

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΡΕΥΣΤΑ **Αέρια & Υγρά**

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ **Ρευστά σε ισορροπία**

ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ **Ρευστά σε κίνηση**

Πυκνότητα $\rho = m/V$ [Kg/m^3 , g/cm^3]

$1000 \text{ Kg}/\text{m}^3 = 1 \text{ g}/\text{cm}^3$

Χαρακτηριστικό μέγεθος ενός υλικού
Εξαρτάται από θερμοκρασία

ΑΝΤΙΠΡΟΣΩΠΕΥΤΙΚΕΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΕΣ

$$1000\text{Kg/m}^3 = 1\text{g/cm}^3$$

MATERIAL	ρ Kg/m ³	NOTES
<u>INTERSTELLAR MEDIUM</u>	$10^{-25} - 10^{-15}$	ASSUMING 90% H, 10% HE; VARIABLE T
<u>EARTH'S ATMOSPHERE</u>	1.2	AT SEALEVEL
<u>AEROGEL</u>	1 – 2	
<u>STYROFOAM</u>	30 – 120	<u>FROM</u>
<u>CORK</u>	220 – 260	<u>FROM</u>
<u>WATER</u>	1000	AT STP
<u>PLASTICS</u>	850 – 1400	FOR <u>POLYPROPYLENE</u> AND <u>PETE/PVC</u>
<u>THE EARTH</u>	5515.3	MEAN DENSITY
<u>COPPER</u>	8920 – 8960	NEAR <u>ROOM TEMPERATURE</u>
<u>LEAD</u>	11340	NEAR <u>ROOM TEMPERATURE</u>
<u>THE INNER CORE</u>	~13000	AS LISTED IN <u>EARTH</u>
<u>URANIUM</u>	19100	NEAR <u>ROOM TEMPERATURE</u>
<u>IRIDIUM</u>	22500	NEAR <u>ROOM TEMPERATURE</u>
<u>THE CORE OF THE SUN</u>	~150000	
<u>ATOMIC NUCLEI</u>	$\sim 3 \times 10^{17}$	AS LISTED IN <u>NEUTRON STAR</u>
<u>NEUTRON STAR</u>	$8.4 \times 10^{16} - 1 \times 10^{18}$	
<u>BLACK HOLE</u>	4×10^{17}	MEAN DENSITY INSIDE THE <u>SCHWARZSCHILD RADIUS</u> OF AN EARTH-MASS BLACK HOLE (THEORETICAL)

ΑΝΤΙΠΡΟΣΩΠΕΥΤΙΚΕΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΕΣ

ΥΛΙΚΟ	ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ g/cm ³	ΥΛΙΚΟ	ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ g/cm ³
Αλουμίνιο	2.70	Λευκόχρυσος	21.40
Σίδηρος	7.87	Υδράργυρος	13.55
Χάλυβας	7.5-8	Αιθανόλη	0.81
Ορείχαλκος	7.7-8.7	Βενζίνη	0.9
Χαλκός	8.96	Πάγος	0.92
Άργυρος	10.49	Νερό	1
Μόλυβδος	11.36	Νερό θαλάσσης	1.03
Χρυσός	19.32	Γλυκερίνη	1.26

The density of olive oil is **0.917 kg/l** at 20 °C

TABLE 12.1 Densities of Some Common Substances

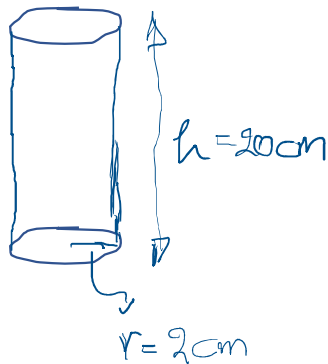
Material	Density (kg/m ³)*	Material	Density (kg/m ³)*
Air (1 atm, 20°C)	1.20	Iron, steel	7.8×10^3
Ethanol	0.81×10^3	Brass	8.6×10^3
Benzene	0.90×10^3	Copper	8.9×10^3
Ice	0.92×10^3	Silver	10.5×10^3
Water	1.00×10^3	Lead	11.3×10^3
Seawater	1.03×10^3	Mercury	13.6×10^3
Blood	1.06×10^3	Gold	19.3×10^3
Glycerin	1.26×10^3	Platinum	21.4×10^3
Concrete	2×10^3	White dwarf star	10^{10}
Aluminum	2.7×10^3	Neutron star	10^{18}

*To obtain the densities in grams per cubic centimeter, simply divide by 10^3 .

$$[792 \text{ kg/m}^3]$$

Παράδειγμα 8.1 Ένας κυλινδρικός, πλαστικός σωλήνας με λεπτά τοιχώματα είναι γεμάτος με άγνωστο υγρό. Ο σωλήνας έχει ακτίνα 2 cm και μήκος 20 cm. Όταν είναι άδειος ζυγίζει 0,2 N ενώ όταν είναι γεμάτος με το υγρό 2,15 N. Υπολογίστε την πυκνότητα του υγρού. Ποιό υγρό θα μπορούσε να είναι αυτό; Ο λόγος της πυκνότητας ενός υγρού προς την πυκνότητα του νερού στους 4°C (που είναι ίση με $1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$) είναι γνωστός ως *σχετική πυκνότητα υγρού*. Υπολογίστε τη σχετική πυκνότητα του υγρού που γεμίζει τον σωλήνα.

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$



$$B = 0.2 \text{ N}$$

$$B' = 2.15 \text{ N}$$

$$d_r = ?$$

ΠΙΕΣΗ

Εαν μια δύναμη F ασκείται κάθετα και ομοιόμορφα (?) πάνω σε μια επιφάνεια με εμβαδό A τότε ορίζουμε ως πίεση:

$$P = F/A \text{ [Pa]} \quad \rightarrow 1\text{bar} = 100000\text{Pa}$$

Η επιφάνεια δεν απαιτείται να είναι πραγματική!!!

Εάν η δύναμη δεν είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη τότε ορίζουμε ως πίεση σε ένα στοιχειώδες τμήμα της επιφανείας ως:

$$P = dF/dA$$

όπου dF η στοιχειώδης δύναμη που ασκείται κάθετα στο στοιχειώδες τμήμα της επιφανείας dA .

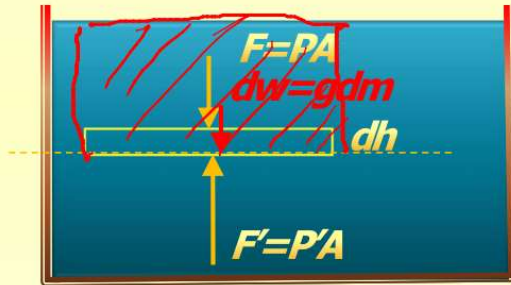
$$[1060 \text{ Pa}, 2.5 \cdot 10^4 \text{ Pa}]$$

Παράδειγμα 8.2 (α) Ένας κυλινδρικός σωλήνας, ακτίνας 1 cm και μήκους 10 cm τοποθετημένος με τον άξονά του κατακόρυφα, είναι γεμάτος με αίμα. Υπολογίστε την πίεση στον πυθμένα του σωλήνα.
(β) Υπολογίστε την πίεση που ασκείται από έναν άνδρα 100 kg στο έδαφος όταν στέκεται όρθιος και κάθε πέλμα του έχει εμβαδόν 200 cm².

$$\underline{\rho_{\text{αίμα}} \approx 1060 \text{ kg/m}^3}$$

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ

Το ρευστό ισορροπεί $\rightarrow$ Το άθροισμα των δυνάμεων στη x και y διεύθυνση πρέπει να είναι ίσο με μηδέν $\Sigma F_x = \Sigma F_y = 0$



$$F + dw = F' \Rightarrow F + dw = F + dF \Rightarrow$$

$$gdm = AdP \Rightarrow g\rho dV = AdP \Rightarrow$$

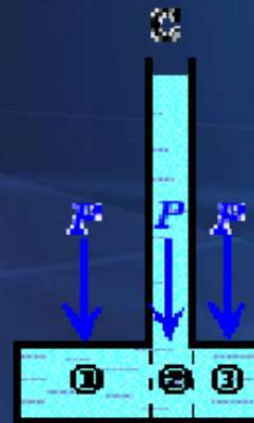
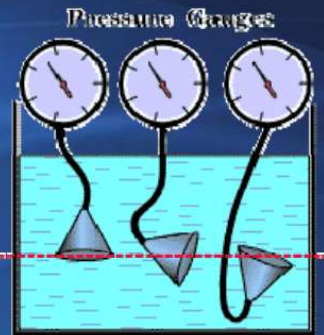
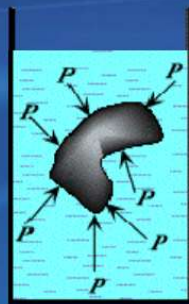
$$g\rho Adh = AdP \Rightarrow g\rho dh = dP \Rightarrow$$

$$\int_0^h g\rho dh = \int_{P_o}^P dP \Rightarrow g\rho h \Big|_0^h = P \Big|_{P_o}^P \Rightarrow g\rho h = P - P_o \quad \rho = \text{σταθ.}$$

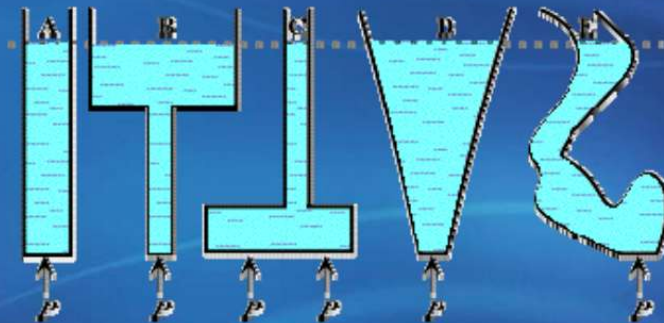
$$P = P_o + g\rho h$$

Θεμελιώδης εξίσωση της υδροστατικής

Η πίεση σε οποιοδήποτε βάθος είναι
η ίδια σε όλες τις κατευθύνσεις.



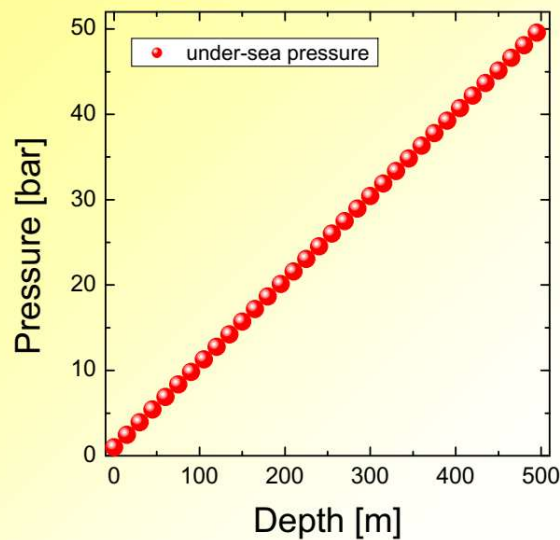
Πόση είναι η πίεση
στα σημεία 1, 2, 3;



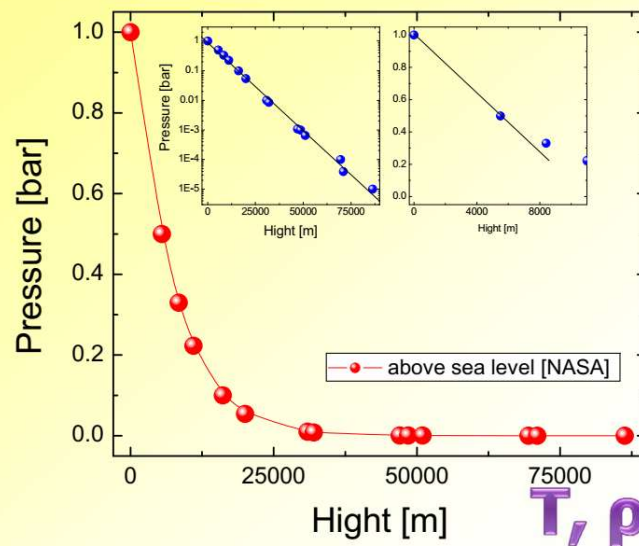
Δοχεία με ίση στάθμη υγρού έχουν
την ίδια πίεση στη βάση τους

$$P = P_o + g\rho h$$

Πίεση νερού κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας, όπως υπολογίζεται από τη θεμελιώδη εξίσωση της υδροστατικής για σταθερή θερμοκρασία και πυκνότητα ρευστού



Πίεση αέρα πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας. Πειραματικά δεδομένα από NASA. Απόκλιση από τη θεωρητική εξίσωση λόγω αλλαγών στην πυκνότητα και θερμοκρασία

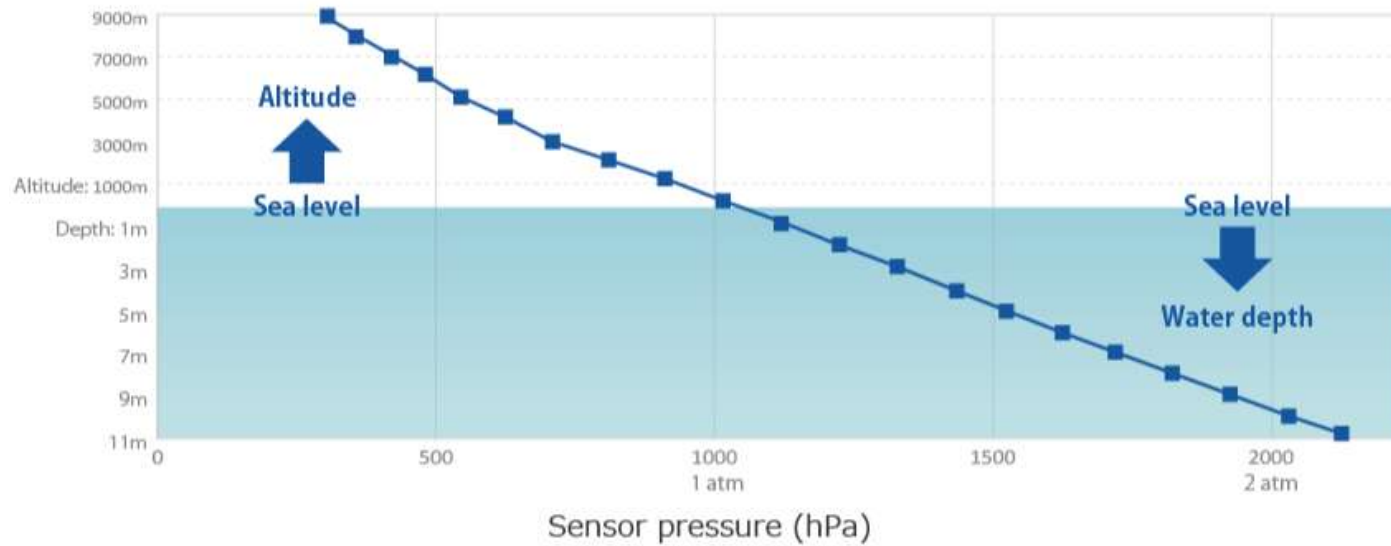


Στα αέρια η υπόθεση πως η πυκνότητα παραμένει σταθερή ισχύει μόνο για μικρές κατακόρυφες μεταβολές. Π.χ. μέσα στο δωμάτιο ($h \sim 3\text{m}$) η πυκνότητα μπορεί να θεωρηθεί σταθερή αλλά για υψόμετρα της τάξης των $\sim 10000\text{m}$ η πίεση μειώνεται κατά παράγοντα 3!

Στην περίπτωση αυτή δε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση

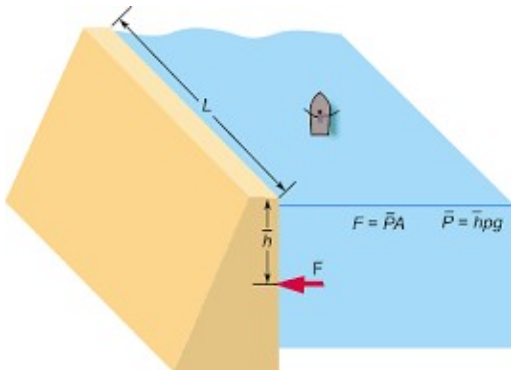
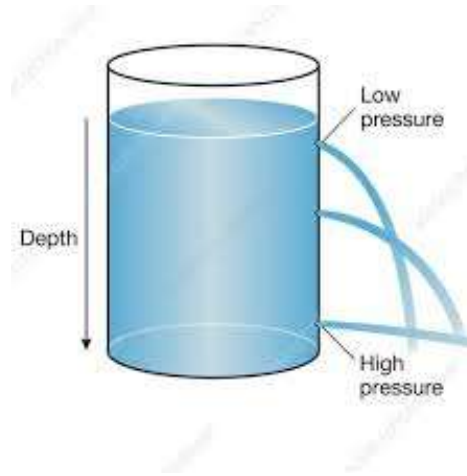
$$P = P_o + g\rho h$$

$\sim 0.25 \text{ atm } \sigma \varepsilon 10 \text{ km vs } >1 \text{ atm } \sigma \varepsilon 10 \text{ m}$

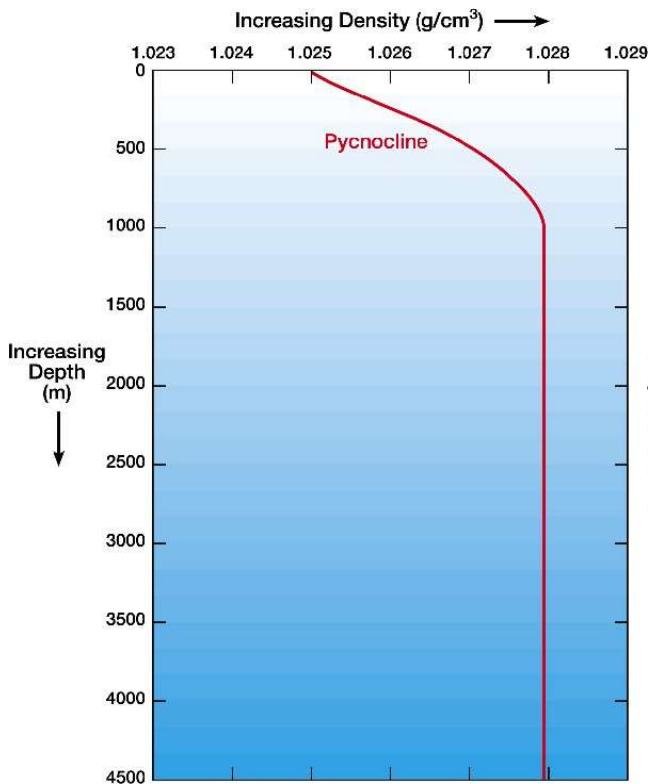


Εφαρμογές

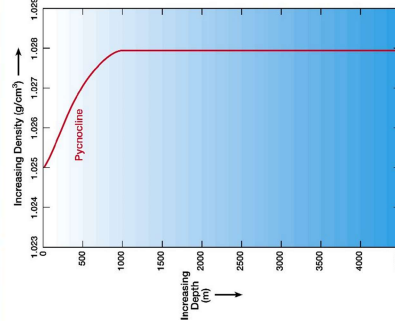
$$P = P_o + g\rho h$$



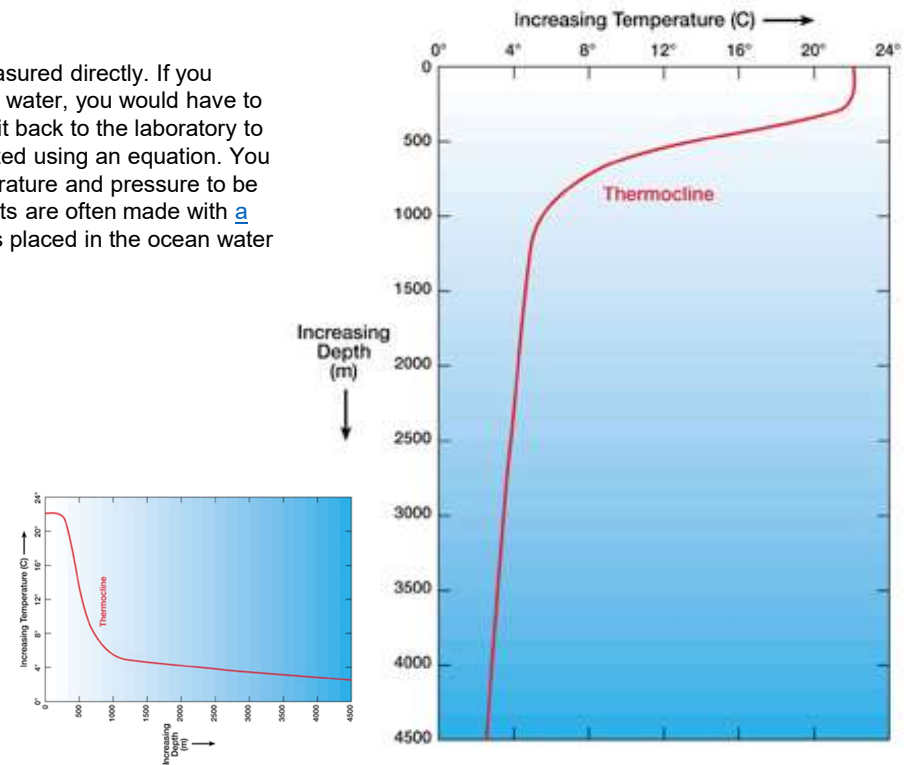
<https://www.windows2universe.org/earth/Water/density.html>



The density of ocean water is rarely measured directly. If you wanted to measure the density of ocean water, you would have to collect a sample of sea water and bring it back to the laboratory to be measured. Density is usually calculated using an equation. You just need to measure the salinity, temperature and pressure to be able to find density. These measurements are often made with a [CTD instrument](#), where the instrument is placed in the ocean water from a ship or a platform.



<https://www.windows2universe.org/earth/Water/temp.html>



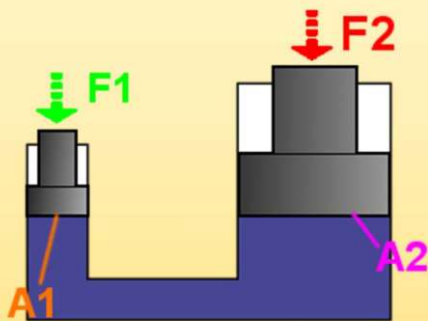
This is a simple temperature-depth ocean water profile. You can see temperature decreases with increasing depth. The thermocline are layers of water where the temperature changes rapidly with depth. This temperature-depth profile is what you might expect to find in low to middle latitudes. Click on image for full size
Windows to the Universe original image

This is a simple density-depth ocean water profile. You can see density increases with increasing depth. The pycnocline are layers of water where the water density changes rapidly with depth. This density-depth profile is typical of what you might expect to find at a latitude of 30-40 degrees south. Windows to the Universe original image

ΑΡΧΗ Pascal:

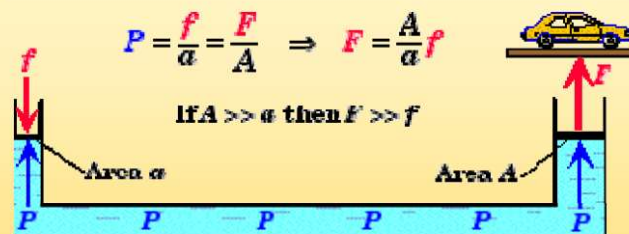
Κάθε εξωτερική πίεση που ασκείται σε οποιοδήποτε σημείο ενός υγρού που ισορροπεί, μεταδίδεται αμετάβλητη σε οποιοδήποτε σημείο του υγρού.

$$F_2 = F_1 (A_2/A_1)$$



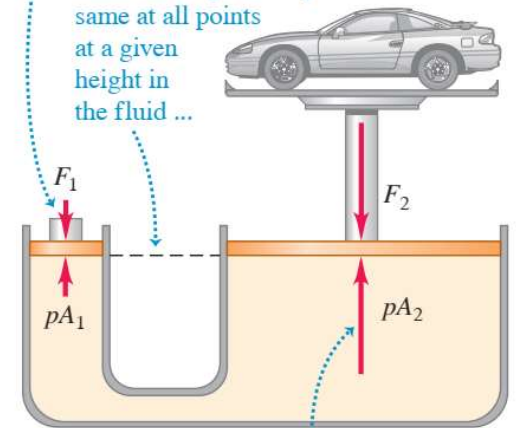
Εφαρμογές:

Υδραυλικά φρένα, πιεστήριο, κλπ.



A small force is applied to a small piston.

Because the pressure p is the same at all points at a given height in the fluid ...



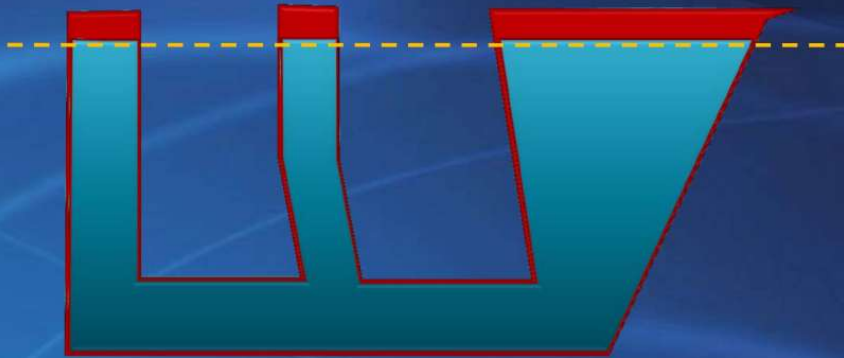
... a piston of larger area at the same height experiences a larger force.

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1$$

ΑΡΧΗ συγκοινωνούντων δοχείων:

Όταν υγρό ισορροπεί μέσα σε δοχεία που συγκοινωνούν οι ελεύθερες επιφάνειές του σε όλα τα δοχεία βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.



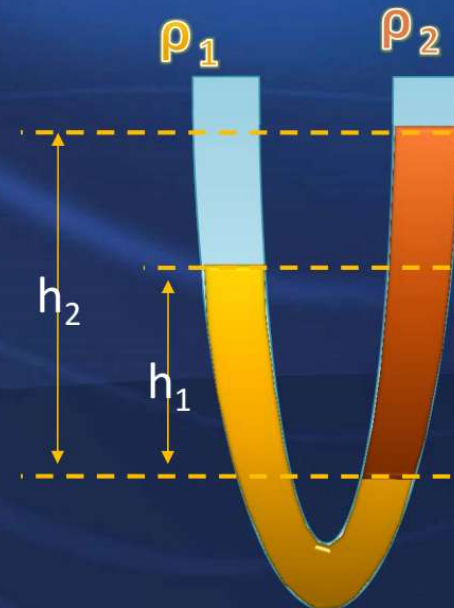
$$P = P_o + g\rho h$$

ΑΡΧΗ συγκοινωνούντων δοχείων:

Δύο μη αναμείξιμα υγρά.

$$P = P_o + g\rho h \quad \text{Για να ισορροπούν τα υγρά}$$

$$g\rho_1 h_1 = g\rho_2 h_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$



Μέτρηση πίεσης – Σχετική και απόλυτη πίεση

p η πίεση προς μέτρηση **ΑΠΟΛΥΤΗ** πίεση

p_o η ατμοσφαιρική πίεση

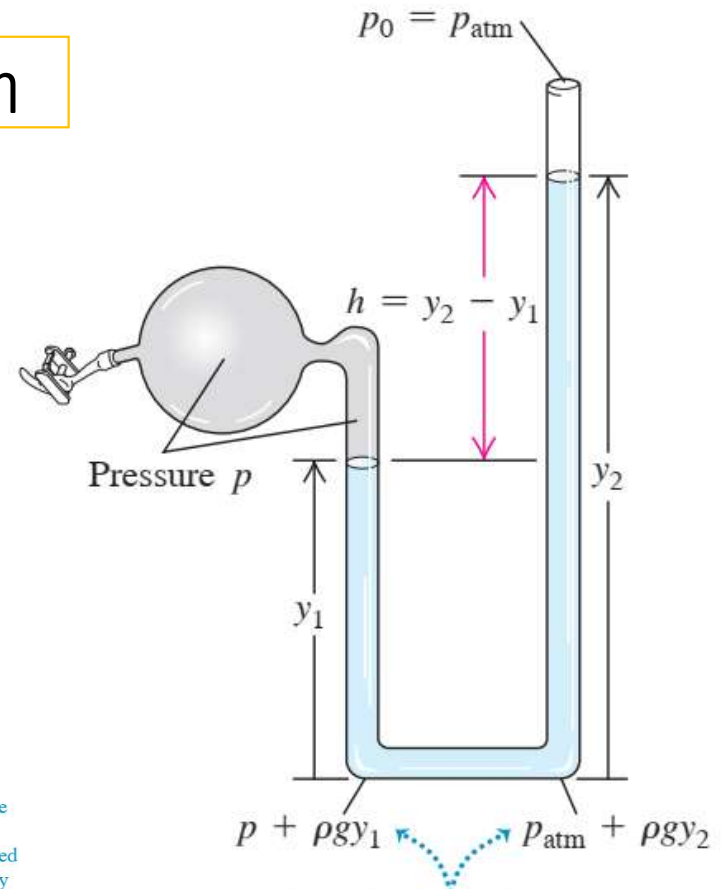
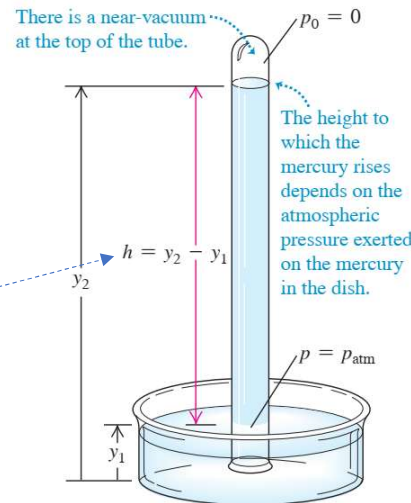
$p - p_o$ η **ΣΧΕΤΙΚΗ** πίεση

$$p + \rho g y_1 = p_{\text{atm}} + \rho g y_2$$

$$p - p_{\text{atm}} = \rho g (y_2 - y_1) = \rho g h$$

Η σχετική πίεση

Π.χ. η πίεση που μετράμε με το ιατρικό πιεσόμετρο είναι σχετική πίεση (130/80). Οι τιμές των δύο πιέσεων εκφράζουν το μέγιστο και ελάχιστο των σχετικών πιέσεων στις αρτηρίες μετρημένες σε mmHg
760 mmHg ~ 1 Atm



Η πίεση είναι η ίδια στα δύο σημεία στο κάτω μέρος του σωλήνα

ΑΡΧΗ του Αρχιμήδη:

Κάθε σώμα βυθιζόμενο σε υγρό δέχεται άνωση ίση με το βάρος του υγρού που εκτοπίζει.

Άνωση: η δύναμη που ασκούν τα κάτω στρώματα του υγρού στα άνω
Εφόσον έχουμε στατικά φαινόμενα και το υγρό είναι σε ισορροπία η
άνωση θα πρέπει να είναι ίση αριθμητικά με το βάρος του υγρού με
όγκο ίσο με εκείνο του σώματος που θα βυθιστεί.

$$A = B_v$$

Όγκος κυλίνδρου V_k

Όγκος υγρού που εκτοπίστηκε V_u

$$V_k = V_u$$



✓ Εάν $A > B_k$ τότε το σώμα επιπλέει

✓ Εάν $A < B_k$ τότε το σώμα βουλιάζει στον πάτο

✓ Εάν $A = B_k$ τότε το σώμα αιωρείται οπουδήποτε μέσα στο υγρό

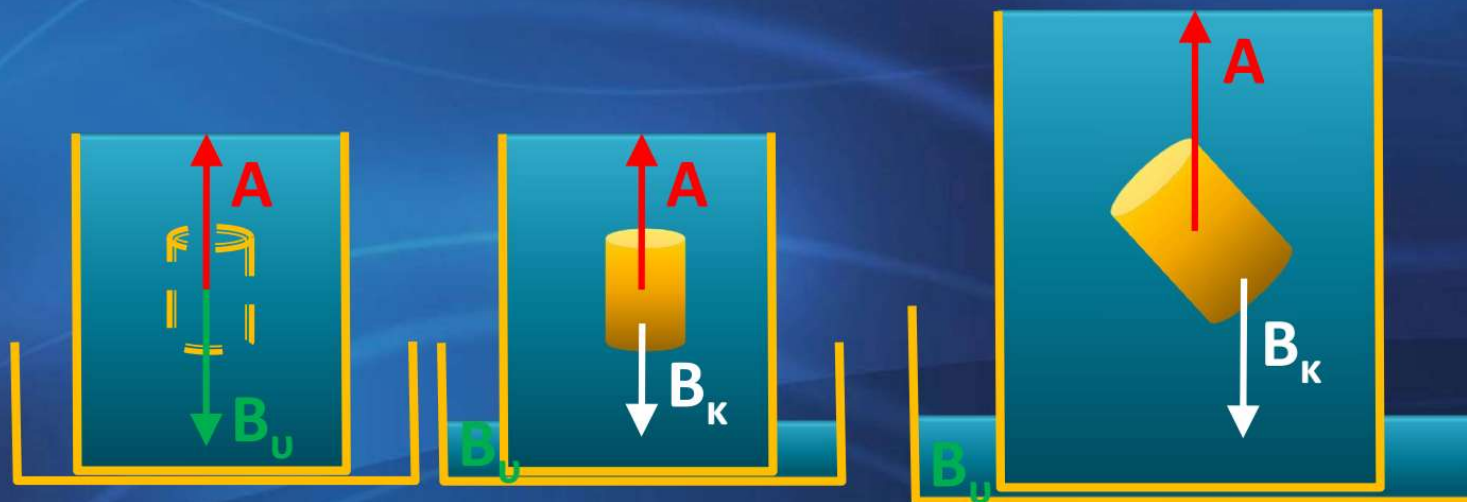
ΑΡΧΗ του Αρχιμήδη:

Το σημείο εφαρμογής της άνωσης είναι το κέντρο μάζας του νερού που εκτοπίστηκε

Το σημείο εφαρμογής του βάρους του σώματος είναι το κέντρο μάζας του σώματος

Αν για π.χ. ο κύλινδρος είχε κέντρο μάζας κοντά στην κάτω επιφάνειά του τότε τα σημεία εφαρμογής A και B_K θα ήταν διαφορετικά

Αποτέλεσμα εάν στρέψουμε το σώμα τότε πάνω του θα ασκηθεί ζεύγος δυνάμεων $\rightarrow$ ροπή



ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΩΜΑΤΩΝ ΠΟΥ ΕΠΙΠΛΕΟΥΝ ($A > B_{\Sigma}$)

(Α) ΕΥΣΤΑΘΗΣ – ΚΒ σώματος κάτω από το κέντρο άνωσης

(Β) ΑΔΙΑΦΟΡΗ – ΚΒ σώματος ίδιο με το κέντρο άνωσης

(Γ) ΑΣΤΑΘΗΣ – ΚΒ σώματος πάνω από το κέντρο άνωσης

[55N κ 37N , ~ 4%] → ~ 5.5L.

Παράδειγμα 8.8 Ένας άνδρας βάρους 800 N εκτοπίζει όγκο νερού ίσο με $0,076 \text{ m}^3$ όταν βυθιστεί σε μια πισίνα (θεωρήστε το νερό της πισίνας ως καθαρό νερό). Υπολογίστε το φαινόμενο βάρος του όταν είναι βυθισμένος σε πισίνα και όταν είναι στη θάλασσα. Τα περισσότερα ζώα της ξηράς μπορούν να επιπλέουν στο νερό όταν κρατούν τους πνεύμονές τους πλήρως διεσταλμένους αλλά βυθίζονται όταν εκπνέουν τον αέρα. Με αυτά τα δεδομένα και υποθέτοντας ότι όταν οι πνεύμονες είναι πλήρως διεσταλμένοι, το σώμα δέχεται στο καθαρό νερό άνωση επί του συνολικού όγκου του ίση με το βάρος του, βρείτε την % αύξηση του όγκου του σώματος όταν οι πνεύμονες είναι πλήρως διεσταλμένοι.

[1426 m]

Παράδειγμα 8.9 Το ψηλότερο παγόβουνο που μετρήθηκε ποτέ ήταν 168 m πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας. Αν υποθέσουμε ότι είχε το σχήμα ενός μεγάλου κυλίνδρου υπολογίστε σε πόσο βάθος κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας έφτανε. (Αγνοήστε τη μεταβολή της πυκνότητας του νερού ή του πάγου με το βάθος ή τη θερμοκρασία.)

→ θάλασσα.

$$\rho_w = 1025 \text{ kg/m}^3$$
$$\rho_i = 917 \text{ kg/m}^3$$

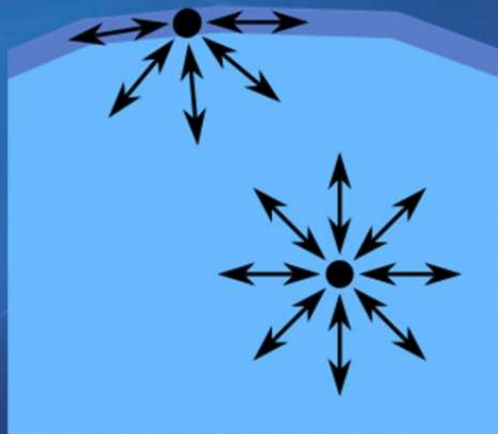


David Doubilet

ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΤΑΣΗ

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΣΥΝΟΧΗΣ: Οι ελκτικές δυνάμεις μεταξύ των μορίων του υγρού [επιφανειακή τάση]

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ: Οι δυνάμεις μεταξύ των μορίων του υγρού και των μορίων του τοιχώματος του δοχείου [τριχοειδή φαινόμενα]



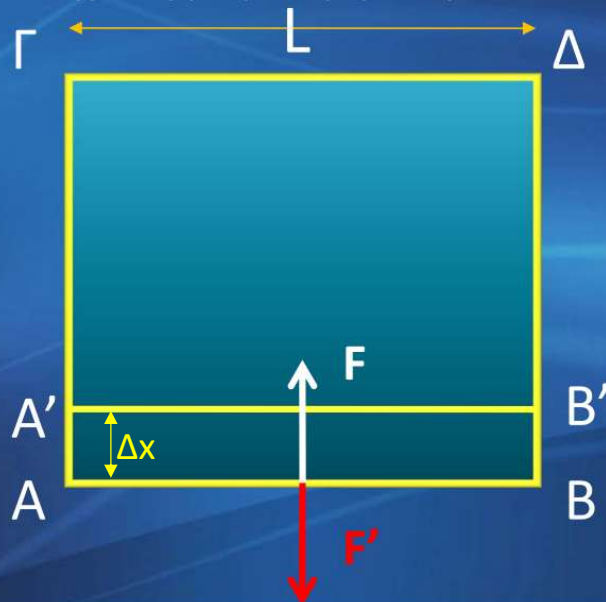
Γενικά όλα τα φυσικά συστήματα τείνουν να ελαχιστοποιήσουν την ενέργειά τους. Όταν τα μόρια ενός υγρού αλληλεπιδρούν η δυναμική ενέργεια του συστήματος ελάττώνεται (γι' αυτό και σχηματίζεται το υγρό). Ένα μόριο στο εσωτερικό του υγρού αλληλεπιδρά με περισσότερους γείτονες ενώ τα μόρια της επιφανείας με λιγότερους. Άμεση συνέπεια τα δεύτερα να συνεισφέρουν λιγότερο στη μείωση της ενέργειας του συστήματος. Το σύστημα τείνει να σχηματίσει τη μικρότερη δυνατή διεπιφάνεια με τον αέρα.

ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΤΑΣΗ

Εάν σε ένα υγρό σε ισορροπία προσπαθήσουμε να αυξήσουμε την διεπιφάνειά του με τον αέρα κατά ΔA , θα καταβάλουμε έργο ίσο με $\gamma \Delta A$ όπου γ ορίζεται σαν ο **συντελεστής επιφανειακής τάσης** και είναι χαρακτηριστικό κάθε υλικού. Το έργο αυτό αποθηκεύεται ως δυναμική ενέργεια. Το γ έχει διαστάσεις F/l [N/m]

$$\gamma = \frac{F}{2L} = \frac{F\Delta x}{2L\Delta x} = \frac{W}{\Delta A}$$

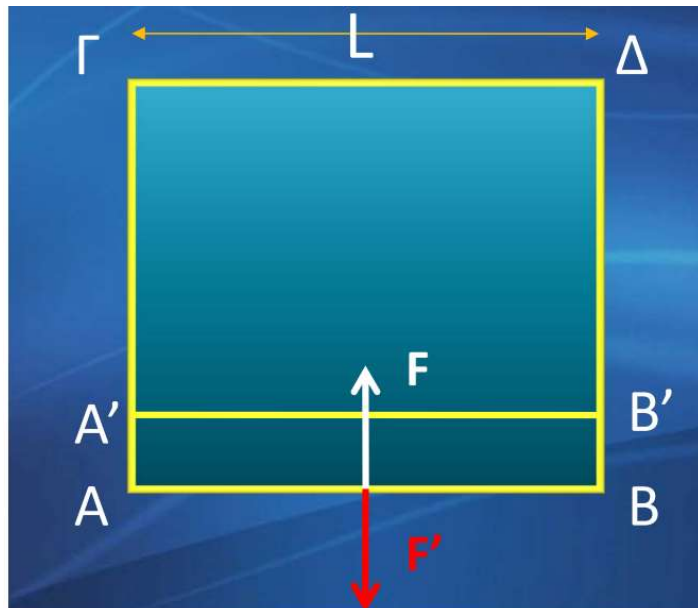
Αφού όλα τα υγρά τείνουν να διαθέσουν τη μικρότερη διεπιφάνεια με τον αέρα το σχήμα τους θα πρέπει να είναι εκείνο το οποίο για συγκεκριμένο όγκο θα έχει τη μικρότερη επιφάνεια δηλ. η σφαίρα



Εναλλακτικός ορισμός του συντελεστή επιφανειακής τάσης. Σε πλαίσιο ΑΒΓΔ εάν δημιουργήσουμε υμένα από π.χ. Σαπουνόνερο το κινητό μέλος ΑΒ θα έρθει στη θέση Α'Β'. Η δύναμη F' , την οποία πρέπει να ασκήσουμε για να επανέλθει η κινητή πλευρά στα σημεία ΑΒ βρίσκεται πως είναι ανάλογη του μήκους L δηλαδή $F=2\gamma L$

Ο συντελεστής επιφανειακής τάσης είναι χαρακτηριστικός για κάθε υλικό και εξαρτάται από τη θερμοκρασία (αυξανόμενη της θερμοκρασίας ο γ ελαττώνεται)

ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΤΑΣΗ



Επιφανειακή τάση ενός υγρού είναι οι δυνάμεις που αναγκάζουν τα υγρά να πάρουν τη μικρότερη δυνατή επιφάνεια για δεδομένο όγκο.

Έτσι η επιφάνειά τους αποκτά ιδιότητες «ελαστικής μεμβράνης» και μπορεί να συγκρατήσει αντικείμενα μεγαλύτερης πυκνότητας.

Ως επιφανειακή τάση ορίζεται το ποσόν της ενέργειας που απαιτείται για να αυξήσουμε το εμβαδόν της επιφάνειας ενός υγρού κατά μία μονάδα ή τη δύναμη ανά μονάδα μήκους η οποία ενεργεί κάθετα σε μια τυχαία τομή (γραμμή) πάνω στην επιφάνεια. Η επιφανειακή τάση μπορεί να εκδηλωθεί τόσο σε μορφές επιφανειακής ενέργειας όσο και σε επιφανειακή δύναμη.

ΤΡΙΧΟΕΙΔΗ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ: Οι δυνάμεις μεταξύ των μορίων του υγρού και των μορίων του τοιχώματος του δοχείου [τρίχοειδή φαινόμενα]

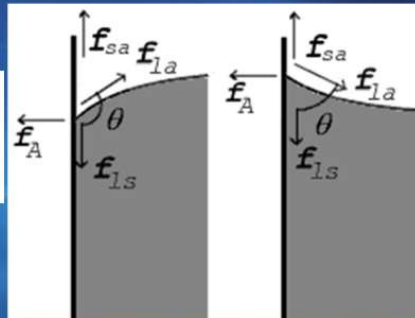
Εαν η ελεύθερη επιφάνεια ενός υγρού που ισορροπεί πλησίον ενός στερεού είναι κοίλη (οξεία γωνία της επιφάνειας του υγρού με την επιφάνεια του στερεού) τότε λέμε πως το υγρό διαβρέχει το στερεό. Εάν είναι κυρτή (αμβλεία γωνία) λέμε πως δεν το διαβρέχει

- γ_{ls} is the liquid–solid surface tension,
- γ_{la} is the liquid–air surface tension,
- γ_{sa} is the solid–air surface tension,
- θ is the contact angle, where a concave meniscus has contact angle less than 90° and a convex meniscus has contact angle of greater than 90° .^[8]

θ – γωνία συνεπαφής

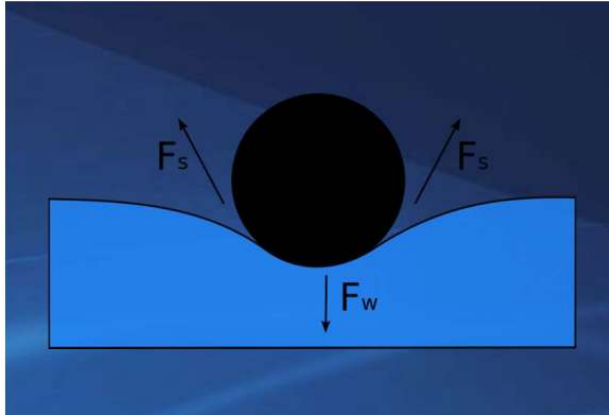
$$f_A = f_{la} \sin \theta$$

$$f_{ls} - f_{sa} = -f_{la} \cos \theta \quad \longrightarrow \quad \gamma_{ls} - \gamma_{sa} = -\gamma_{la} \cos \theta$$



Liquid	Solid	Contact angle
water	soda-lime glass lead glass fused quartz	0°
ethanol		
diethyl ether		
carbon tetrachloride		
glycerol		
acetic acid	paraffin wax	107°
water	silver	90°
methyl iodide	soda-lime glass	29°
	lead glass	30°
	fused quartz	33°
mercury	soda-lime glass	140°

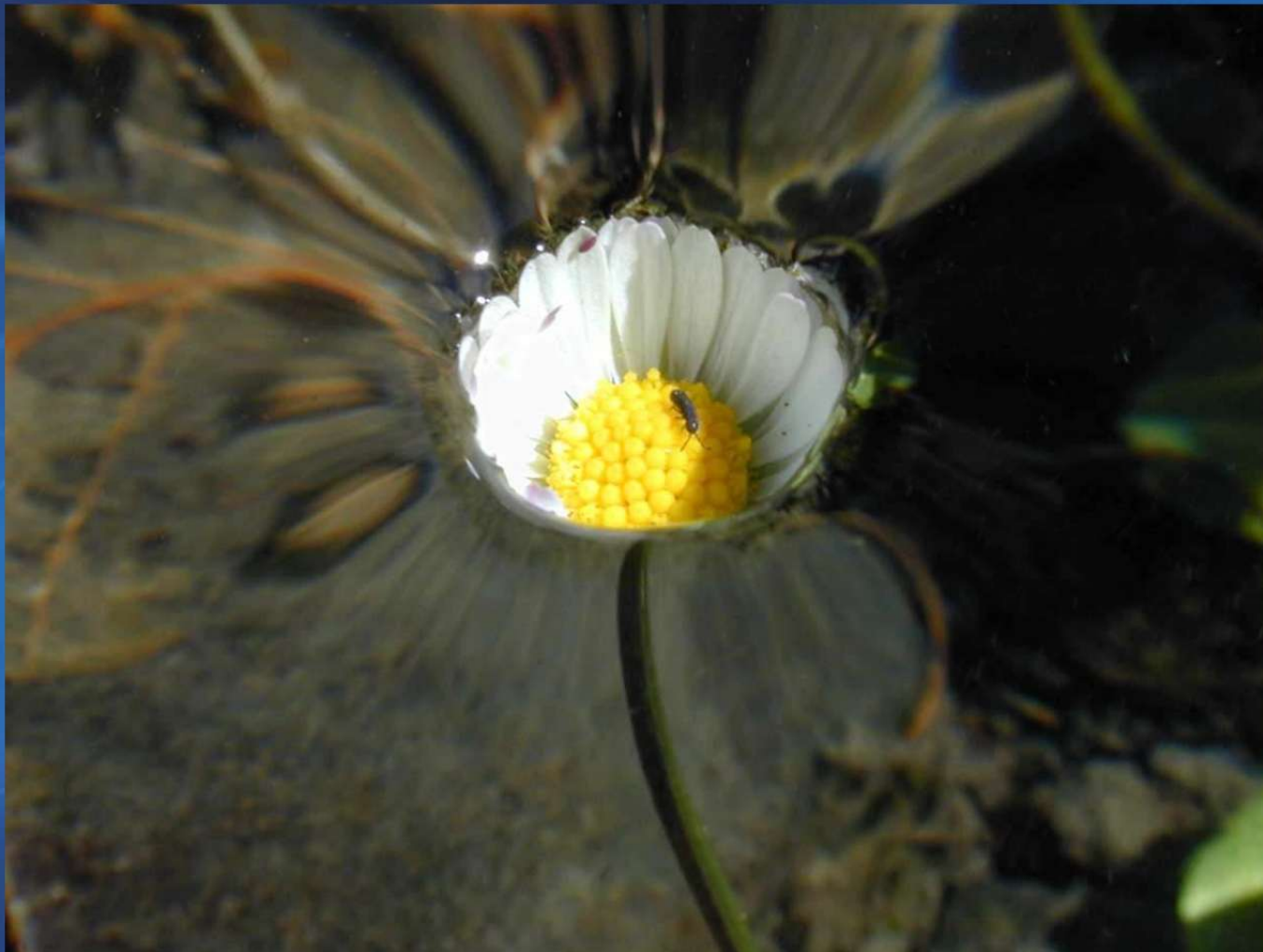
Some liquid-solid contact angles



$$F_w = 2F_s \sin \theta \quad \Leftrightarrow \quad mg = 2\gamma L \sin \theta$$









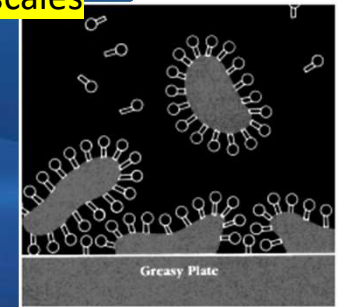
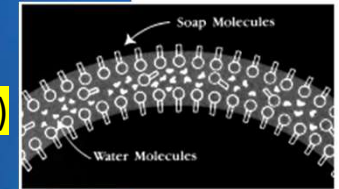


Marangoni effect

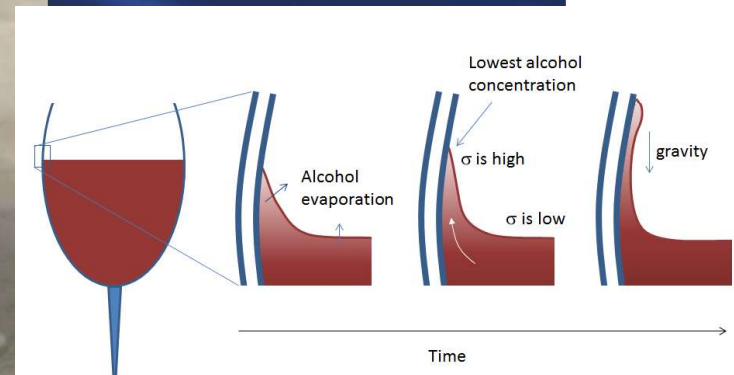
Marangoni effect
Μεταφορά μάζας
κατά μήκος μιας
διεπιφάνειας
εξαιτίας της
διαφοράς της
επιφανειακής τάσης
Επιφανειακή τάση
αλκοόλης < επιφανειακή
τάση νερού



Temperature
(thermocapillary effect)
Concentration
(solutocapillary effect)
microfluids and larger scales



<https://www.exploratorium.edu/ronh/bubbles/soap.html>





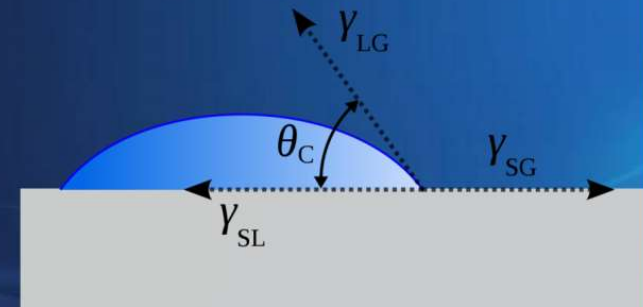
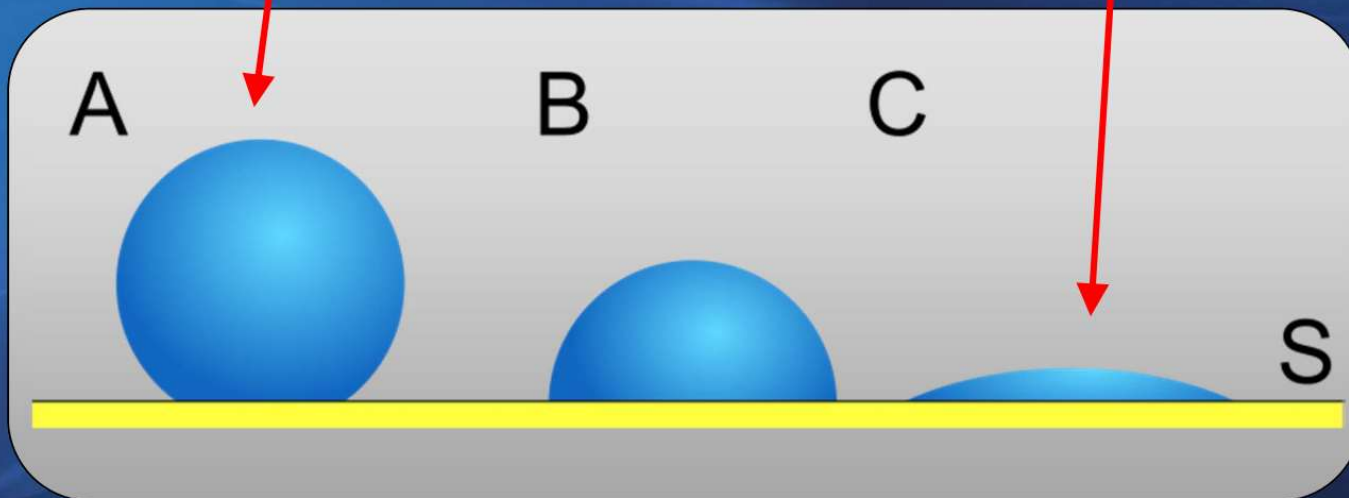




ΓΩΝΙΑ *συν*ΕΠΑΦΗΣ

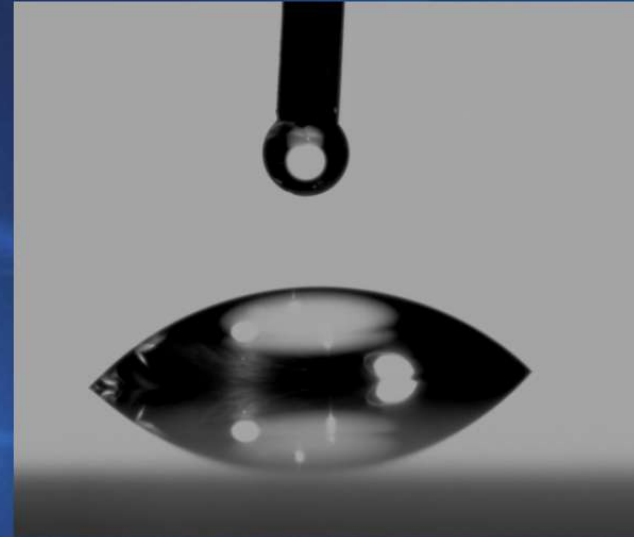
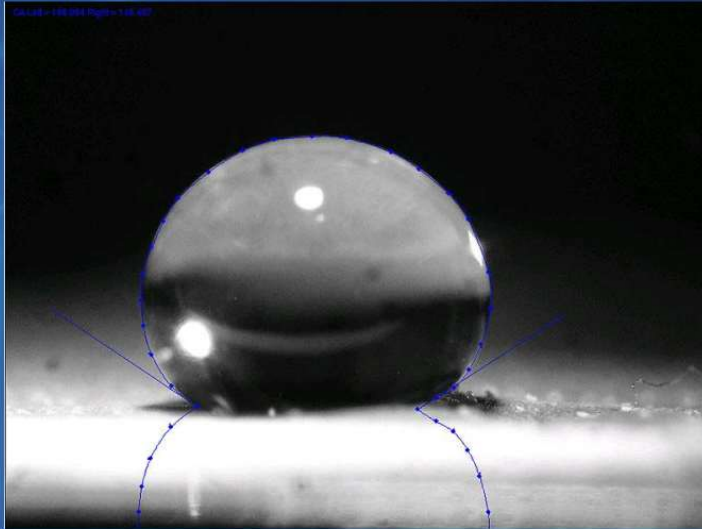
Μεγάλη γωνία επαφής

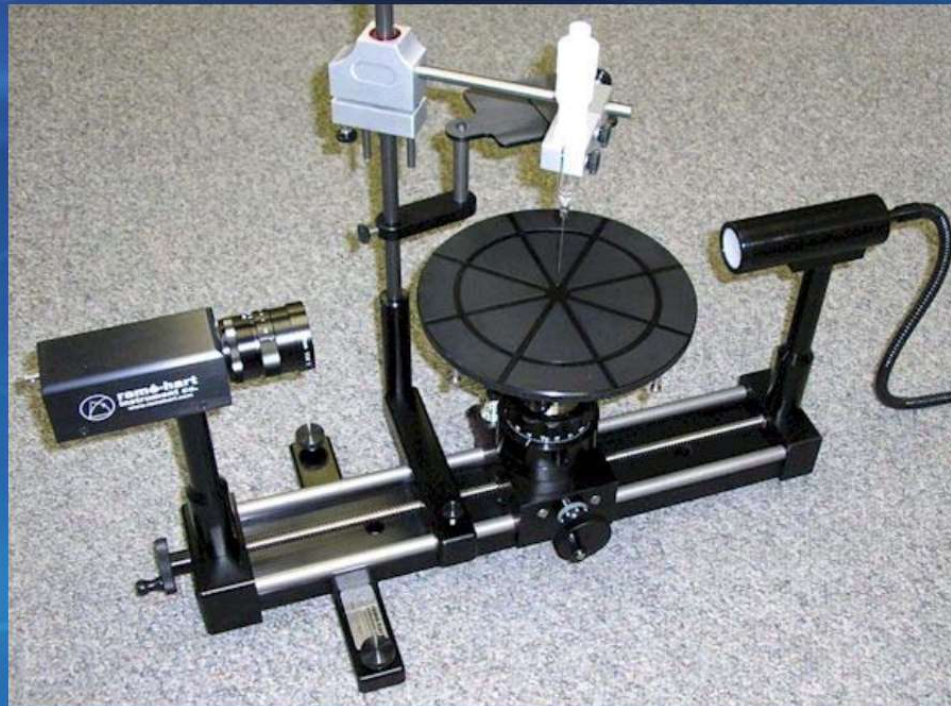
Το υγρό δε διαβρέχει το στερεό
Δύναμη συνοχής > Δύναμη
συνάφειας



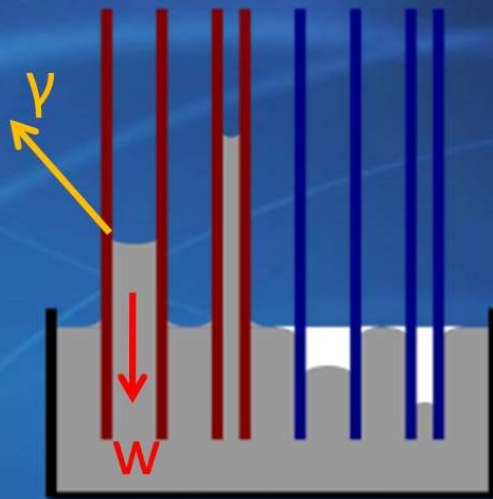
Μικρή γωνία επαφής

Το υγρό διαβρέχει το στερεό
Δύναμη συνάφειας > Δύναμη
συνοχής





ΤΡΙΧΟΕΙΔΗ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ – ΤΡΙΧΟΕΙΔΕΙΣ ΣΩΛΗΝΕΣ



Βάρος του υγρού πάνω από την επιφάνεια

Στους κόκκινους σωλήνες το υγρό διαβρέχει το σωλήνα. Παρατηρείται ανύψωση της στάθμης του υγρού στο σωλήνα (νερό/γυαλί)

Στους μπλε σωλήνες το υγρό δε διαβρέχει το σωλήνα. Παρατηρείται βύθιση της στάθμης του υγρού στο σωλήνα (Hg/γυαλί)

θ γωνία συνεπαφής



$$w = \pi r^2 h \rho g$$

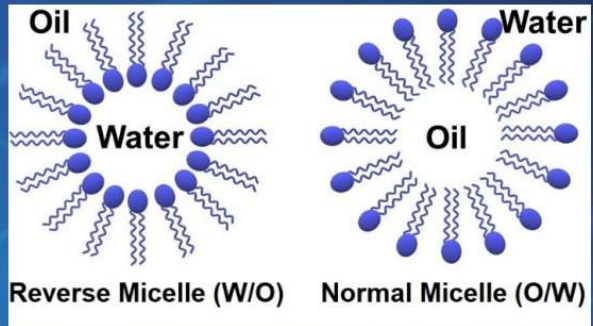
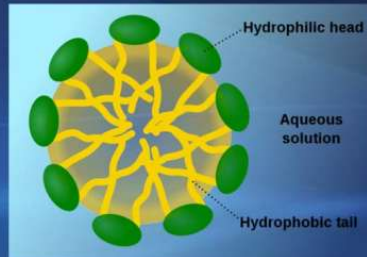


$$F = \gamma 2\pi r \cos \theta$$

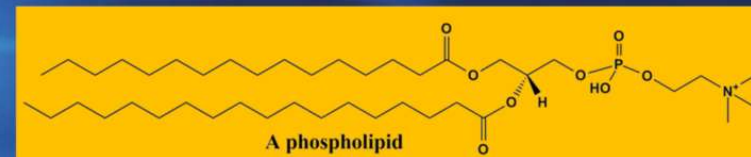
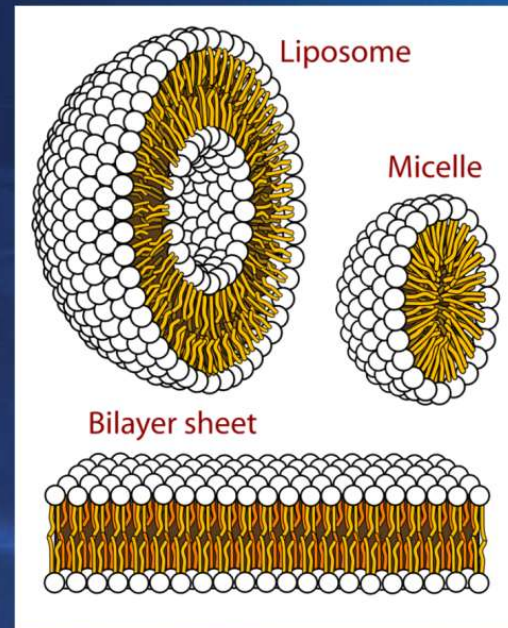
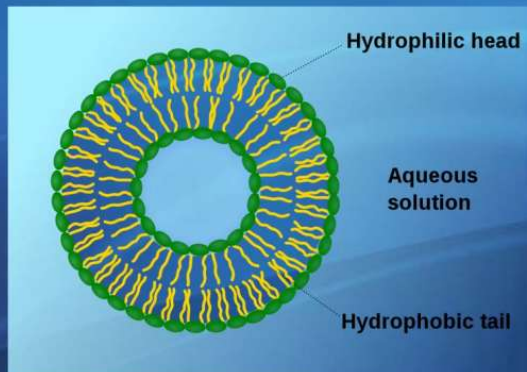
$$F = w \Rightarrow h = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g r}$$



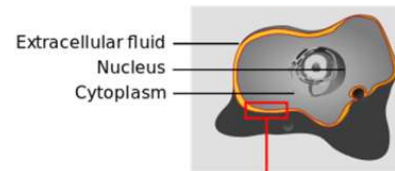
Μικκύλια



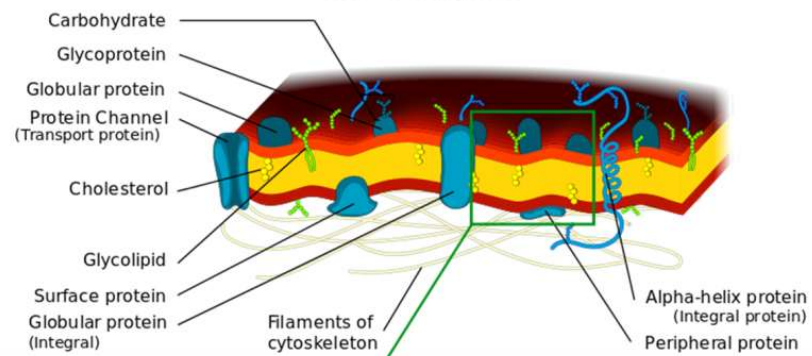
Κυστίδια



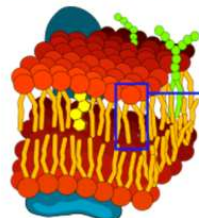
Cell



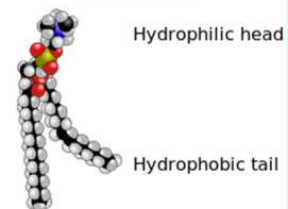
Cell membrane



Phospholipid bilayer



Phospholipid (Phosphatidylcholine)



Phospholipids & Liposomes (drug delivery)

Αποτελούνται από αμφίφυλες χημικές ομάδες.

Η αυτό-οργάνωσή τους οφείλεται σε

σταθερότητα λόγω ενεργειακών παραγόντων (φορτία, δεσμοί H, περιβάλλον π.χ. pH, άλατα

δομικές ιδιότητες (μεγέθη μορίων)

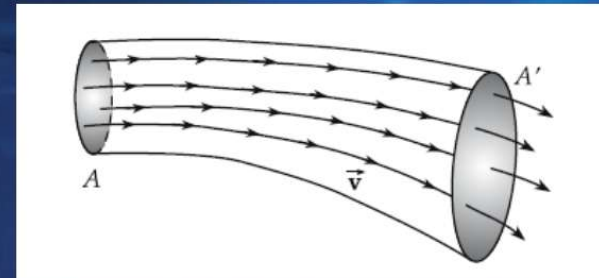
εντροπικούς παράγοντες (θερμοδυναμική)

Η θερμοκρασία αποτελεί σημαντικό παράγοντα για τη σταθερότητά τους (υδρογονομένη λεκιθίνη διατηρεί τη δομή της σε υψηλότερες θερμοκρασίες από τη μη υδρογονομένη κι επομένως διαθέτει μεγαλύτερη σταθερότητα)

ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

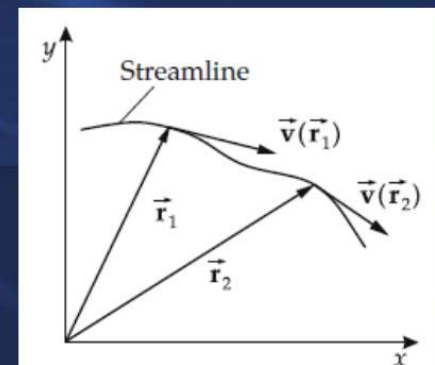
Η επιστήμη που μελετά τη ροή των ρευστών ΟΡΙΣΜΟΙ

ΠΕΔΙΟ ΡΟΗΣ είναι πεδίο ταχυτήτων και ορίζεται μέσα στο χώρο στον οποίο ρέει ένα ρευστό.



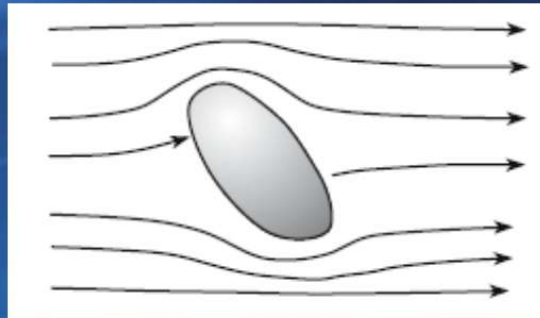
ΜΟΝΙΜΟ/ΣΤΡΩΤΟ πεδίο → **ΜΟΝΙΜΗ/ΣΤΡΩΤΗ** ροή όταν η ταχύτητα του ρευστού σε κάθε σημείο του πεδίου είναι χρονικά σταθερή. Σε διαφορετική περίπτωση λέμε πως έχουμε μη μόνιμη/τυρβώδη ροή.

ΡΕΥΜΑΤΙΚΗ ΓΡΑΜΜΗ/ΓΡΑΜΜΗ ΡΟΗΣ: η τροχιά που ακολουθεί ένα μόριο ρευστού κατά την κίνησή του. Σε κάθε σημείο της ρευματικής γραμμής η ταχύτητα είναι εφαπτόμενη στη γραμμή

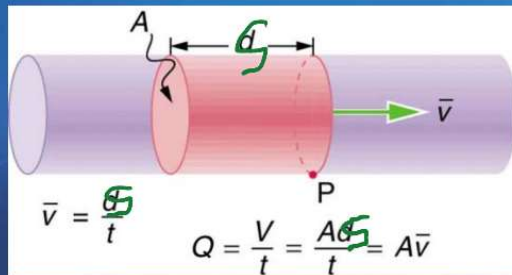


ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

ΦΛΕΒΑ: Σύνολο ρευματικών γραμμών στο πεδίο ροής του ρευστού



ΠΑΡΟΧΗ Q: ο όγκος του ρευστού dV που περνά από μια κάθετη διατομή A μέσα σε χρόνο dt δια το χρόνο αυτό



$$Q = \frac{dV}{dt} = \frac{A ds}{dt} = Au$$

[m³/s]

ΙΙΔΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ

1. Είναι τελείως ασυμπίεστα
2. Δεν έχουν εσωτερική τριβή
3. Δεν παρουσιάζουν συνάφεια με τα τοιχώματα
4. Η πυκνότητα είναι ανεξάρτητη του βάθους

ΝΟΜΟΙ

- ✓ Συνέχειας
- ✓ Bernoulli

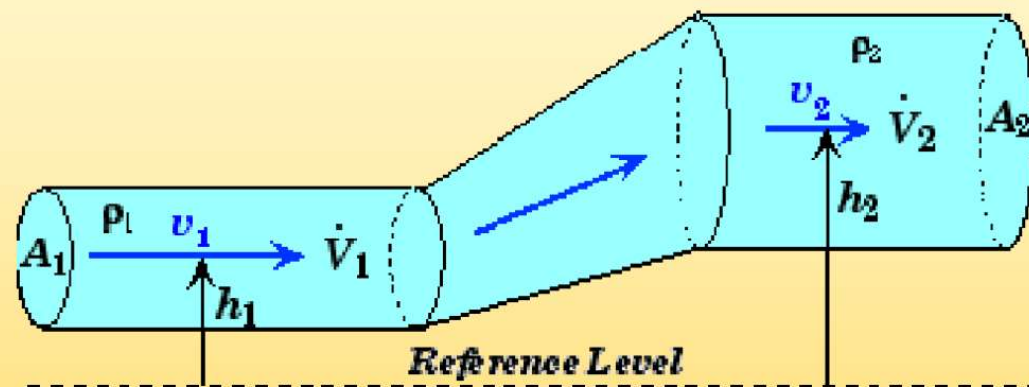
ΙΔΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ

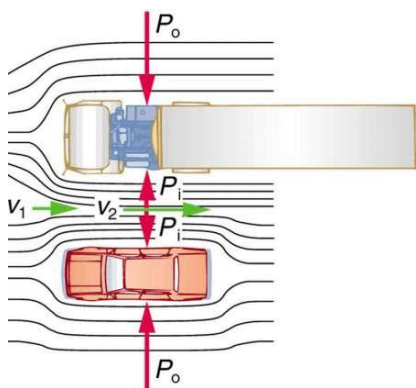
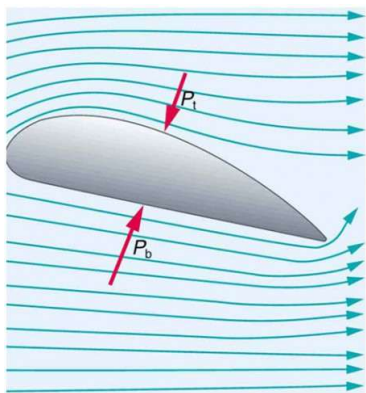
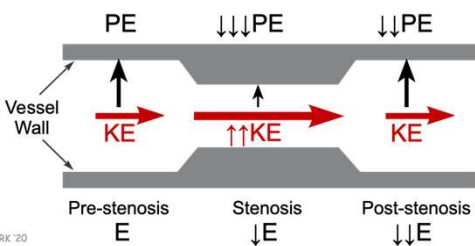
ΝΟΜΟΣ Συνέχειας

Η παροχή μιας φλέβας σε οποιαδήποτε διατομή κατά μήκος της είναι σταθερή

$$A_1 u_1 = A_2 u_2$$

continuity equation in differential form			LT^{-1}
$\text{div } \vec{v} = 0$	Symbol	Unit	Quantity
	$\vec{v}$	m/s	velocity field





ΙΔΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ

NΟΜΟΣ Bernoulli

Κατά μήκος μιας φλέβας το άθροισμα της στατικής P , της υψομετρικής ρgh και της δυναμικής πίεσης $\rho u^2/2$ είναι σταθερό

$$P + \rho gh + \frac{1}{2} \rho u^2 = \text{σταθ.}$$

Bernoulli's equation

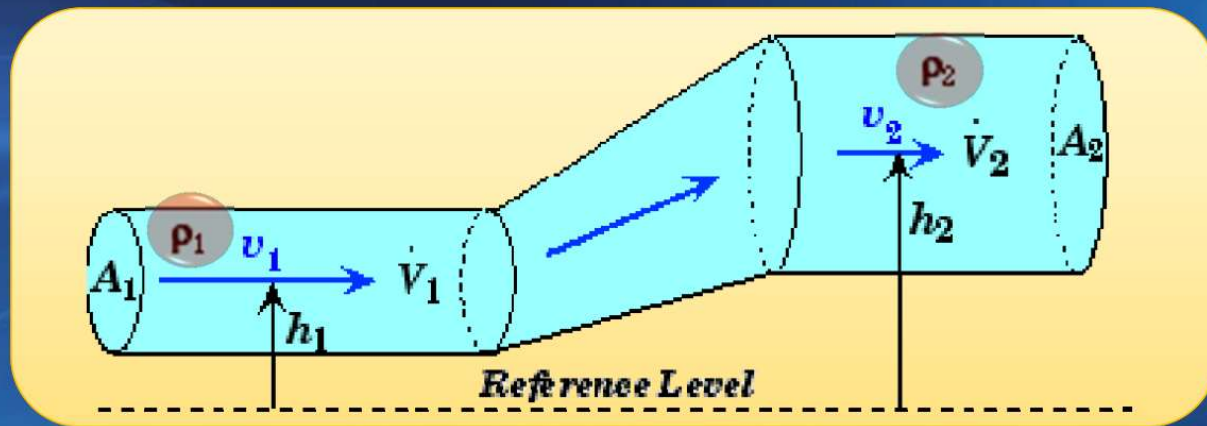
$\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh = \text{const.}$$

Symbol	Unit	Quantity
p	Pa	static pressure
ρ	kg/m ³	density
v	m/s	flow velocity
g	m/s ²	gravitational acceleration
h	m	height

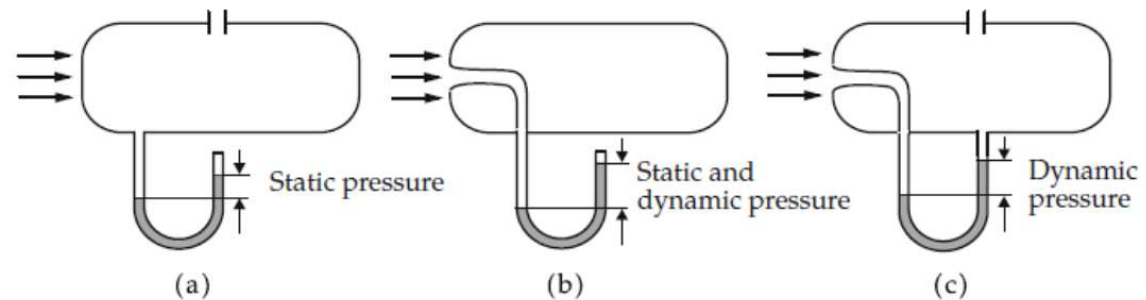
NOMΟΣ Bernoulli

Ιδανικό ρευστό $\rho_1 = \rho_2$



$$P_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2$$

Πώς μετράμε
τη δυναμική
και στατική
πίεση



Παράδειγμα 8.4 Ας υποθέσουμε ότι ένας καθετήρας εισέρχεται στην αορτή, τη μεγαλύτερη αρτηρία του σώματος, για να μετρήσουμε την τοπική πίεση και ταχύτητα του αίματος (οι φυσιολογικές τους τιμές έχουν βρεθεί να είναι $1.4 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ και 0.4 m/s αντίστοιχα) και να εστιάσουμε το εσωτερικό της αρτηρίας. Εάν η φυσιολογική εσωτερική διάμετρος της αορτής έχει βρεθεί να είναι 2 cm ενώ παρατηρείται ότι σε μια περιοχή της στενεύει κατά 30% λόγω εναπόθεσης αθηρωματικής πλάκας, βρείτε την ταχύτητα και τη μεταβολή της πίεσης του αίματος στη στενή αυτή περιοχή. Υποθέστε ότι το αίμα είναι ιδανικό ρευστό και χρησιμοποιήστε την τιμή για την πυκνότητα 1.06 g/cm^3 .
[νόμος συνέχειας 0.82 m/s , Bernoulli $\Delta P = 270 \text{ Pa}$]

Παράδειγμα 8.6 Μια πισίνα κολύμβησης, που στη μια της πλευρά ο πυθμένας της βρίσκεται σε βάθος 1 m , βαθαίνει γραμμικά μέχρι τα 5 m στο μέσο της και διατηρεί από εκεί και πέρα αυτό το βάθος έως και την απέναντι πλευρά της. Βρείτε την πίεση που ασκείται σε ένα μικρό σφαιρικό μπαλόνι διαμέτρου 2 cm που το κρατάμε στον πυθμένα της πισίνας σε κάθε μια (ρηχή-βαθιά) από τις πλευρές της. Επίσης βρείτε τη συνολική δύναμη συμπίεσης που ασκείται εξαιτίας του νερού στο μπαλόνι, όταν αυτό συγκρατείται στον πυθμένα στη ρηχή και στη βαθιά περιοχή της πισίνας αντίστοιχα.

$[1.1 \cdot 10^5 \text{ Pa}, 1.5 \cdot 10^5 \text{ Pa}]$ και $[138 \text{ N}, 188 \text{ N}]$

Παράδειγμα 8.7 Η πίεση του αίματος μεταβάλλεται, όχι μόνο περιοδικά ως προς τον χρόνο σύμφωνα με τους παλμούς της καρδιάς, αλλά, όπως θα δούμε και στο επόμενο κεφάλαιο, και χωρικά για διαφορετικά στο ανθρώπινο σώμα. Η χωρική αυτή μεταβολή εξαρτάται από το ύψος που εξετάζουμε την πίεση του αίματος αγγείου πάνω από την εξεταζόμενη θέση. Αν υποθέσουμε ότι η μέση πίεση του αίματος στην καρδιά συνήθως, και είναι ίση με 100 mm Hg – σε επόμενη ενότητα ορίζονται αυτές οι μονάδες), βρείτε την πίεση του αίματος στο επίπεδο των ποδιών (1,3 m κάτω από την καρδιά) και στο επίπεδο της κεφαλής (0,5 m πάνω από την καρδιά). Αν κάποιος δεχτεί επιτάχυνση προς τα πάνω, όπως για παράδειγμα κατά την απογείωση ενός αεροπλάνου ή ακόμα και σε έναν ταχύ ανελκυστήρα ψηλού κτιρίου, η αυξημένη πίεση μπορεί να αποστραγγίσει το αίμα από το κεφάλι του. Ποιά είναι η ελάχιστη επιτάχυνση για την οποία θα συνέβαινε κάτι τέτοιο; (Θεωρήστε ότι το κεφάλι βρίσκεται σε ύψος 25 cm από την καρδιά).

[~27 kPa, ~8 kPa, ~4g]

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ

Είναι συμπιεστά
Έχουν εσωτερική τριβή
Παρουσιάζουν συνάφεια με τα τοιχώματα

Στα πραγματικά ρευστά σε μια οποιαδήποτε εγκάρσια διατομή μιας φλέβας οι ταχύτητες στις διάφορες ρευματικές γραμμές δεν είναι ίσες όπως συμβαίνει στα ιδανικά ρευστά

Ο νόμος της συνέχειας ΙΣΧΥΕΙ εάν το πραγματικό ρευστό είναι ασυμπίεστο

Ο νόμος Bernoulli ΙΣΧΥΕΙ και για πραγματικά ρευστά εφόσον:

- 1) Το ρευστό είναι ασυμπίεστο
- 2) Το ρευστό δεν παρουσιάζει σημαντική εσωτερική τριβή
- 3) Η ροή είναι στρωτή
- 4) Η ταχύτητα σε κάθε σημείο του ρευστού δε μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια της παρατήρησης

ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΤΡΙΒΗ

Η εσωτερική τριβή στα ρευστά ονομάζεται ιξώδες

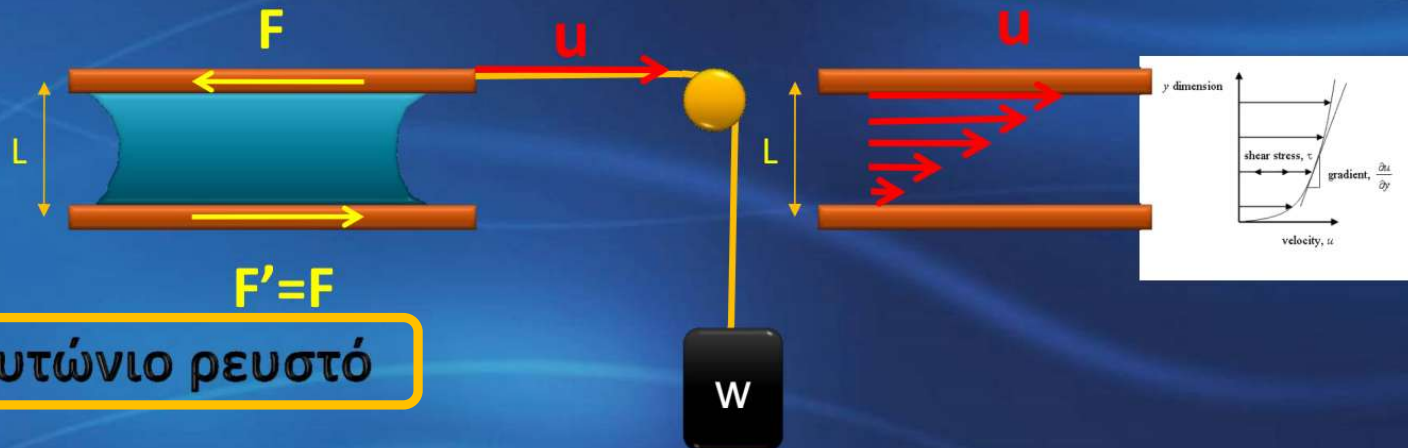
Λόγω του ιξώδους:

Ένα σώμα που βρίσκεται σε ροή ρευστού τείνει να παρασυρθεί από αυτό

Παρουσιάζει αντίσταση στη ροή του ρευστού

Στην τυρβώδη ροή παρουσιάζονται στρόβιλοι

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{\Delta u}{\Delta L}$$



$$F' = F$$

Νευτώνιο ρευστό

$$F = \eta A \frac{du}{dL}$$

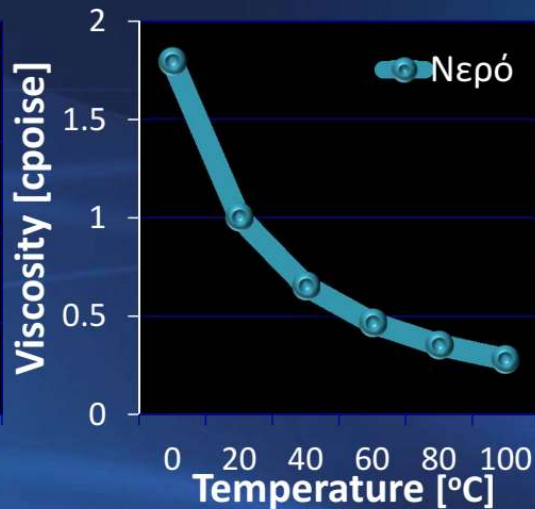
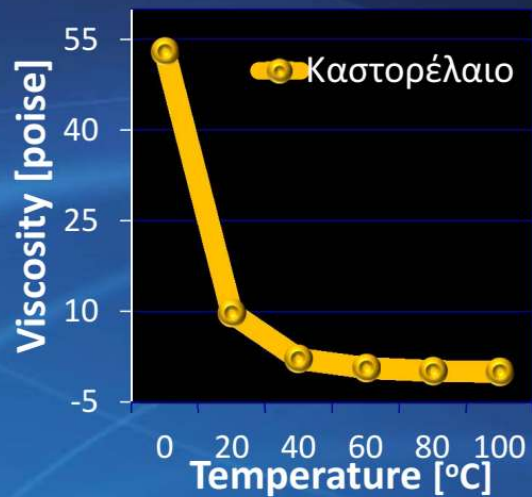
η : Συντελεστής ιξώδους ή ιξώδες [Ns/m^2]

Στο CGS $\rightarrow$ poise $1\text{p} = 10^{-1} \text{Ns/m}^2$ $\text{cp} = 10^{-2}\text{p}$, $\mu\text{p} = 10^{-6}\text{p}$

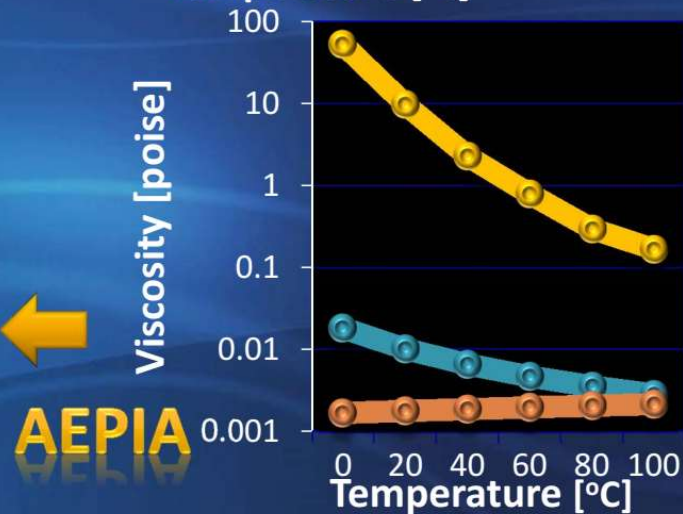
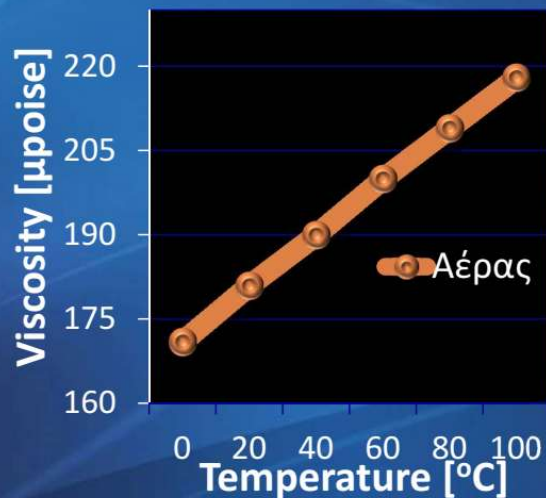
Το η εξαρτάται από την θερμοκρασία

u/L : βαθμίδα ταχύτητας

Εξάρτηση του ιξώδους από τη θερμοκρασία



ΥΓΡΑ



ΑΕΡΙΑ

NΟΜΟΣ ΤΟΥ Poiseuille

ΠΑΡΟΧΗ ΣΕ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟ ΣΩΛΗΝΑ ΠΟΥ ΔΙΑΡΡΕΑΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΥΓΡΟ

Στην περίπτωση που έχουμε οριζόντιο σωλήνα κυκλικής διατομής μήκους L στα άκρα του οποίου υπάρχει διαφορά πίεσης $\Delta p = p_1 - p_2$ ισχύει

για στρωτή ροή πραγματικού υγρού μέσα στο σωλήνα πως, η παροχή Q του σωλήνα είναι ανάλογη της βαθμίδας πίεσης $(p_1 - p_2)/L$, ανάλογη της τέταρτης δύναμης της ακτίνας r του σωλήνα και αντιστρόφως ανάλογη του συντελεστή ιξώδους

$$Q = \frac{\pi}{8\eta} \frac{p_1 - p_2}{L} r^4$$

$$\Delta P = \left(\frac{8\eta L}{\pi r^4} \right) Q$$

Για δεδομένη ΔP η παροχή εξαρτάται από τον όρο στην παρένθεση (μικρό $r \rightarrow$ μικρή παροχή. Τι γίνεται σε περίπτωση μερικώς φραγμένης αρτηρίας;)

NΟΜΟΣ ΤΟΥ Stokes

ΣΦΑΙΡΑ ΠΟΥ ΚΙΝΕΙΤΑΙ ΜΕΣΑ ΣΕ ΡΕΥΣΤΟ

Το είδος της ροής ενός πραγματικού ρευστού γύρω από μια σφαίρα εξαρτάται από το μέγεθος της ταχύτητας του ρευστού ως προς τη σφαίρα. Για μικρές ταχύτητες η ροή είναι στρωτή ενώ για μεγάλες τυρβώδης.

Για την πρώτη περίπτωση ισχύει ο νόμος του Stokes

Κατά την κίνηση μιας σφαίρας σε πραγματικό υγρό η αντίσταση R , η οποία αναπτύσσεται από το υγρό στη σφαίρα είναι ανάλογη της ακτίνας της σφαίρας r , του συντελεστή ιξώδους η και της ταχύτητας u .

$$R = 6\pi\eta ru$$

Σε μεγάλες ταχύτητες η αντίσταση είναι ανάλογη της δεύτερης δύναμης της ταχύτητας

$$F_R = 6\pi\eta r v = F_G - F_A = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_K - \rho_{Fl})g$$

(ρ_K density of sphere, ρ_{Fl} density of liquid). The sinking velocity is

$$v = \frac{2gr^2(\rho_K - \rho_{Fl})}{9\eta},$$

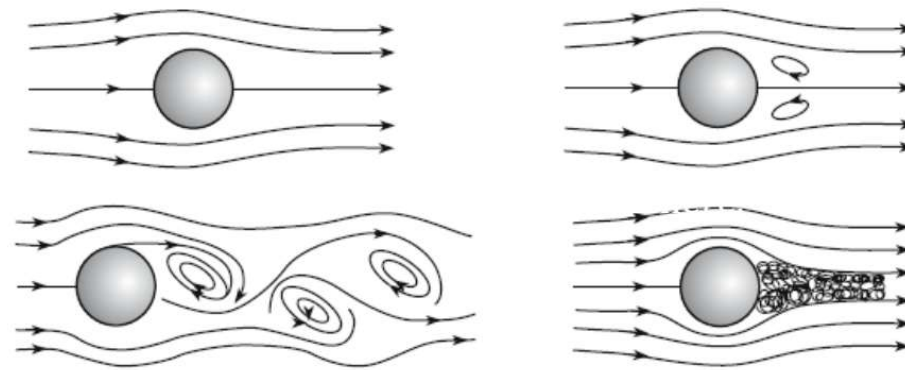


Figure 5.54: Formation of vortices and transition to turbulent flow for increasing Reynolds number.

$$\mathfrak{N} = \frac{L\rho u}{\eta}$$

ΑΡΙΘΜΟΣ του Reynolds

Όταν η ταχύτητα ενός πραγματικού ρευστού υπερβεί μια ορισμένη τιμή τότε η ροή του από στρωτή γίνεται τυρβώδης. Η ταχύτητα αυτή ονομάζεται κρίσιμη ταχύτητα και εξαρτάται από τη μορφή και τις διαστάσεις του σωλήνα και τη φύση του ρευστού. Η τιμή αυτή $u=u_{κρ}$ αποτελεί όριο της ευστάθιας της στρωτής ροής. Εάν ξεπεραστεί η ροή μετασταθώς ενδέχεται να παραμείνει στρωτή όμως με την παραμικρή διαταραχή γίνεται τυρβώδης.

Για σύγκριση των ροών ενδιαφέρον παρουσιάζει ο λόγος

$$Re = \frac{\rho u^2}{F / A} = \frac{u \rho r}{n}$$

ο οποίος ονομάζεται αριθμός Reynolds και είναι αδιάστατο μέγεθος. Για την κρίσιμη ταχύτητα λαμβάνουμε τον αντίστοιχο κρίσιμο αριθμό Reynolds.

1

- Οι επιστήμονες θεωρούν πως στον πλανήτη Άρη υπήρξε κάποτε ωκεανός με βάθος περίπου 0.5 km. Η επιτάχυνση της βαρύτητας στον πλανήτη είναι 3.71 m/s^2 . (α) Ποια θα ήταν η σχετική πίεση στο βυθό του ωκεανού εάν υποθέσουμε πως ήταν καθαρό νερό; (β) σε τι βάθος θα είχαμε την ίδια σχετική πίεση στη γη; [(α) $1.86 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ ή 18.6 Atm , (β) 184 m]

2

- Σε περίπτωση έλλειψης ηλεκτρικής ενέργειας σε ένα βαθυσκάφος το πλήρωμα χρειάζεται να το εγκαταλείψει ανοίγοντας προς τα έξω μια καταπακτή με εμβαδό 0.75 m^2 η οποία έχει βάρος 300 N . Εάν το βαθυσκάφος βρίσκεται σε βάθος 30 m και η πίεση στο εσωτερικό είναι 1 Atm , πόση δύναμη πρέπει να ασκήσει το πλήρωμα στην καταπακτή ώστε να ανοίξει; [$2.27 \cdot 10^5 \text{ N}$]

3

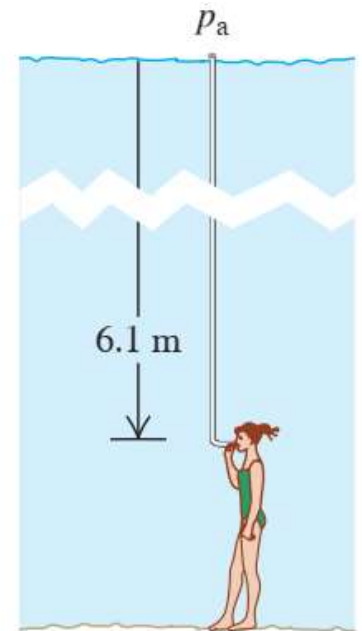
- Σε ενδοφλέβιο ορό μια σύριγγα εισέρχεται σε φλέβα του χεριού του ασθενούς και σωλήνας τη συνδέει με το δοχείο του ορού (πυκνότητας 1050 kg/m^3) ο οποίος βρίσκεται σε ύψος h από το χέρι. Το πάνω μέρος του δοχείου είναι ανοιχτό στον αέρα. Εάν η σχετική πίεση στη φλέβα είναι 5980 Pa , ποια η ελάχιστη τιμή του h που επιτρέπει στο υγρό να εισέλθει στη φλέβα; Θεωρείστε τη διάμετρο της σύριγγας αρκετά μεγάλη ώστε να αγνοείται το ιξώδες του ορού. [$h > 0.58 \text{ m}$]

4

- Εάν η δύναμη που ασκείται πάνω στο τύμπανο του αυτιού γίνει 1.5 N περισσότερη από αυτή της ατμοσφαιρικής πίεσης τότε το τύμπανο ενδέχεται να καταστραφεί. Στην περίπτωση καταδύσεων σε ποιο βάθος κινδυνεύετε να καταστρέψετε το τύμπανό σας; Τυπική διάμετρος του τυμπάνου είναι 8.2 mm. Η πυκνότητα του θαλασσινού νερού είναι 1030 kg/m^3 . [2.7 m]

5

- Υπάρχει ένα μέγιστο βάθος στο οποίο ένας δύτης μπορεί να αναπνέει μέσω φυσητήρα διότι όσο αυξάνει το βάθος αυξάνει και η διαφορά πίεσης μεταξύ του εσωτερικού των πνευμόνων (ατμοσφαιρική) και της πίεσης του περιβάλλοντα χώρου. Η διαφορά αυτή στην πίεση ενδέχεται να οδηγήσει στην κατάρρευση των πνευμόνων. Ποια είναι η διαφορά πίεσης όταν τα πνευμόνια του δύτη βρίσκονται σε βάθος 6.1 m; Θεωρείστε πως ο δύτης βρίσκεται σε καθαρό νερό. Η κατάδυση με φιάλες επιτρέπει την κάθοδο σε μεγαλύτερα βάθη διότι οι φιάλες εμπεριέχουν αέριο σε υψηλές πιέσεις για να εξισορροπείται η πίεση στο εσωτερικό των πνευμόνων με την εξωτερική. [$6 \cdot 10^4 \text{ Pa}$]



6

- Το κάτω μέρος από ένα μακρύ πλαστικό καλαμάκι βρίσκεται βυθισμένο κάτω από την επιφάνεια του νερού σε ένα ποτήρι. Ένας συνηθισμένος άνθρωπος μπορεί να ρουφήξει νερό κατακόρυφα προς τα επάνω μέχρι ύψος 1.1 m από την επιφάνεια του νερού στο ποτήρι. Ποια είναι η σχετική πίεση που επιτυγχάνει ο άνθρωπος μέσα στα πνευμόνια του; [-10791 Pa]

7

- Ένας ιατρός προσπαθεί να προσδιορίσει το ποσοστό φραγής της αρτηρίας ενός ασθενούς. Για να το κάνει αυτό μετράει την πίεση πριν το σημείο φραγής και τη βρίσκει $1.20 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ ενώ στην περιοχή της φραγής τη βρίσκει $1.15 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Γνωρίζει πως το αίμα ρέει σε μια φυσιολογική αρτηρία με ταχύτητα 30.0 cm/s και η πυκνότητα του αίματος είναι 1.06 g/cm^3 . Ποιο ποσοστό της επιφάνειας της αρτηρίας του ασθενούς είναι φραγμένο;

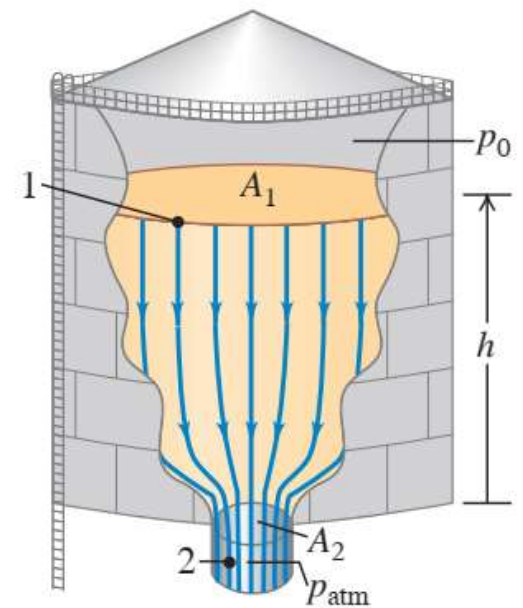
8

- Αίμα ρέει σε μερικώς φραγμένη από χοληστερόλη αρτηρία. Ο χειρουργός θέλει να αφαιρέσει τη χοληστερόλη έτσι ώστε να διπλασιάσει την παροχή του αίματος μέσω της αρτηρίας. Υπό ίδια διαφορά πίεσης, εάν η διάμετρος της φραγμένης αρτηρίας είναι D , ποια θα πρέπει να είναι η νέα διάμετρος; [Poiseuille $\rightarrow 1.19 D$]

9

- Στο σχήμα φαίνεται δεξαμενή βενζίνης με επιφάνεια A_1 , η οποία είναι γεμάτη μέχρι ύψος h . Ο χώρος πάνω από την επιφάνεια της βενζίνης βρίσκεται σε πίεση p_0 και η βενζίνη ρέει από το κάτω μέρος της δεξαμενής μέσω μικρού σωλήνα επιφάνειας A_2 . Υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία ρέει η βενζίνη στο σωλήνα και την παροχή. (θεωρείστε πως η πάνω επιφάνεια της βενζίνης κατέρχεται πάρα πολύ αργά σε σχέση με την ταχύτητα που έχει το ρευστό στο σωλήνα $u_1 \ll u_2$)

$$v_2 = \sqrt{2\left(\frac{p_0 - p_{\text{atm}}}{\rho}\right) + 2gh} \quad dV/dt = v_2 A_2$$



10

- Νερό εισέρχεται στο σπίτι μέσω σωλήνα με εσωτερική διάμετρο 2.0 cm και πίεση $4.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ ($\sim 4 \text{ atm}$). Μια σωλήνα με διάμετρο 1.0 cm οδηγεί το νερό στο 2^ο όροφο ο οποίος βρίσκεται σε ύψος 5.0 m. Όταν η ταχύτητα του νερού που φθάνει στο σπίτι είναι 1.5 m/s, βρείτε την αντίστοιχη ταχύτητα, την πίεση και την παροχή στο 2^ο όροφο. [συνέχειας $\rightarrow 6 \text{ m/s}$, Bernoulli $\rightarrow 3.3 \text{ Atm}$, παροχή $\rightarrow 0.47 \text{ L/s}$]
- Εάν κλείσετε τη βάννα στο 2^ο όροφο πόση είναι η πίεση του νερού στον όροφο; [Bernoulli $\rightarrow 3.5 \text{ Atm}$]

