσμος είναι εξαιρετικά δύσκαμπτος για μικρές επιμηκύνσεις, αλλά χαλαρώνει καθώς εκτείνεται περαιτέρω, λειτουργώντας ως βιολογικός απορροφητής κραδασμών. Το Σχήμα 7.17 δείχνει την καμπύλη δύναμης-απόστασης για έναν συγκεκριμένο αυχενικό σύνδεσμο. Η καμπύλη μπορεί να μοντελοποιηθεί κατά προσέγγιση από την έκφραση $F(x) = 0,43x - 0,033x^2 + 0,00086x^3$, με F σε kN και x σε cm. Βρείτε την ενέργεια που αποθηκεύεται στον σύνδεσμο όταν έχει επιμηκυνθεί κατά (α) 7,5 cm και (β) 15 cm.



ΣΧΗΜΑ 7.17 Πρόβλημα 42

Προβλήματα μετάβασης

Η πυρηνική σύντηξη είναι η διαδικασία που τροφοδοτεί τον Ήλιο. Σύντηξη συντελείται όταν δύο ατομικοί πυρήνες μικρής μάζας συγχωνεύονται για να σχηματίσουν έναν μεγαλύτερο πυρήνα. Κατά τη διαδικασία αυτή απελευθερώνεται σημαντική ενέργεια. Αυτό είναι δύσκολο να επιτευχθεί επειδή οι ατομικοί πυρήνες φέρουν θετικό ηλεκτρικό φορτίο και η ηλεκτρική τους άπωση καθιστά αρκετά δύσκολη την προσέγγισή τους, ώστε η πυρηνική δύναμη μικρής εμβέλειας να τους συνδέσει σε έναν ενιαίο πυρήνα. Το Σχήμα 7.25 δείχνει την καμπύλη δυναμικής ενέργειας για τη σύντηξη δύο δευτερίων (βαρείς πυρήνες υδρογόνου). Η ενέργεια μετράται σε εκατομμύρια ηλεκτρονιοβόλτ (MeV), μονάδα που χρησιμοποιείται συνήθως στην πυρηνική φυσική, και ο διαχωρισμός είναι σε φεμτόμετρα ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$).

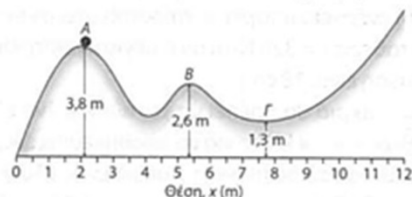


ΣΧΗΜΑ 7.25 Δυναμική ενέργεια για δύο δευτέρια (Προβλήματα μετάβασης 68-71)

70. Η διαθέσιμη ενέργεια για τη σύντηξη είναι η ενεργειακή διαφορά μεταξύ αυτής των πολύ απομακρυσμένων δευτερίων και των δεσμευμένων δευτερίων αφού έχουν «πέσει» στο βαθύ πηγάδι δυναμικού που φαίνεται στο σχήμα. Αυτή η ενέργεια είναι περίπου
 α. 0,3 MeV.
 β. 1 MeV.
 γ. 3,3 MeV.
 δ. 3,6 MeV.
71. Όταν τα δύο δευτέρια απέχουν 4 fm, η δύναμη που ενεργεί πάνω τους
 α. είναι απωθητική.
 β. είναι ελκτική.
 γ. είναι μηδέν.
 δ. δεν μπορεί να καθοριστεί από το γράφημα.

68. Η δύναμη μεταξύ των δύο δευτερίων είναι μηδέν περίπου στα
 α. 3 fm.
 β. 4 fm.
 γ. 5 fm.
 δ. η δύναμη δεν είναι ποτέ μηδέν.
69. Προκειμένου αρχικά τα δύο δευτέρια που είναι ελαφρώς διαχωρισμένα να έρθουν κοντά ώστε να συντηχθούν, η κινητική τους ενέργεια πρέπει να είναι περίπου
 α. 0,1 MeV.
 β. 3 MeV.
 γ. -3 MeV.
 δ. 0,3 MeV.

26. Ένα σωματίδιο ολισθαίνει χωρίς τριβή κατά μήκος της διαδρομής που φαίνεται στο Σχήμα 7.16, ξεκινώντας από την ηρεμία από το σημείο Α. Βρείτε (α) την ταχύτητά του στο Β, (β) την ταχύτητά του στο Γ και (γ) την κατά προσέγγιση θέση του δεξιού σημείου αναστροφής.



ΣΧΗΜΑ 7.16 Άσκηση 26

27. Ένα σωματίδιο ολισθαίνει μπροστά και πίσω σε μια διαδρομή χωρίς τριβή της οποίας το ύψος ως συνάρτηση της οριζόντιας θέσης x είναι $y = ax^2$, όπου $a = 0,92 \text{ m}^{-1}$. Αν η μέγιστη ταχύτητα του σωματιδίου είναι $8,5 \text{ m/s}$, βρείτε τα σημεία αναστροφής του.
28. Ένα σωματίδιο παγιδεύεται σε ένα πηγάδι δυναμικού που περιγράφεται από τη σχέση $U(x) = 16x^2 - b$, με U σε J, x σε m και $b = 4,0 \text{ J}$. Βρείτε τη δύναμη επί του σωματιδίου όταν βρίσκεται στα (α) $x = 2,1 \text{ m}$, (β) $x = 0 \text{ m}$ και (γ) $x = -1,4 \text{ m}$.

34. Σε έναν ιατρικό σωλήνα ακτίνων Χ, τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται σε ταχύτητα 10^8 m/s και στη συνέχεια προσπίπτουν σε στόχο βολφραμίου. Καθώς σταματούν, η ταχεία επιτάχυνση των ηλεκτρονίων παράγει ακτίνες Χ. Αν ο χρόνος που απαιτείται για να σταματήσει ένα ηλεκτρόνιο είναι της τάξης των 10^{-9} s , περίπου πόσο μακριά κινείται μέχρι να σταματήσει;

34. Για μικρές επιμηκύνσεις, ο αχίλλειος τένοντας μπορεί να θεωρηθεί ένα ιδανικό ελατήριο. Πειράματα που έγιναν με χρήση ενός συγκεκριμένου τένοντα έδειξαν ότι αυτός τεντώνεται $2,66 \text{ mm}$ όταν μια μάζα 125 kg είναι κρεμασμένη από αυτόν. (α) Βρείτε τη σταθερά ελατηρίου αυτού του τένοντα. (β) Πόσο θα πρέπει να τεντώσει για να αποθηκεύσει ενέργεια $50,0 \text{ J}$;

32. Ένα μόριο μονοξειδίου του άνθρακα μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα άτομο άνθρακα και ένα άτομο οξυγόνου που συνδέονται με ένα ελατήριο. Αν μια μετατόπιση του άνθρακα κατά $1,46 \text{ pm}$ από τη θέση ισορροπίας του σε σχέση με το οξυγόνο αυξάνει τη δυναμική ενέργεια του μορίου κατά $0,0125 \text{ eV}$, ποια είναι η σταθερά ελατηρίου;

54. Οι μύες στα πόδια μιας ακρίδας μπορούν να ωθήσουν το έντομο προς τα πάνω με $3,0 \text{ m/s}$. Πόσο ψηλά μπορεί να πηδήξει η ακρίδα;

50. Στα ιοντικά στερεά όπως το NaCl (αλάτι), η δυναμική ενέργεια ενός ζεύγους ιόντων παίρνει τη μορφή $U = b/r^n - a/r$, όπου r είναι η απόσταση μεταξύ των ιόντων. Για το NaCl , τα a και b έχουν τιμές σε SI $4,04 \times 10^{-28}$ και $5,52 \times 10^{-98}$, αντίστοιχα, και $n = 8,22$. Βρείτε την απόσταση ισορροπίας στο NaCl .