

Κατανομές φορτίου 1D, 2D, 3D

Όταν φορτίο κατανέμεται κατά μήκος μιας γραμμής πάνω σε μια επιφάνεια ή μέσα σε έναν όγκο, είναι χρήσιμοι μερικοί επιπλέον ορισμοί.

→ Για γραμμική κατανομή φορτίου (όπως μια μεγάλη σε μήκος λεπτή φορτισμένη πλαστική ράβδος) χρησιμοποιούμε το ελληνικό γράμμα λ για να παριστάνει τη **γραμμική κατανομή φορτίου** (φορτίο ανά μονάδα μήκους, μετρούμενη σε C/m).

→ Όταν φορτίο κατανέμεται σε μια επιφάνεια (όπως η επιφάνεια ενός τυμπάνου απεικόνισης ενός εκτυπωτή λέιζερ), χρησιμοποιούμε το γράμμα σ για να παραστήσουμε την **επιφανειακή πυκνότητα φορτίου** (φορτίο ανά μονάδα επιφανείας, C/m²).

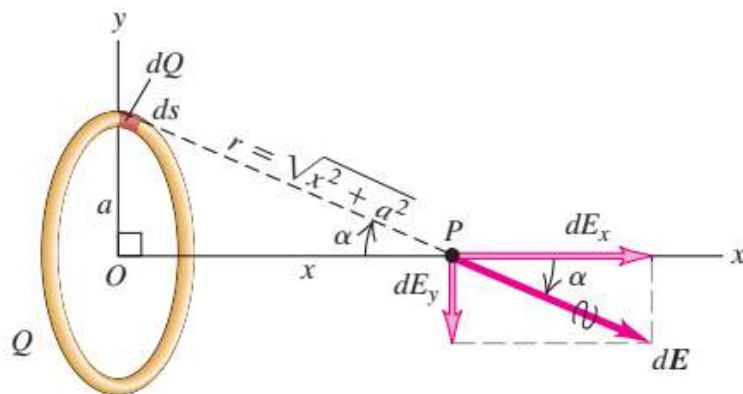
→ Όταν το φορτίο κατανέμεται σε τρισδιάστατο χώρο, χρησιμοποιούμε το ρ για να παραστήσουμε την **πυκνότητα φορτίου στον χώρο** (φορτίο ανά μονάδα όγκου, C/m³ χώρο)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 21.9

ΠΕΔΙΟ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟΥ ΔΑΚΤΥΛΙΟΥ

Φορτίο Q είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο γύρω από έναν αγωγίμο δακτύλιο ακτίνας a (Σχ. 21.23). Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο σε σημείο P στον άξονα του δακτυλίου σε απόσταση x από το κέντρο του δακτυλίου.

21.23 Υπολογισμός του ηλεκτρικού πεδίου στον άξονα του δακτυλίου του φορτίου. Στο σχήμα το φορτίο υποτίθεται ότι είναι θετικό.



Διαιρούμε τον δακτύλιο σε απειροστού μεγέθους τεμάχια ds , όπως δείχνει το Σχ. 21.23. Λόγω της γραμμικής πυκνότητας του φορτίου $\lambda = Q/2\pi a$, το φορτίο σε ένα απειροστό τεμάχιο ds είναι $dQ = \lambda ds$.

Το μέτρο dE της συνεισφοράς του τμήματος ds στο ηλεκτρικό πεδίο

$$r^2 = x^2 + a^2$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{x^2 + a^2}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{x^2 + a^2}$$

$$\cos \alpha = x/r = x/(x^2 + a^2)^{1/2}$$



$$dE_x = dE \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{x^2 + a^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$dQ = \lambda ds$$



$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} ds$$

Για τον υπολογισμό του E_x , ολοκληρώνουμε τη σχέση αυτή σε ολόκληρο τον δακτύλιο – δηλαδή για τη μεταβλητή s από 0 έως $2\pi a$ (την περίμετρο του δακτυλίου).

$$E_x = \int dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi a} ds$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} (2\pi a)$$

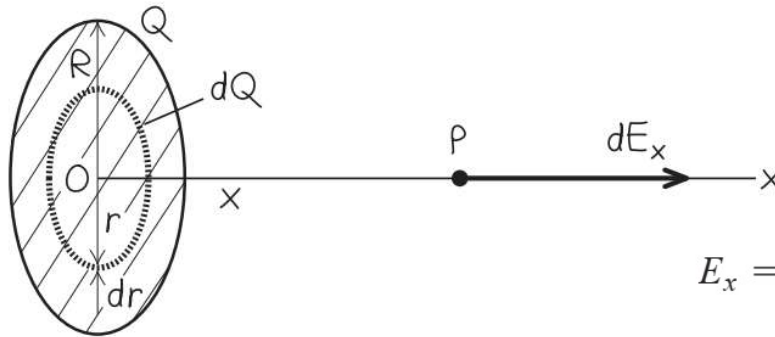
$$\mathbf{E} = E_x \mathbf{i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \mathbf{i}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 21.11

ΠΕΔΙΟ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟΥ ΔΙΣΚΟΥ

Η επιφάνεια ενός μη αγωγίμου δίσκου ακτίνας R είναι ομοιόμορφα φορτισμένη με θετικά φορτία επιφανειακής πυκνότητας σ . Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο σε σημείο κατά μήκος του άξονα του δίσκου σε απόσταση x από το κέντρο του. Υποθέστε ότι το x είναι θετικό.

21.25 Το σχέδιό μας για το πρόβλημα αυτό.



Για να υπολογίσουμε το ολικό πεδίο, το οποίο οφείλεται σε όλους τους δακτυλίους, ολοκληρώνουμε το dE_x ως προς r από $r=0$ μέχρι $r=R$

$$E_x = \int_0^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2\pi\sigma r dr)x}{(x^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{4\epsilon_0} \int_0^R \frac{2r dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$E_x = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left[-\frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}} + \frac{1}{x} \right]$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{(R^2/x^2) + 1}} \right]$$

Το φορτίο ανά μονάδα επιφάνειας είναι $\sigma = dQ/dA$, και επομένως το φορτίο του στοιχειώδους δακτυλίου είναι $dQ = \sigma dA = 2\pi\sigma r dr$

Από το προηγούμενο παράδειγμα:

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi\sigma r x dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

Εάν ο δίσκος είναι πολύ μεγάλος (ή η απόστασή μας από τον δίσκο είναι πολύ μικρή) ώστε να ισχύει $R \gg x$ τότε $1/\sqrt{(R^2/x^2) + 1} \ll 1$

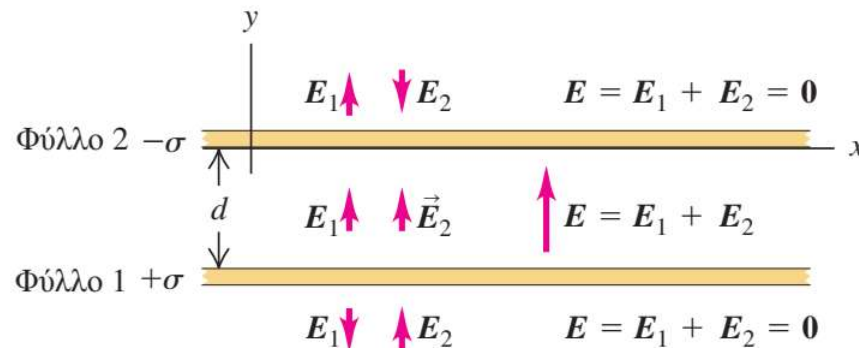
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Ανεξάρτητο του x !

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 21.12

ΠΕΔΙΟ ΔΥΟ ΑΝΤΙΘΕΤΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΩΝ ΦΥΛΛΩΝ ΑΠΕΙΡΩΝ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ

Δύο απείρων διαστάσεων επίπεδα φύλλα ομοιόμορφης επιφανειακής πυκνότητας φορτίου $+\sigma$ και $-\sigma$ τοποθετούνται αντικριστά το ένα ως προς το άλλο και η μεταξύ τους απόσταση είναι d (Σχ. 21.26). Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των δύο φύλλων πάνω από το αρνητικά φορτισμένο φύλλο και κάτω από το θετικά φορτισμένο φύλλο.



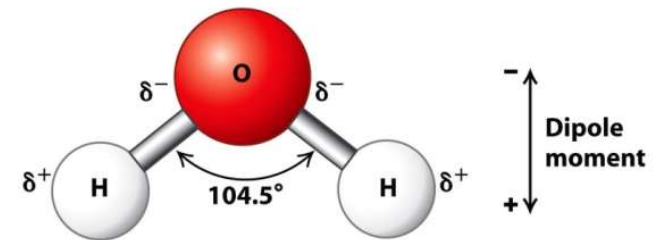
Από το προηγούμενο παράδειγμα

$$E_1 = E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

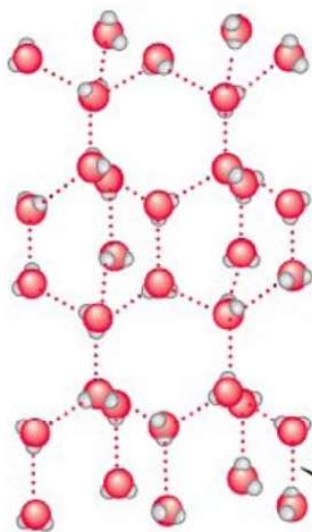
$$E = E_1 + E_2 = \begin{cases} 0 & \text{πάνω από το άνω φύλλο} \\ \frac{\sigma}{\epsilon_0} j & \text{μεταξύ των φύλλων} \\ 0 & \text{κάτω από το χαμηλότερο φύλλο} \end{cases}$$

Δίπολα σε μοριακή κλίμακα

Μόριο του νερού – H_2O

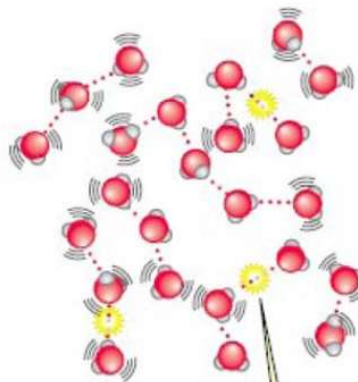


(a) Solid water (ice)



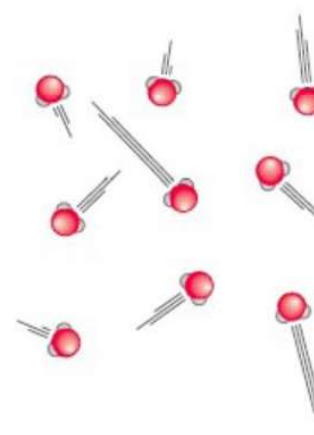
In ice, water molecules are held in a rigid state by hydrogen bonds.

(b) Liquid water



Hydrogen bonds continually break and form as water molecules move.

(c) Gaseous water (steam)

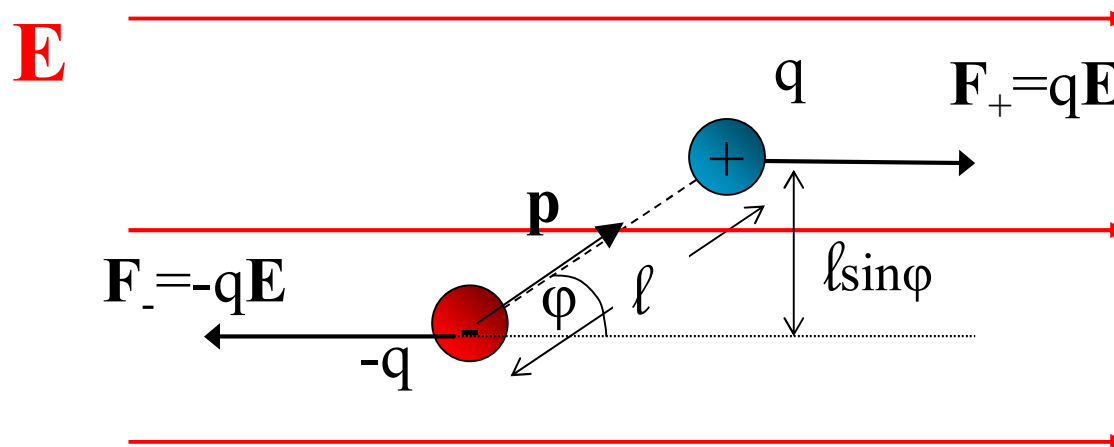


In its gaseous state, water does not form hydrogen bonds.

Ηλεκτρική διπολική ροπή

Η συνισταμένη δύναμη σε ηλεκτρικό δίπολο που βρίσκεται μέσα σε εξωτερικό, ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

Οι δυνάμεις είναι ίσες και αντίθετες (συνισταμένη μηδέν) αλλά δεν είναι συγγραμμικές. Η συνισταμένη ροπή τους δε μηδενίζεται (ζεύγος δυνάμεων).



Από τον ορισμό της ροπής ζεύγους δυνάμεων

$$\tau = (qE)(\ell \sin \phi)$$

Το γινόμενο $p = q\ell$ ονομάζεται **ηλεκτρική διπολική ροπή** (Cm)

Είναι **διάνυσμα** με διεύθυνση την ευθεία που ενώνει τα φορτία του διπόλου και φορά από το αρνητικό προς το θετικό φορτίο. (ροπή $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$)

Το έργο ζευγους δυνάμεων που επιτελεί στροφή σώματος κατά απειροστή γωνία $d\varphi$ δίνεται από τη σχέση

$$dW = \tau d\varphi = -pE \sin \varphi d\varphi$$

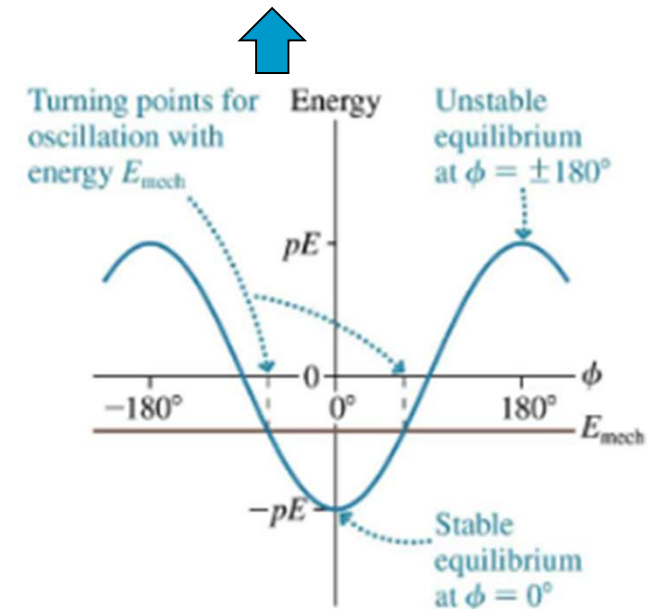
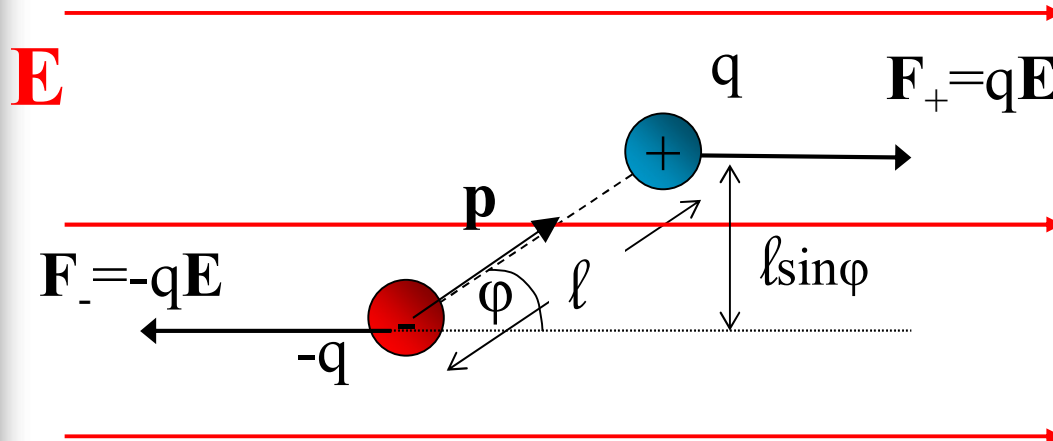
Για στροφή από γωνία φ_1 σε γωνία φ_2 το έργο που επιτελείται πάνω στο δίπολο είναι:

$$W = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} -pE \sin \varphi d\varphi = pE(\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1)$$

Όμως: $W = U_1 - U_2$

Επομένως **η δυναμική ενέργεια** του συστήματος δίνεται από τη σχέση:

$$U(\varphi) = -pE \cos \varphi \qquad U(\varphi) = -pE \cos \varphi = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 21.14

ΠΕΔΙΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΠΟΛΟΥ, II

21.33 Εύρεση του ηλεκτρικού πεδίου ενός ηλεκτρικού διπόλου σε σημείο του άξονά του.

Το ηλεκτρικό δίπολο του **Σχ. 21.33** είναι τοποθετημένο με το κέντρο του στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων, με $\mathbf{p}$ προς την κατεύθυνση του άξονα $+y$. Βρείτε μια προσεγγιστική έκφραση για το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P στον άξονα y , για το οποίο το y είναι πολύ μεγαλύτερο από το d . Για να απαντήσετε στο ερώτημα, χρησιμοποιήστε τη διωνυμική ανάπτυξη $(1 + x)^n \approx 1 + nx + n(n-1)x^2/2 + \dots$ (η οποία ισχύει αν $|x| < 1$).

Η ολική συνιστώσα- y του πεδίου θα είναι:

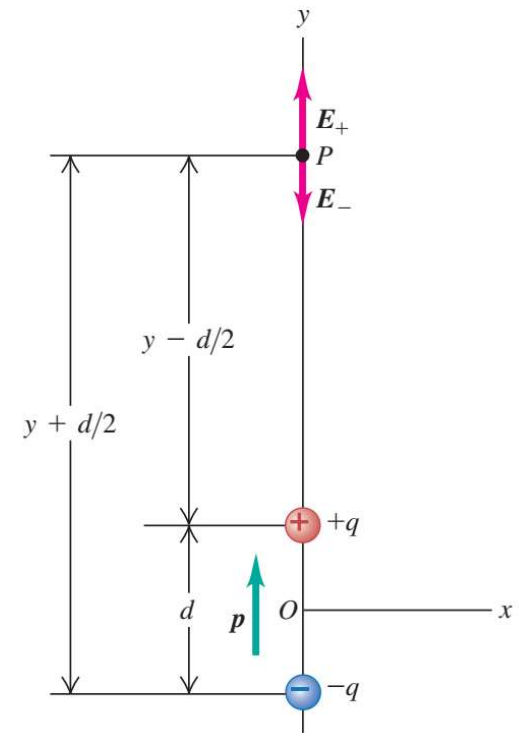
$$E_y = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{(y - d/2)^2} - \frac{1}{(y + d/2)^2} \right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 y^2} \left[\left(1 - \frac{d}{2y}\right)^{-2} - \left(1 + \frac{d}{2y}\right)^{-2} \right]$$

Εάν $y \gg d$, τότε $d/2y \ll 1$ $\left(1 - \frac{d}{2y}\right)^{-2} \approx 1 + \frac{d}{y}$ και $\left(1 + \frac{d}{2y}\right)^{-2} \approx 1 - \frac{d}{y}$

$\downarrow$ $\begin{matrix} n=-2 \\ x=d/2y \end{matrix}$

$$E_y \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 y^2} \left[1 + \frac{d}{y} - \left(1 - \frac{d}{y}\right) \right] = \frac{qd}{2\pi\epsilon_0 y^3} = \frac{p}{2\pi\epsilon_0 y^3}$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 21.14

ΠΕΔΙΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΠΟΛΟΥ, II

Για σημεία P εκτός των αξόνων συντεταγμένων, οι σχετικές εκφράσεις είναι περισσότερο πολύπλοκες, όμως σε όλα τα πολύ απομακρυσμένα σημεία από το δίπολο (σε οποιαδήποτε κατεύθυνση) το πεδίο μειώνεται ως $1/r^3$.

Υπάρχουν κατανομές φορτίου για τις οποίες το πεδίο μειώνεται ακόμα πιο γρήγορα.

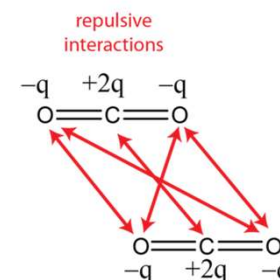
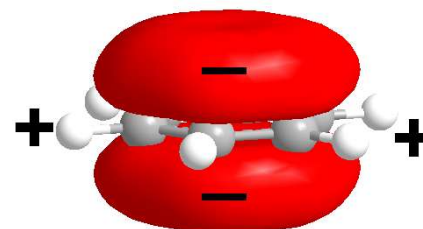
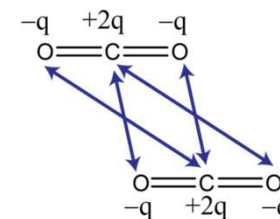
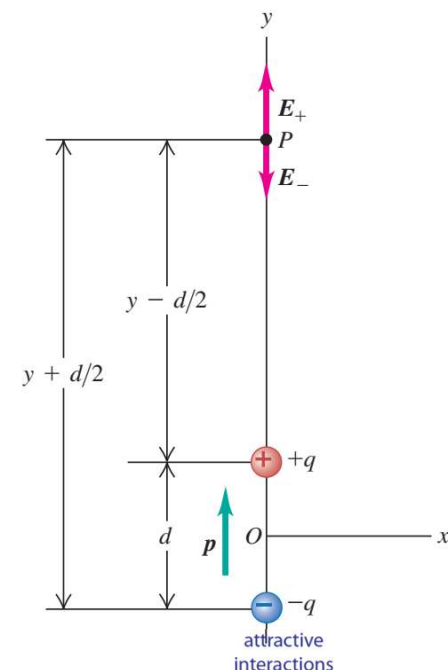
Σε μεγάλες αποστάσεις, το πεδίο ενός ηλεκτρικού τετραπόλου, το οποίο αποτελείται από δύο ίσα δίπολα με αντίθετους προσανατολισμούς και μικρή απόσταση μεταξύ των διπόλων, η μείωση του πεδίου εξαρτάται από την απόσταση ως $1/r^4$

quadrupoles

Typical examples of molecules exhibiting no permanent dipole moment

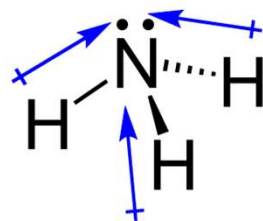
Their interaction with other molecular species is dictated by their quadrupole moment

21.33 Εύρεση του ηλεκτρικού πεδίου ενός ηλεκτρου σε σημείο του άξονά του.

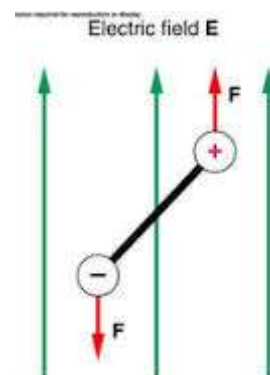


21.54 • Το μόριο της αμμωνίας (NH_3) έχει διπολική ροπή $5,0 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$. Μόρια της αμμωνίας στην αέρια φάση τοποθετούνται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο E με μέτρο $1,6 \times 10^6 \text{ N/C}$. (a) Ποια είναι η μεταβολή της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας όταν η διπολική ροπή του μορίου αλλάζει τον προσανατολισμό της ως προς το E από παράλληλο σε κάθετο; (b) Σε ποια απόλυτη θερμοκρασία T η μέση μεταφορική κινητική ενέργεια $\frac{3}{2}kT$ ενός μορίου είναι ίση με τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας, η οποία υπολογίσθηκε στο (a) μέρος; (Σημείωση: Πάνω από αυτήν τη θερμοκρασία η θερμική κίνηση εμποδίζει την ευθυγράμμιση των διπόλων με το ηλεκτρικό πεδίο.)

Direction of
Overall Dipole 1.47 D



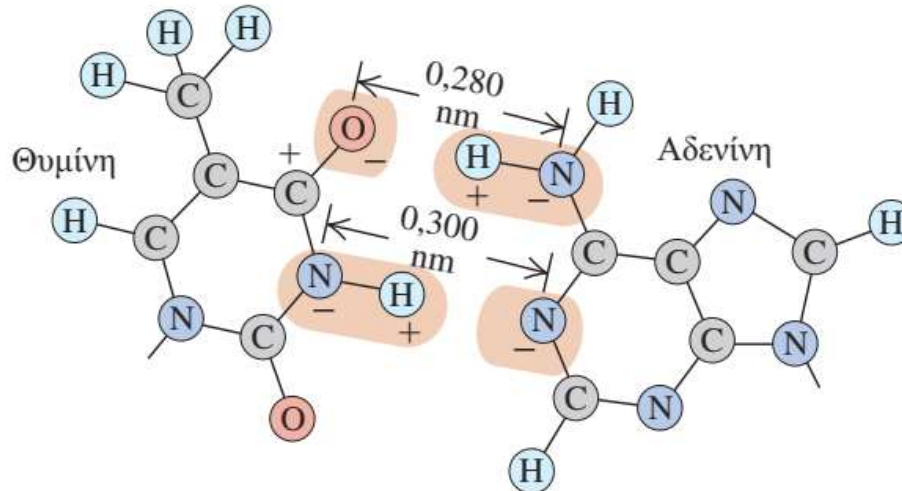
$$1\text{D} \sim 3.34 \cdot 10^{-30} \text{ C m}$$



21.21 • BIO Ζεύγη Βάσεων στο DNA, I. Οι δύο πλευρές της διπλής έλικας του DNA συνδέονται μέσω ζευγών βάσεων (αδενίνη, θυμίνη, κυτοσίνη και γκουανίνη). Λόγω του γεωμετρικού σχήματος των μορίων αυτών, η αδενίνη σχηματίζει δεσμό με θυμίνη και η κυτοσίνη σχηματίζει δεσμό με γκουανίνη. Στο **Σχ. E21.21** διακρίνεται ο δεσμός μεταξύ θυμίνης και αδενίνης. Κάθε φορτίο στο σχήμα είναι $\pm e$, και η απόσταση των H—N είναι 0,110 nm. (a) Υπολογίστε τη συνισταμένη δύναμη την οποία ασκεί η θυμίνη στην αδενίνη. Είναι ελκτική ή απωθητική; Για την απλοποίηση των υπολογισμών, αλλά σε λογικά πλαίσια, θεωρήστε μόνο δυνάμεις οι οποίες οφείλονται σε συνδυασμούς O—H—N και N—H—N, υποθέτοντας ότι οι δύο αυτοί συνδυασμοί είναι παράλληλοι μεταξύ τους. Θυμηθείτε όμως ότι στην ομάδα O—H—N το O[−] ασκεί δύναμη και στο H⁺ και στο N[−], επίσης το ίδιο κατά μήκος της ομάδας N—H—N. (b) Υπολογίστε τη δύναμη στο ηλεκτρόνιο του ατόμου του υδρογόνου, το οποίο είναι 0,0529 nm από το πρωτόνιο. Στη συνέχεια συγκρίνετε το μέγεθος της δύναμης σύνδεσης του ηλεκτρονίου με τη δύναμη σύνδεσης των μορίων αδενίνης-θυμίνης.

Coulomb

Σχήμα **A21.21**



Φορτίο και Ηλεκτρική Ροή

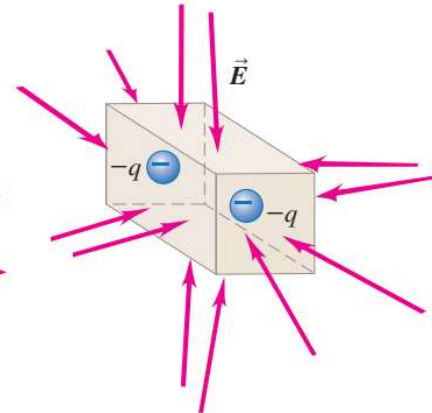
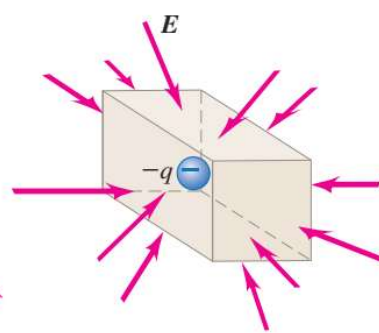
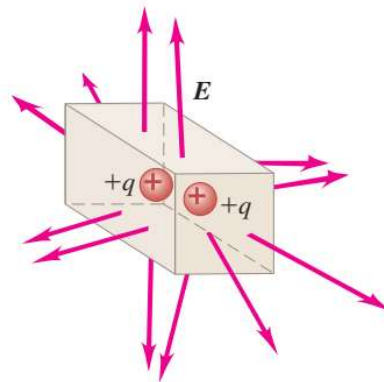
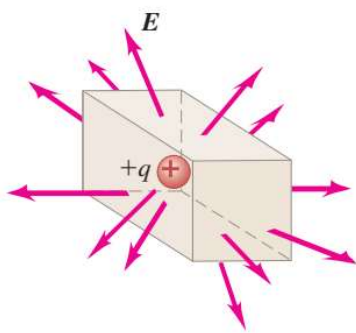
22.2 Το ηλεκτρικό πεδίο στην επιφάνεια κιβωτίου που περιέχει (a) μοναδικό θετικό σημειακό φορτίο, (b) δύο θετικά σημειακά φορτία, (c) μοναδικό αρνητικό σημειακό φορτίο, ή (d) δύο αρνητικά σημειακά φορτία.

(a) Θετικό φορτίο στο εσωτερικό κιβωτίου, ροή προς τα έξω

(b) Θετικά φορτία στο εσωτερικό κιβωτίου, ροή προς τα έξω

(c) Αρνητικό φορτίο στο εσωτερικό κιβωτίου, ροή προς τα μέσα

(d) Αρνητικά φορτία στο εσωτερικό κιβωτίου, ροή προς τα μέσα



Τα διανύσματα του ηλεκτρικού πεδίου κατευθύνονται από την επιφάνεια προς τα έξω. Λέμε ότι υπάρχει μια **ηλεκτρική ροή** προς τα έξω

Τα διανύσματα του $\vec{E}$ κατευθύνονται προς την επιφάνεια. Η **ηλεκτρική ροή** λέμε πως είναι προς το εσωτερικό

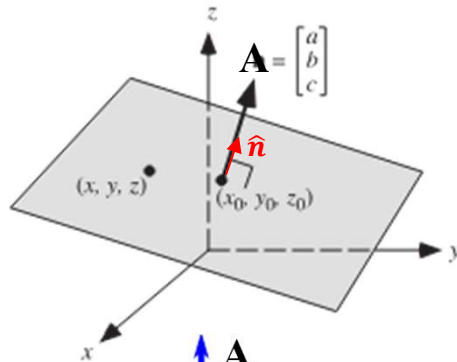
Η ηλεκτρική ροή ορίζεται για μια επιφάνεια (φανταστική ή μη)

Ηλεκτρική Ροή - ποσοτικοποίηση

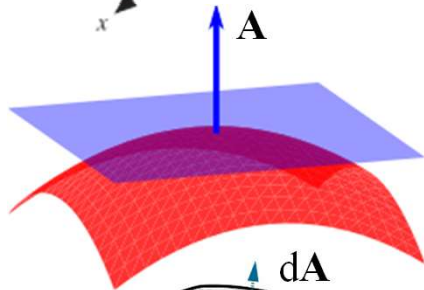
Για να εκφράσουμε την ηλεκτρική ροή μέσα από μία επίπεδη επιφάνεια εμβαδού A χρησιμοποιούμε την έννοια του **διανυσματικού εμβαδού** (ή **διανύσματος επιφανείας**) $\mathbf{A}$: διάνυσμα που αντιπροσωπεύει μια επιφάνεια.

$$\mathbf{A} = A\hat{n}$$

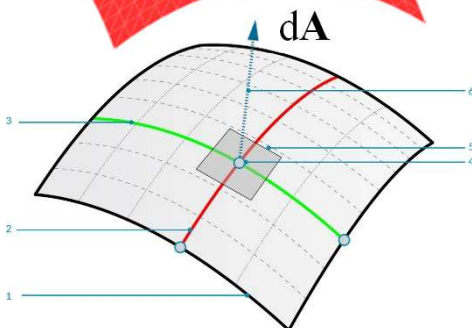
Διαθέτει μέτρο A ίσο με το εμβαδόν της επιφανείας και διεύθυνση κάθετη σε αυτή.



Διάνυσμα επιφανείας σε επίπεδη επιφάνεια



Διάνυσμα επιφανείας σε μη επίπεδη επιφάνεια
Αναφέρεται στο αντίστοιχο διάνυσμα του εφαπτόμενου επιπέδου στην επιφάνεια



Διάνυσμα επιφανείας στοιχειώδους μη επίπεδης επιφανείας, $d\mathbf{A}$

Ηλεκτρική Ροή – Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

Επίπεδη επιφάνεια κάθετα
στο ηλεκτρικό πεδίο

Διάνυσμα επιφανείας
παράλληλο στο πεδίο

$$\Phi_E = EA$$

Διάνυσμα επιφανείας σε
γωνία ϕ ως προς το πεδίο

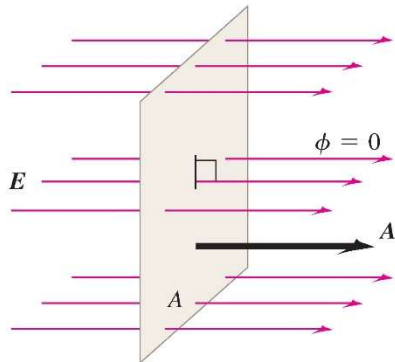
$$\Phi_E = EA \cos \phi$$

$$\Phi_E = E \cdot A$$

22.6 Επίπεδη επιφάνεια σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Η ηλεκτρική ροή Φ_E που διαπερνά την επιφάνεια ισούται με το εσωτερικό γινόμενο του ηλεκτρικού πεδίου E και του διανυσματικού εμβαδού A .

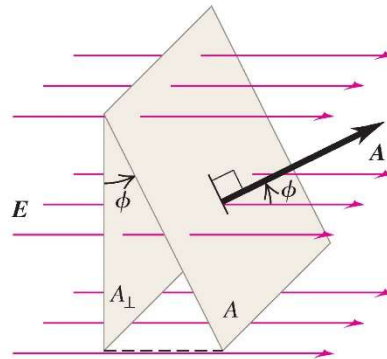
(a) Επιφάνεια κάθετη στο ηλεκτρικό πεδίο:

- Τα E και A παράλληλα (γωνία μεταξύ E και A είναι $\phi = 0$).
- Η ροή $\Phi_E = E \cdot A = EA$.



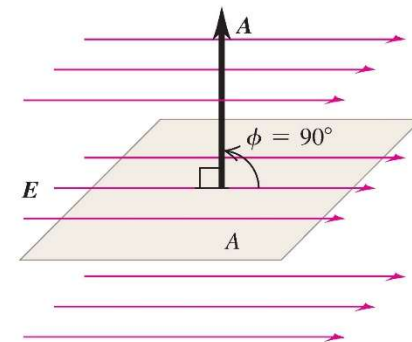
(b) Επιφάνεια υπό κλίση κατά γωνία ϕ
ως προς το πεδίο:

- Η γωνία ανάμεσα στα E και A είναι ϕ .
- Η ροή $\Phi_E = E \cdot A = EA \cos \phi$.



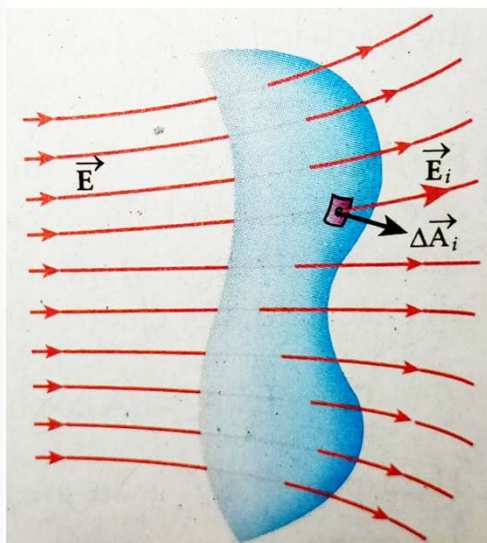
(c) Επιφάνεια παράλληλη προς το ηλεκτρικό πεδίο:

- Τα E και A είναι κάθετα (γωνία μεταξύ E και A είναι $\phi = 90^\circ$).
- Η ροή $\Phi_E = E \cdot A = EA \cos 90^\circ = 0$.



Βαθμωτό μέγεθος Nm^2/C

Ηλεκτρική Ροή – ΜΗ Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο



Στη γενικότερη περίπτωση μη επίπεδης επιφάνειας για να υπολογίσω τη συνολική ηλεκτρική ροή του ηλεκτρικού πεδίου μέσα από την επιφάνεια

- Χωρίζω την επιφάνεια σε στοιχειώδεις επιφάνειες η κάθε μια από τις οποίες διαθέτει διάνυσμα επιφανείας $\Delta \mathbf{A}_i$.
- Υπολογίζω τη ροή μέσα από κάθε μια από αυτές τις επιφάνειες

$$\Delta \Phi_{Ei} = \mathbf{E}_i \cdot \Delta \mathbf{A}_i$$

- Αθροίζω για όλα τα i μέχρι να καλύψω όλη την επιφάνεια

$$\Phi_E = \sum_i \Delta \Phi_{Ei} = \sum_i \mathbf{E}_i \cdot \Delta \mathbf{A}_i$$

Εάν το εμβαδόν της κάθε στοιχειώδους επιφανείας τείνει στο μηδέν τότε η άθροιση γίνεται ολοκλήρωμα (επιφανειακό ολοκλήρωμα)

$$\Phi_E = \int E \cos \phi \, dA = \int E_{\perp} \, dA = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} \quad (22.5)$$

Ηλεκτρική ροή διαμέσου της επιφάνειας

Μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου E

Συνιστώσα του E κάθετη στην επιφάνεια

Γωνία μεταξύ E και καθέτου στην επιφάνεια

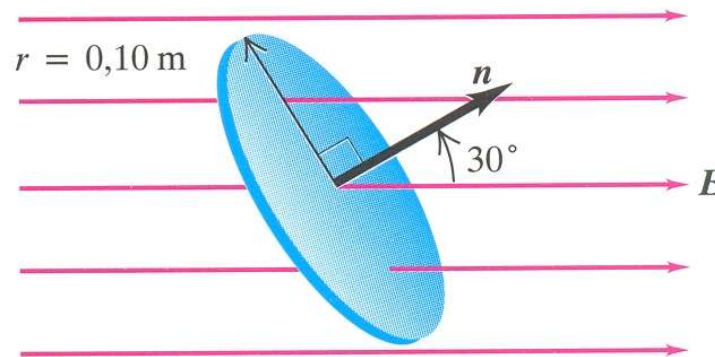
Στοιχειώδες εμβαδόν

Διανυσματικό στοιχειώδες εμβαδόν

ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΡΟΗ (ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ)



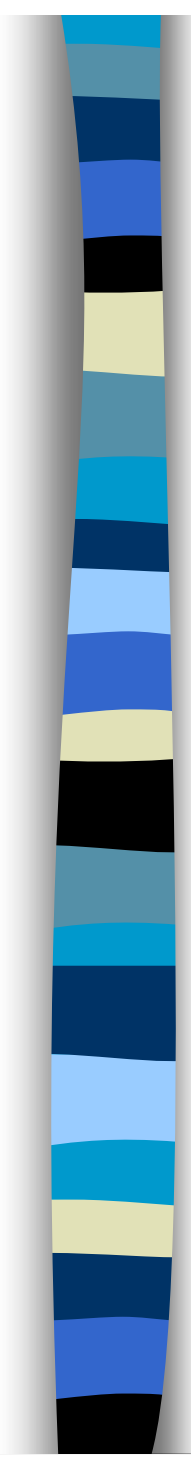
Υπολογισμός ηλεκτρικής ροής



ΟΜΟΓΕΝΕΣ: $E = 2 \times 10^3 \text{ N/C}$

$$A = \pi r^2 = \pi 0.1^2 = 0.0314 \text{ m}^2$$

$$\Phi = E A \cos \varphi = 54 \text{ Nm}^2/\text{C}$$



NΟΜΟΣ του Gauss

Ηλεκτρικό πεδίο

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Κλωβός Faraday

ΡΟΗ

$$\Phi_E = \mathbf{E} \cdot \mathbf{A} = EA \cos \vartheta$$

Η **ολική ηλεκτρική ροή** που διαπερνά μια **οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια** (επιφάνεια που περικλείει έναν καθορισμένο όγκο) είναι **ανάλογη προς το ολικό φορτίο** που περικλείει η επιφάνεια

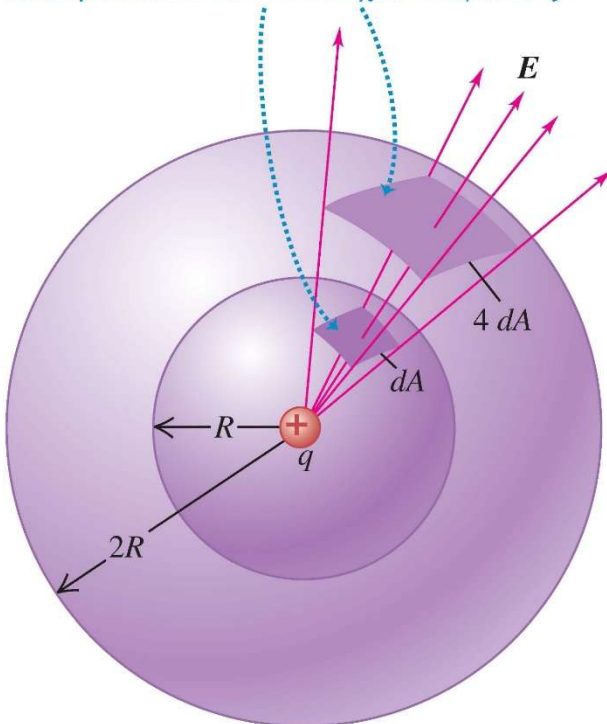
Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ GAUSS

Σημειακό φορτίο μέσα σε σφαιρική επιφάνεια

$$\Phi_E = \oint E \cdot dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

22.11 Προβολή ενός στοιχείου επιφάνειας dA μιας σφαίρας ακτίνας R σε μια ομόκεντρη σφαίρα ακτίνας $2R$. Με την προβολή πολλαπλασιάζεται κάθε γραμμική διάσταση επί δύο, έτσι ώστε το στοιχείο επιφάνειας γίνεται $4dA$.

Ο ίδιος αριθμός γραμμών και η ίδια ροή διαπερνούν και τα δύο στοιχεία επιφάνειας.



$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}$$

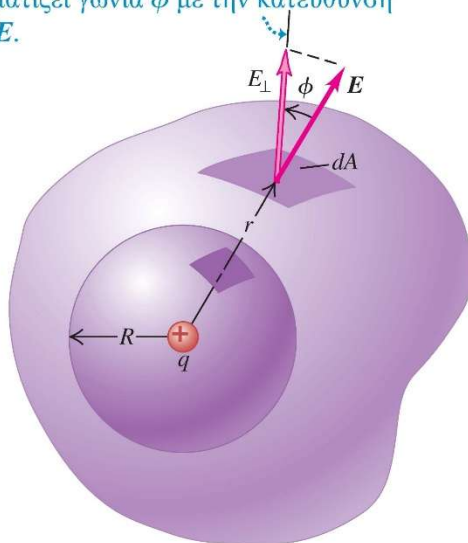
Η ολική ηλεκτρική ροή είναι το γινόμενο του μέτρου του πεδίου επί το ολικό εμβαδόν $A = 4\pi R^2$ της σφαίρας:

$$\Phi_E = EA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} (4\pi R^2) = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (22.6)$$

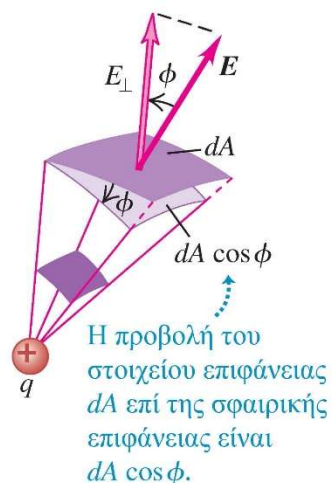
Η ροή είναι ανεξάρτητη από την ακτίνα R της σφαίρας. Εξαρτάται μόνο από το φορτίο q που περικλείεται από τη σφαίρα.

Υπολογίζοντας την ηλεκτρική ροή μέσα από τυχούσα κλειστή επιφάνεια

22.12 (a) Η κάθετη στην επιφάνεια προς τα έξω σχηματίζει γωνία ϕ με την κατεύθυνση του E .



(b)

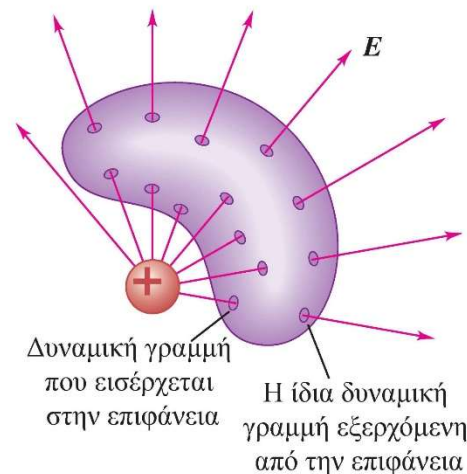


Η ηλεκτρική ροή διαμέσου της στοιχειώδους σφαιρικής επιφάνειας ($E dA$) είναι ισοδύναμη με την ηλεκτρική ροή διαμέσου της ακανόνιστης στοιχειώδους επιφάνειας $E dA \cos \phi$.

$$\Phi_E = \oint E \cdot dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Έτσι η ολική ηλεκτρική ροή διαμέσου της ακανόνιστης επιφάνειας, πρέπει να είναι ίση με την ολική ροή διαμέσου της σφαίρας.

22.13 Σημειακό φορτίο έξω από μια κλειστή επιφάνεια. Αν μια δυναμική γραμμή από το εξωτερικό φορτίο εισέρχεται στην επιφάνεια σε κάποιο σημείο, πρέπει να εγκαταλείψει την επιφάνεια σε κάποιο άλλο σημείο.

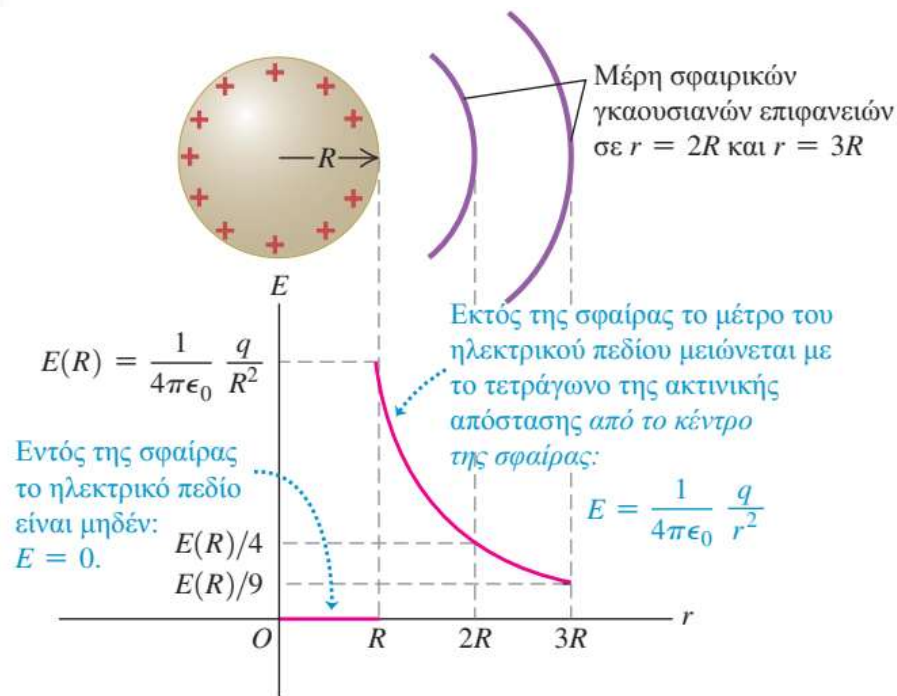


$$\Phi_E = \oint E \cdot dA = 0$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 22.5

ΠΕΔΙΟ ΜΙΑΣ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΗΣ ΑΓΩΓΙΜΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ

Τοποθετούμε συνολικό θετικό φορτίο q σε μια συμπαγή αγωγή σφαίρα ακτίνας R (Σχ. 22.18). Να υπολογιστεί το E σε οποιοδήποτε σημείο μέσα ή έξω από τη σφαίρα.



Όταν περίσσεια φορτίου τοποθετηθεί σε έναν συμπαγή αγωγό και αποκατασταθεί ισορροπία, το φορτίο εγκαθίσταται εξ ολοκλήρου πάνω στην επιφάνεια, όχι στο εσωτερικό του υλικού. Άμεσο επακόλουθο του ότι σε κάθε ηλεκτροστατική κατάσταση (όλα τα φορτία σε ηρεμία) το ηλεκτρικό πεδίο E σε κάθε σημείο στο εσωτερικό ενός αγωγίμου υλικού είναι μηδέν.

Gauss $r \geq R$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{και}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (\text{έξω από φορτισμένη αγωγή σφαίρα})$$

Η έκφραση αυτή είναι η ίδια με εκείνη για σημειακό φορτίο· έξω από τη φορτισμένη σφαίρα το πεδίο της είναι το ίδιο με αυτό που θα δημιουργούνταν αν το φορτίο ήταν συγκεντρωμένο στο κέντρο της.

Gauss $r < R$

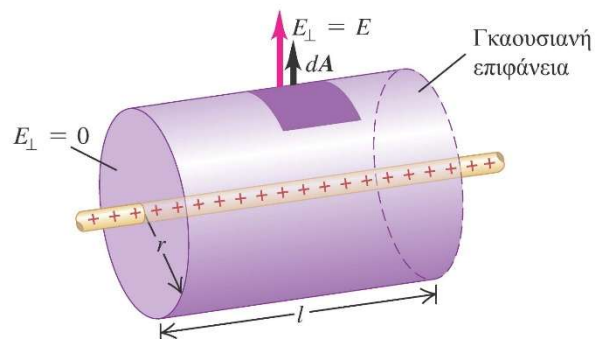
Το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του αγωγού είναι επομένως μηδέν

Εφαρμογές σε συμμετρικές κατανομές φορτίου

Ο νόμος του Gauss επιτρέπει τον υπολογισμό της έντασης του πεδίου. Η κλειστή επιφάνεια επιλέγεται κατάλληλα ώστε να διευκολύνει τους υπολογισμούς. Βασίζεται στη συμμετρία του κάθε προβλήματος.

Ένταση ηλεκτρικού πεδίου φορτισμένου σύρματος με γραμμική πυκνότητα φορτίου λ

22.19 Ομοαξονική κυλινδρική γκαουσιανή επιφάνεια η οποία χρησιμοποιείται για να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο έξω από ένα φορτισμένο σύρμα απείρου μήκους.



$$\Phi_E = 2\pi r l E = \frac{\lambda l}{\epsilon_0} \text{ και}$$

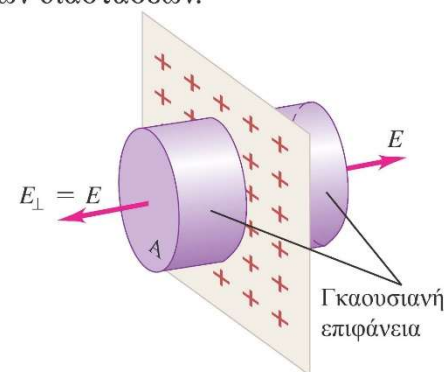
$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r} \text{ (πεδίο γραμμικού φορτίου απείρου μήκους)}$$

λ = γραμμική πυκνότητα φορτίου

r = απόσταση από τον άξονα

Ένταση ηλεκτρικού πεδίου φορτισμένου επιπέδου με επιφανειακή πυκνότητα φορτίου σ

22.20 Κυλινδρική γκαουσιανή επιφάνεια η οποία χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του πεδίου ενός φορτισμένου επιπέδου φύλλου απείρων διαστάσεων.



$$2EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \text{ και}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \text{ (πεδίο φορτισμένου επίπεδου φύλλου απείρων διαστάσεων)}$$

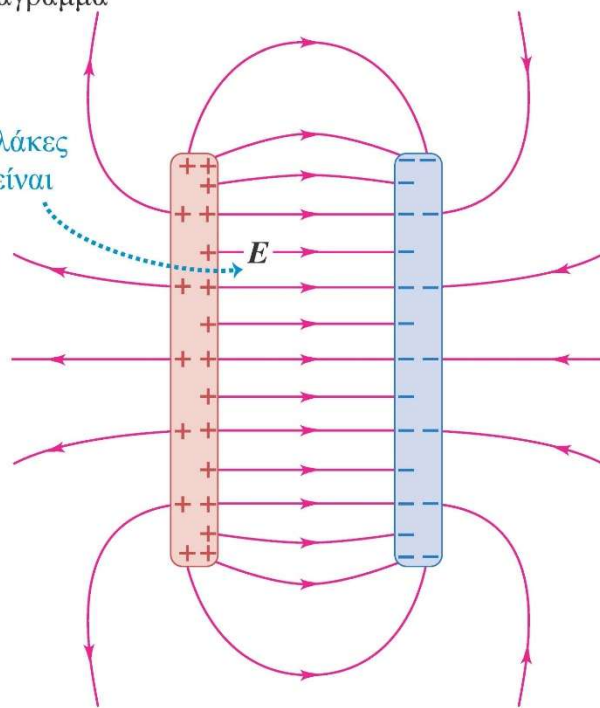
σ = επιφανειακή πυκνότητα φορτίου

Ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ δύο αντίθετα φορτισμένων παράλληλων πλακών

22.21 Ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσα σε αντίθετα φορτισμένες παράλληλες πλάκες.

(a) Ρεαλιστικό σχεδιάγραμμα

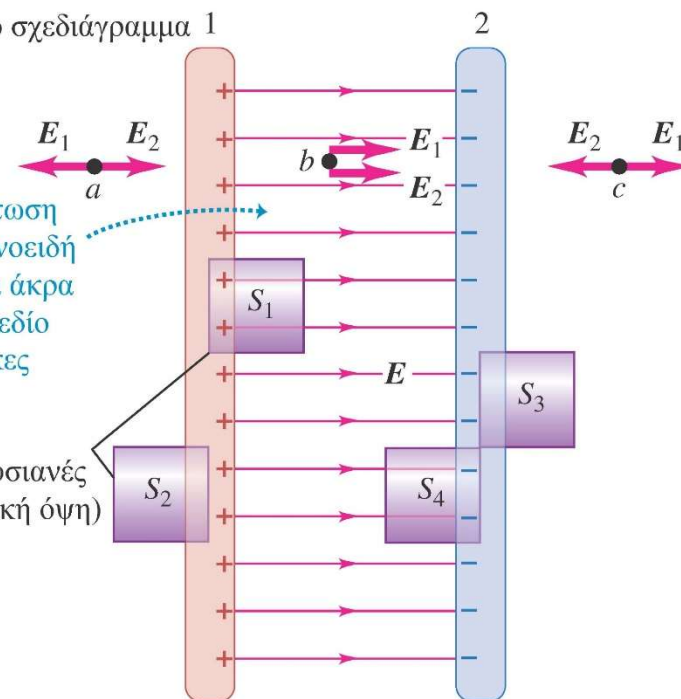
Ανάμεσα στις δύο πλάκες το ηλεκτρικό πεδίο είναι σχεδόν ομογενές, κατευθυνόμενο από τη θετική πλάκα προς την αρνητική.



(b) Εξιδανικευμένο σχεδιάγραμμα 1

Στην ιδεατή περίπτωση αγνοούμε τη θυσανοειδή διάχυση κοντά στα άκρα και θεωρούμε το πεδίο ανάμεσα στις πλάκες ομογενές.

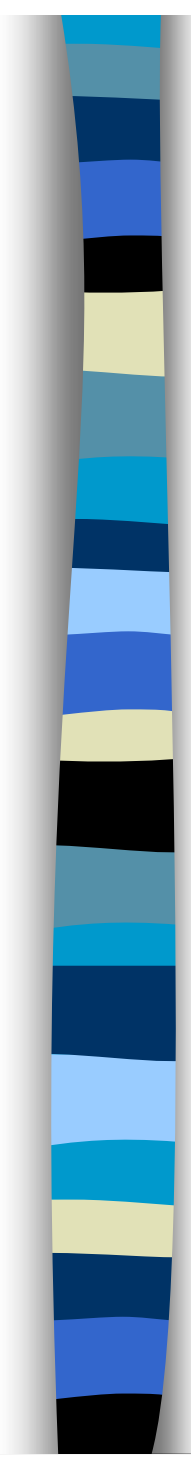
Κυλινδρικές γκαουσιανές επιφάνειες (πλευρική όψη)



S_1 : Πλευρικές επιφάνειες Ροή = μηδέν,
Αριστερή επιφάνεια Ροή = μηδέν (δεν υπάρχει πεδίο εντός αγωγού)
Δεξιά επιφάνεια:

$$\vec{E}A = \sigma A / \epsilon_0$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



22.7 • BIO Όπως συζητήθηκε στο Εδ. 22.5, τα ανθρώπινα νευρικά

κύτταρα περιέχουν συνολικά αρνητικό φορτίο και το υλικό στο εσωτερικό του κυττάρου είναι καλός αγωγός. Εάν ένα κύτταρο έχει συνολικό φορτίο $-8,65 \text{ pC}$, ποιο είναι το μέτρο και ποια η κατεύθυνση (προς το εσωτερικό ή προς τα έξω) της ολικής ηλεκτρικής ροής διαμέσου της κυτταρικής μεμβράνης;

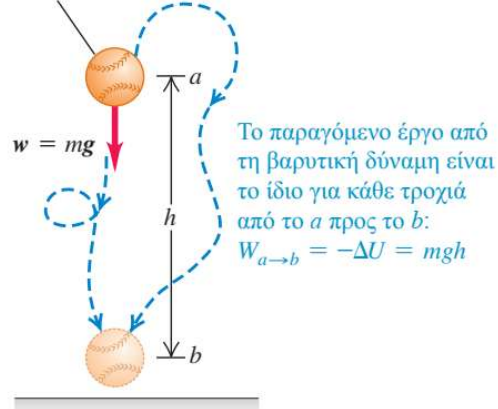
22.12 • Ηλεκτρικά Πεδία Μέσα σε Ένα Άτομο. Οι πυρήνες μεγάλων ατόμων, όπως το ουράνιο, με 92 πρωτόνια, μπορούν να μοντελοποιηθούν ως σφαιρικά συμμετρικές σφαίρες φορτίου. Η ακτίνα του πυρήνα του ουρανίου είναι περίπου ίση με $7,4 \times 10^{-15} \text{ m}$. (a) Ποιο είναι το ηλεκτρικό πεδίο το οποίο παράγει ο πυρήνας αυτός μόλις έξω από την επιφάνειά του; (b) Ποιο είναι το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου που παράγει σε απόσταση ίση με αυτή των ηλεκτρονίων, που είναι περίπου $1,0 \times 10^{-10} \text{ m}$; (c) Τα ηλεκτρόνια μπορούν να μοντελοποιηθούν ως εάν να σχηματίζουν ένα ομογενές κέλυφος αρνητικού φορτίου. Πόσο είναι το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο που παράγουν στον χώρο του πυρήνα;

*Νόμος Gauss
Ροή ηλεκτρικού πεδίου*

ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

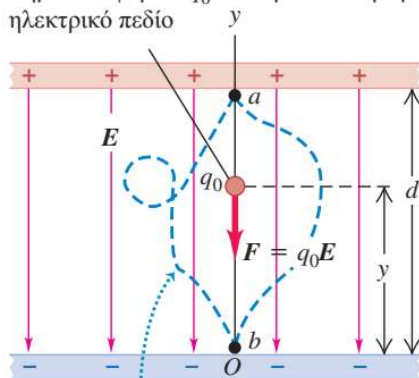
23.1 Έργο παραγόμενο σε μπαλάκι του μπέιζμπολ που κινείται σε ομογενές πεδίο βαρύτητας.

Σώμα κινούμενο σε ομογενές πεδίο βαρύτητας



23.2 Έργο παραγόμενο σε σημειακό φορτίο που κινείται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Συγκρίνετε με το Σχ. 23.1.

Σημειακό φορτίο q_0 κινούμενο σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο



Το έργο που παράγεται από την ηλεκτρική δύναμη είναι το ίδιο για κάθε διαδρομή από το a προς το b:

$$W_{a \rightarrow b} = -\Delta U = q_0 E d$$

Εάν η δύναμη F που ενεργεί σε ένα σώμα είναι διατηρητική, το έργο το παραγόμενο από την F μπορεί να εκφραστεί πάντα συναρτήσει μιας κατάλληλα ορισμένης δυναμικής ενέργειας U .

Όταν το σώμα κινείται από ένα σημείο όπου η δυναμική ενέργεια είναι U_a προς άλλο σημείο που είναι U_b , η μεταβολή στη δυναμική ενέργεια είναι $\Delta U = U_b - U_a$

$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b = -(U_b - U_a) = -\Delta U \quad (23.2)$$

Δυναμική ενέργεια στην αρχική θέση
Δυναμική ενέργεια στην τελική θέση
Αρνητικό της μεταβολής στη δυναμική ενέργεια

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_a^b F \cos \phi \, dl$$

Ηλεκτρική Δυναμική Ενέργεια σε Ομογενές Πεδίο

$$W_{a \rightarrow b} = Fd = q_0 E d \quad (23.4)$$

$$U = q_0 E y$$

Ηλεκτρική Δυναμική Ενέργεια Δύο Σημειακών Φορτίων

Το έργο που παράγεται από μια δύναμη που ασκείται σε ένα σωμάτιο το οποίο κινείται από ένα σημείο a σε ένα σημείο b είναι

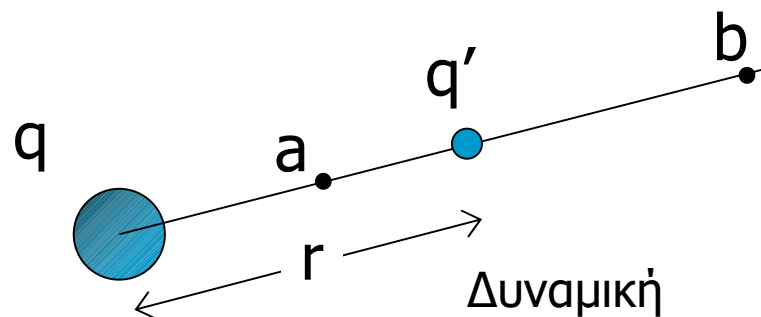
$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_a^b F \cos \varphi dl$$

Όταν η δυναμική ενέργεια στα σημεία a και b είναι U_a και U_b αντίστοιχα το έργο γράφεται

$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b$$

Για την περίπτωση κίνησης φορτίου q' στο ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από ένα σημειακό φορτίο q

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_a^b \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} dr = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$$



Δυναμική
ενέργεια

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r}$$

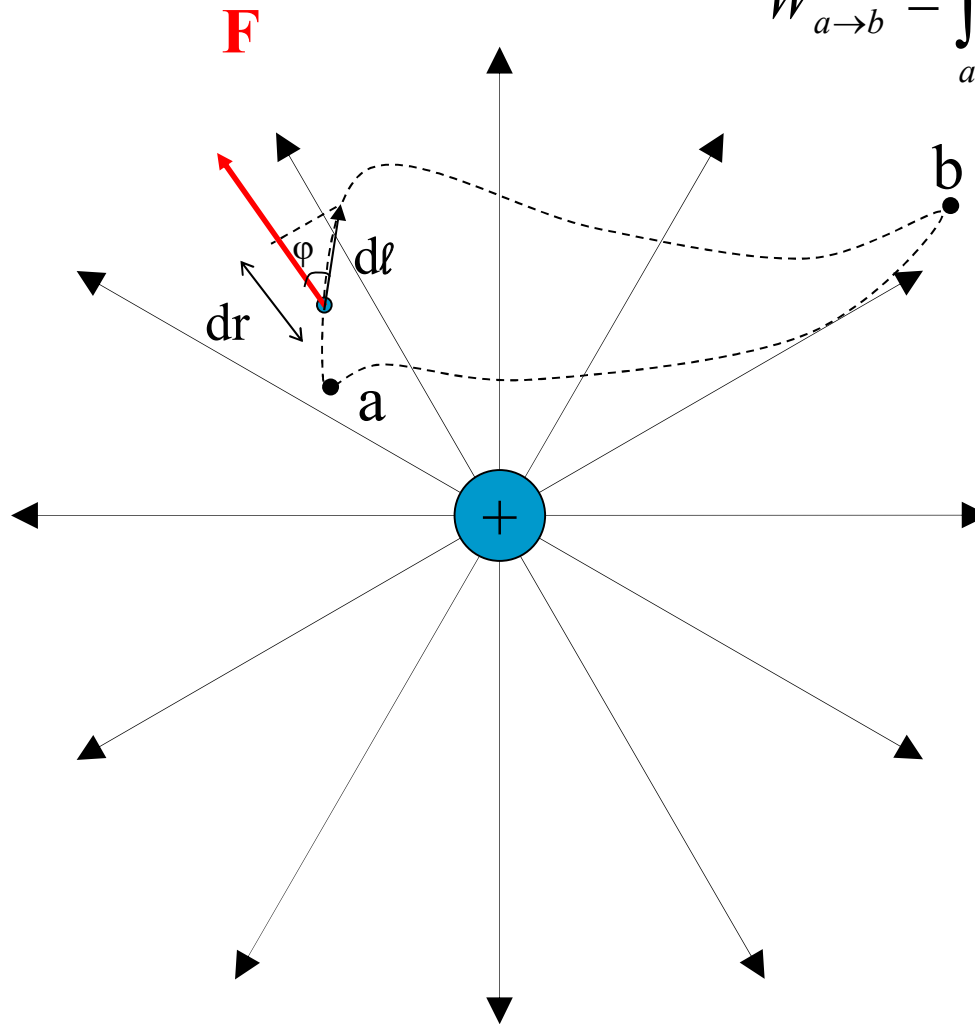
Δυναμική
ενέργεια από συλλογή φορτίων

$$U = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

Αλγεβρική τιμή του φορτίου

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_a^b F \cos \varphi dl$$

$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b$$



Το έργο είναι
ανεξάρτητο της
διαδρομής

Ηλεκτρική δυναμική
ενέργεια δύο σημειακών
φορτίων

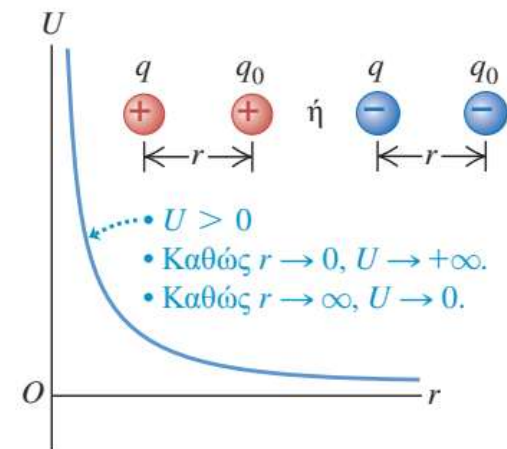
$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r}$$

Τιμές των δύο φορτίων
Απόσταση μεταξύ
των δύο φορτίων
Ηλεκτρική σταθερά

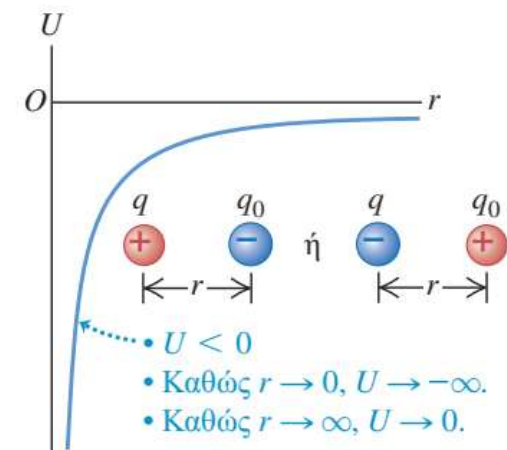
(23.9)

23.7 Γραφικές παραστάσεις της δυναμικι
ενέργειας U δύο σημειακών φορτίων q και
 q_0 συναρτήσει της απόστασης τους r .

(a) q και q_0 έχουν το ίδιο πρόσημο.



(b) q και q_0 έχουν αντίθετα πρόσημα.



Ηλεκτρική Δυναμική Ενέργεια με Περισσότερα Σημειακά Φορτία

Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια σημειακού φορτίου q_0 και μιας συλλογής φορτίων $q_1, q_2, q_3, \dots$

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \dots \right) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} \quad (23.10)$$

Ηλεκτρική σταθερά Αποστάσεις από το q_0 προς $q_1, q_2, q_3, \dots$

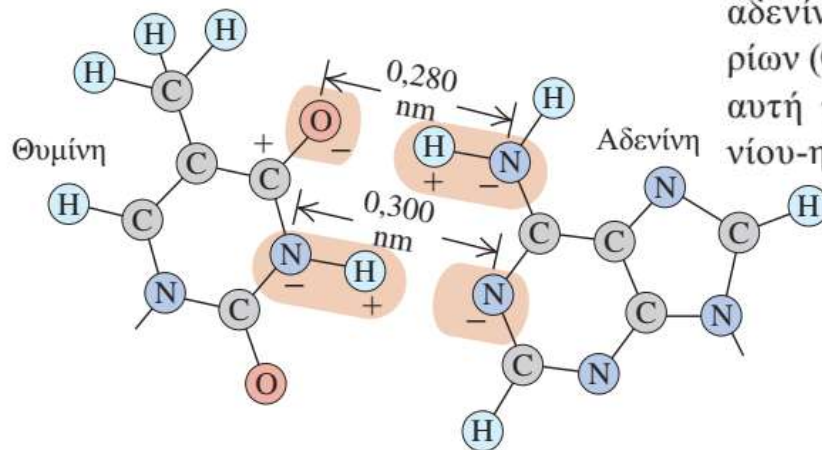
Η Εξ. (23.10) δίνει τη δυναμική ενέργεια που συνδέεται με την παρουσία του δοκιμαστικού φορτίου q_0 στο πεδίο $\mathbf{E}$ που παράγεται από τα $q_1, q_2, q_3, \dots$. Όμως, υπάρχει επίσης δυναμική ενέργεια που προκύπτει από την τοποθέτηση αυτών των φορτίων στις θέσεις τους. Εάν αρχίσουμε με τα φορτία $q_1, q_2, q_3, \dots$, όλα διαχωρισμένα μεταξύ τους με άπειρες αποστάσεις και μετά τα φέρουμε σε θέσεις ώστε η απόσταση μεταξύ του q_i και του q_j να είναι r_{ij} , η ολική δυναμική ενέργεια U είναι το άθροισμα των δυναμικών ενεργειών αλληλεπίδρασης για κάθε ζεύγος φορτίων. Αυτό μπορούμε να το γράψουμε ως

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i < j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \quad (23.11)$$

Αυτό το άθροισμα εκτείνεται σε όλα τα ζεύγη των φορτίων.

21.21 • BIO Ζεύγη Βάσεων στο DNA, I. Οι δύο πλευρές της διπλής έλικας του DNA συνδέονται μέσω ζευγών βάσεων (αδενίνη, θυμίνη, κυτοσίνη και γκουανίνη). Λόγω του γεωμετρικού σχήματος των μορίων αυτών, η αδενίνη σχηματίζει δεσμό με θυμίνη και η κυτοσίνη σχηματίζει δεσμό με γκουανίνη. Στο **Σχ. E21.21** διακρίνεται ο δεσμός μεταξύ θυμίνης και αδενίνης. Κάθε φορτίο στο σχήμα είναι $\pm e$, και η απόσταση των H—N είναι 0,110 nm. (a) Υπολογίστε τη συνισταμένη δύναμη την οποία ασκεί η θυμίνη στην αδενίνη. Είναι ελκτική ή απωθητική; Για την απλοποίηση των υπολογισμών, αλλά σε λογικά πλαίσια, θεωρήστε μόνο δυνάμεις οι οποίες οφείλονται σε συνδυασμούς O—H—N και N—H—N, υποθέτοντας ότι οι δύο αυτοί συνδυασμοί είναι παράλληλοι μεταξύ τους. Θυμηθείτε όμως ότι στην ομάδα O—H—N το O^- ασκεί δύναμη και στο H^+ και στο N^- , επίσης το ίδιο κατά μήκος της ομάδας N—H—N. (b) Υπολογίστε τη δύναμη στο ηλεκτρόνιο του ατόμου του υδρογόνου, το οποίο είναι 0,0529 nm από το πρωτόνιο. Στη συνέχεια συγκρίνετε το μέγεθος της δύναμης σύνδεσης του ηλεκτρονίου με τη δύναμη σύνδεσης των μορίων αδενίνης-θυμίνης.

Σχήμα **A21.21**



23.6 • BIO Ενέργεια Ζευγαρώματος Βάσεων DNA. (Δείτε Άσκηση 21.21.) (a) Υπολογίστε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του δεσμού αδενίνης-θυμίνης, χρησιμοποιώντας τους ίδιους συνδυασμούς μορίων (O—H—N και N—H—N) όπως στην Άσκηση 21.21. (b) Συγκρίνετε αυτή την ενέργεια με τη δυναμική ενέργεια του ζεύγους πρωτονίου-ηλεκτρονίου στο άτομο του υδρογόνου.



Ηλεκτρικό δυναμικό

Το **δυναμικό** είναι η *δυναμική ενέργεια ανά μονάδα φορτίου*. Ορίζουμε το δυναμικό V σε κάθε σημείο εντός ηλεκτρικού πεδίου ως τη δυναμική ενέργεια U ανά μονάδα φορτίου που συνδέεται με ένα δοκιμαστικό φορτίο q_0 σε αυτό το σημείο:

$$V = \frac{U}{q_0} \quad \text{ή} \quad U = q_0 V \quad (23.12)$$

$$1 \text{ V} = 1 \text{ volt} = 1 \text{ J/C} = 1 \text{ joule/coulomb}$$

$$\frac{W_{a \rightarrow b}}{q_0} = -\frac{\Delta U}{q_0} = -\left(\frac{U_b}{q_0} - \frac{U_a}{q_0}\right) = -(V_b - V_a) = V_a - V_b \quad (23.13)$$

όπου $V_a = U_a / q_0$ είναι η δυναμική ενέργεια ανά μονάδα φορτίου στο σημείο a και παρομοίως για το V_b . Ονομάζουμε τα V_a και V_b το *δυναμικό στο σημείο a* και το *δυναμικό στο σημείο b* , αντίστοιχα.

Η διαφορά $V_a - V_b$ ονομάζεται το δυναμικό του a ως προς το b . μερικές φορές το γράφουμε για συντομία ως $V_{ab} = V_a - V_b$ (σημειώστε την τάξη των δεικτών).

Το V_{ab} , το δυναμικό (σε V) του a ως προς το b , ισούται με το έργο (σε J) που παράγει η ηλεκτρική δύναμη όταν μία ΜΟΝΑΔΑ (1 C) φορτίου κινείται από το a στο b .

Υπολογισμός ηλεκτρικού δυναμικού

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r}$$

Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια δύο σημειακών φορτίων

Τιμές των δύο φορτίων

Απόσταση μεταξύ των δύο φορτίων

Ηλεκτρική σταθερά

Για τον υπολογισμό του δυναμικού ενός **σημειακού φορτίου** ή μιας συλλογής φορτίων διαιρούμε τη δυναμική ενέργεια δύο ή περισσότερων φορτίων δια του δοκιμαστικού φορτίου q_0

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (23.14)$$

Ηλεκτρικό δυναμικό που οφείλεται σε σημειακό φορτίο

Τιμή σημειακού φορτίου

Απόσταση από το σημειακό φορτίο q στο σημείο που μετριέται το δυναμικό

Ηλεκτρική σταθερά

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} \quad (23.15)$$

Ηλεκτρικό δυναμικό που οφείλεται σε συλλογή σημειακών φορτίων

Τιμή του i -στού σημειακού φορτίου

Απόσταση από το i -στό σημειακό φορτίο ως εκεί που μετριέται το δυναμικό

Ηλεκτρική σταθερά

Όταν έχουμε μια συνεχή κατανομή φορτίου κατά μήκος μιας γραμμής, πάνω σε μια επιφάνεια ή μέσα σε έναν όγκο, διαιρούμε το φορτίο σε στοιχειώδη φορτία dq και το άθροισμα στην Εξ. (23.15) γίνεται ολοκλήρωμα:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \quad (23.16)$$

Ολοκλήρωμα πάνω σε όλη την κατανομή φορτίου

Ηλεκτρικό δυναμικό που οφείλεται σε συνεχή κατανομή φορτίου

Στοιχείο φορτίου

Απόσταση από το στοιχείο φορτίου ως εκεί που μετριέται το δυναμικό

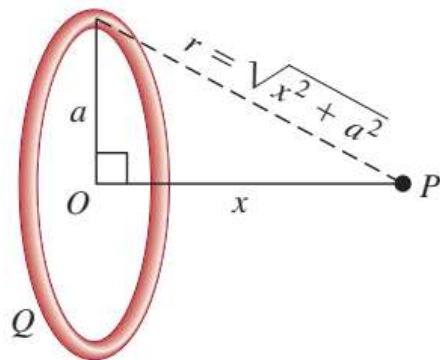
Ηλεκτρική σταθερά

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 23.11

ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟΣ ΔΑΚΤΥΛΙΟΣ

Ηλεκτρικό φορτίο Q είναι κατανεμημένο ομοιόμορφα σε λεπτό δακτύλιο ακτίνας a (Σχ. 23.20). Βρείτε το δυναμικό σε σημείο P πάνω στον άξονα του δακτυλίου σε απόσταση x από το κέντρο του δακτυλίου.

23.20 Όλο το φορτίο στον δακτύλιο με φορτίο Q είναι στην ίδια απόσταση r από το σημείο P στον άξονα του δακτυλίου.



$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} \int dq = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$x \gg a$?

Δυναμικό

Ορίζεται η δυναμική ενέργεια ανά μονάδα φορτίου [Volt=J/C].

$$V = \frac{U}{q'}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

Δυναμικό σημείου σε απόσταση r από φορτίο q

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

Δυναμικό σημείου σε απόσταση r_i από φορτία q_i

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

Δυναμικό σημείου από κατανομή φορτίου

Από $\mathbf{E}$ σε V (και αντίστροφα)

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_a^b q' \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b = q'(V_a - V_b)$$



Για την περίπτωση ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου η διαφορά δυναμικού ανάμεσα σε δύο σημεία που βρίσκονται σε απόσταση d συνδέεται με την ένταση του πεδίου με τη σχέση:

$$V = Ed$$

$$V_a - V_b = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Διαφορά δυναμικού του b ως προς το a

➡ $1 \text{ N/C} = 1 \text{ V/m}$

ΒΑΘΜΙΔΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ

Είδαμε πως το δυναμικό μπορεί κανείς να το υπολογίσει εάν γνωρίζει την ένταση του πεδίου στο χώρο

$$V = Ed$$

$$V_a - V_b = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

$$V_a - V_b = \int_b^a dV = - \int_a^b dV \quad \longrightarrow \quad - \int_a^b dV = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

$$-dV = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad \mathbf{E} = i E_x + j E_y + k E_z \text{ και } d\mathbf{l} = i dx + j dy + k dz$$

$$-dV = E_x dx + E_y dy + E_z dz$$

Εάν $dy = dz = 0$ Τότε $-dV = E_x dx$

$$E_x = -(dV/dx)_{y,z \text{ constant}}$$

Συνιστώσες ηλεκτρικού πεδίου υπολογισμένες από το δυναμικό:

Κάθε συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου...

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad (23.19)$$

... ισούται με το αρνητικό της αντίστοιχης μερικής παραγώγου της συνάρτησης του ηλεκτρικού δυναμικού V .

Διάνυσμα ηλεκτρικού πεδίου υπολογισμένο από το δυναμικό:

Ηλεκτρικό πεδίο

$$\mathbf{E} = \left(-i \frac{\partial V}{\partial x} + j \frac{\partial V}{\partial y} + k \frac{\partial V}{\partial z} \right) \quad (23.20)$$

Μερικές παράγωγοι της συνάρτησης του ηλεκτρικού δυναμικού V .

Ορίζουμε
Βαθμίδα ή κλίση
(grad) συνάρτησης

$$\nabla f = \left(i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \right) f$$

Διάνυσμα που ορίζει τη μέγιστη αύξηση της συνάρτησης στο χώρο

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

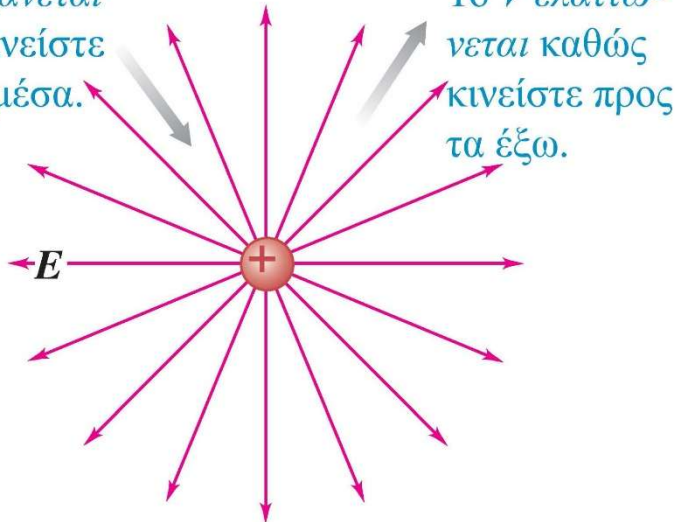
το **ηλεκτρικό πεδίο** είναι το αρνητικό της βαθμίδας του V {υπολογισμός του πεδίου από το δυναμικό}

Εύρεση του ηλεκτρικού δυναμικού από το ηλεκτρικό πεδίο

23.12 Εάν κινηθείτε προς την κατεύθυνση του E , το ηλεκτρικό δυναμικό V ελαττώνεται· εάν κινηθείτε σε αντίθετη κατεύθυνση προς το E , το V αυξάνεται.

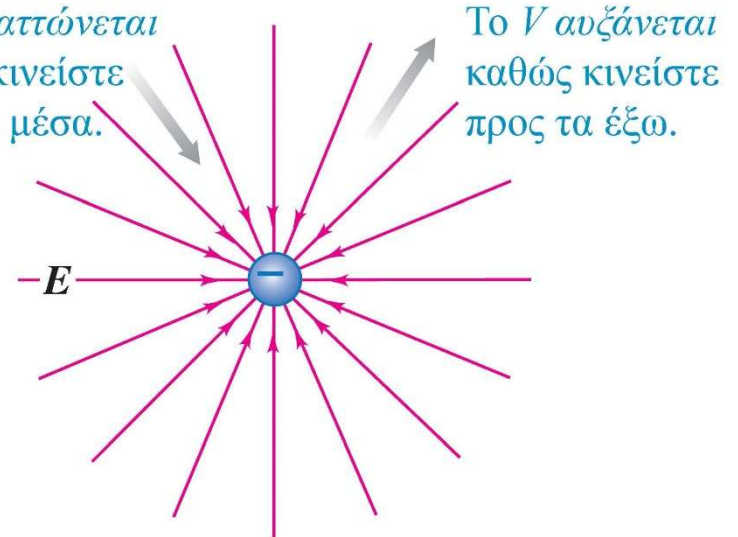
(a) Ένα θετικό σημειακό φορτίο

Το V αυξάνεται
καθώς κινείστε
προς τα μέσα.



(b) Ένα αρνητικό σημειακό φορτίο

Το V ελαττώνεται
καθώς κινείστε
προς τα μέσα.



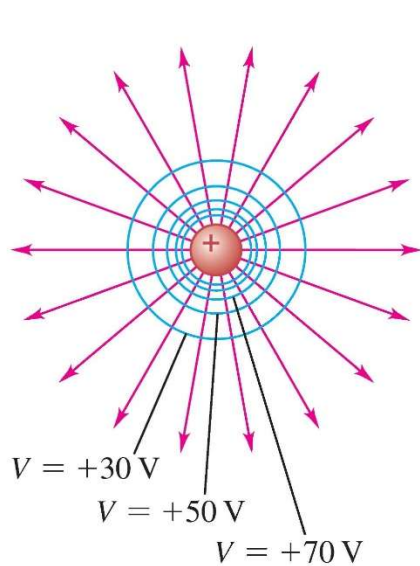
Το E είναι ένα διάνυσμα αντίθετο με το διάνυσμα που «δείχνει» τη μέγιστη αύξηση του δυναμικού στο χώρο

Ισοδυναμικές επιφάνειες

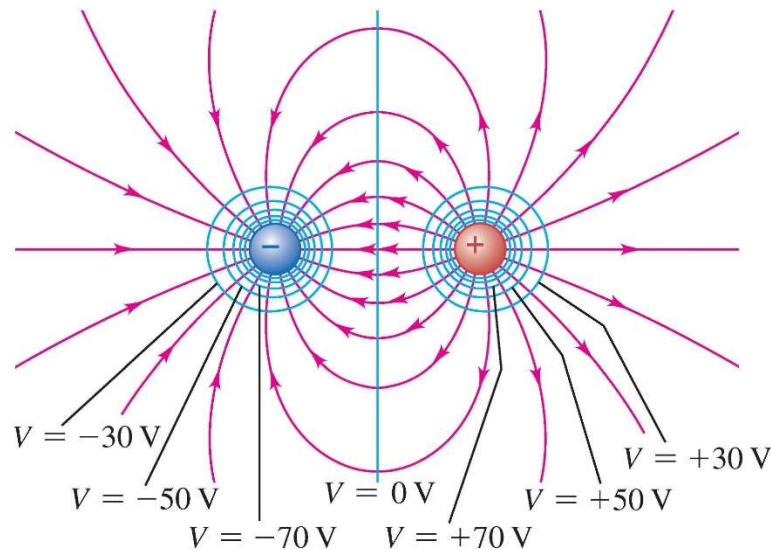
Επιφάνεια στην οποία το δυναμικό έχει την ίδια τιμή. Οι δυναμικές γραμμές και οι ισοδυναμικές επιφάνειες είναι πάντα κάθετες μεταξύ τους.

Δυναμικές γραμμές και ισοδυναμικές επιφάνειες σημειακού θετικού φορτίου, διπόλου και ζεύγους ίσων θετικών φορτίων

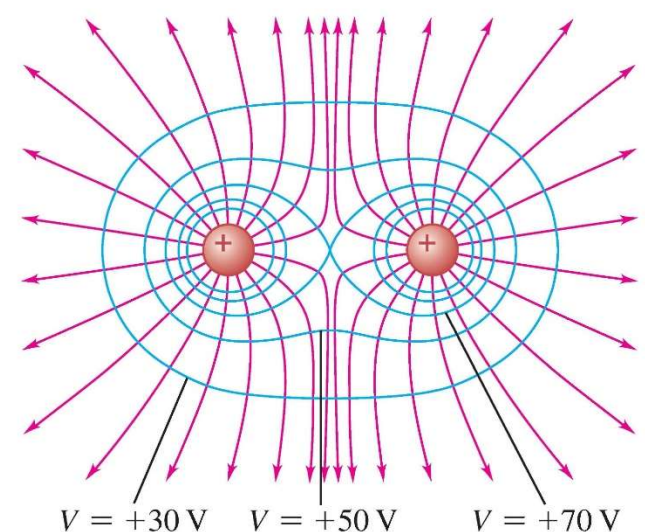
(a) Απλό θετικό φορτίο



(b) Ηλεκτρικό δίπολο



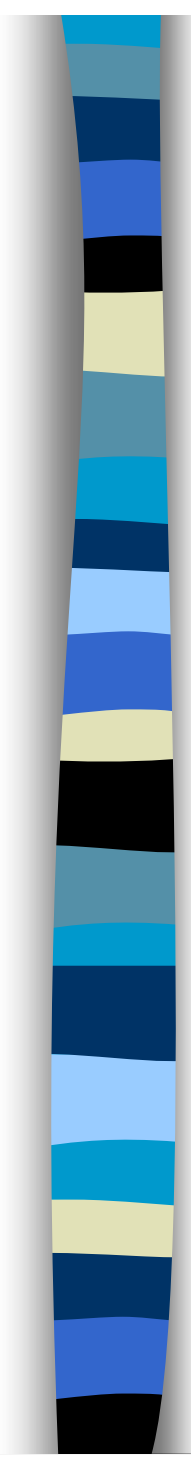
(c) Δύο ίσα θετικά φορτία



→ Ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές

— Διατομές των ισοδυναμικών επιφανειών

• Έργο δεν πραγματοποιείται στην κίνηση φορτίου πάνω σε ισοδυναμικές επιφάνειες (δεν υπάρχει συνιστώσα του E κι επομένως της δύναμης πάνω σε αυτές)



Ηλεκτρονιοβόλτ

Το μέτρο e του φορτίου του ηλεκτρονίου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να οριστεί μια μονάδα ενέργειας που είναι χρήσιμη σε πολλούς υπολογισμούς σε ατομικά και πυρηνικά συστήματα. Όταν ένα σωματίδιο με φορτίο q κινείται από ένα σημείο που το δυναμικό είναι V_b προς σημείο που το δυναμικό είναι V_a , η μεταβολή στη δυναμική ενέργεια U είναι

$$U_a - U_b = q(V_a - V_b) = qV_{ab}$$

Εάν το φορτίο q ισούται με το μέτρο e του φορτίου του ηλεκτρονίου, $1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$ και η διαφορά δυναμικού είναι $V_{ab} = 1 \text{ V}$, η μεταβολή στην ενέργεια είναι

$$U_a - U_b = (1,602 \times 10^{-19} \text{ C})(1 \text{ V}) = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

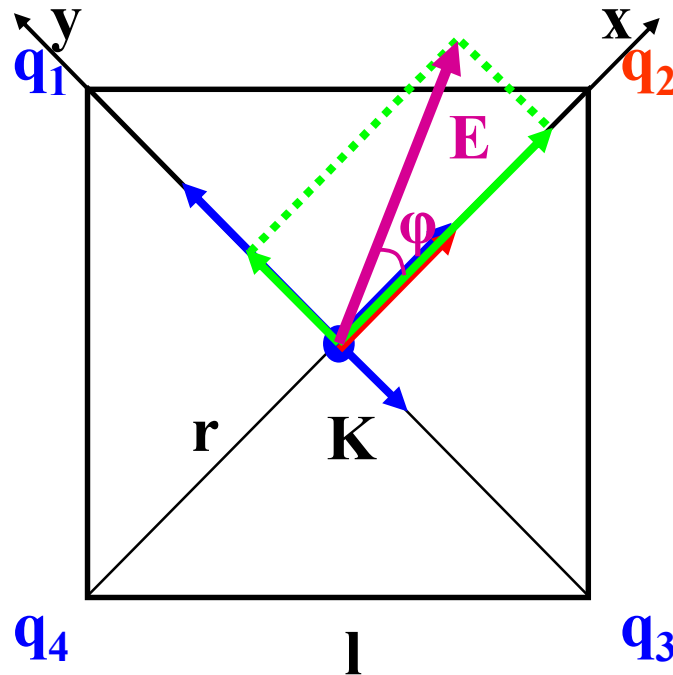
$$1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Η ενέργεια που αποκτά e κινούμενο μεταξύ δύο σημείων με διαφορά δυναμικού 1 V

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



Υπολογισμός E και V στο κέντρο τετραγώνου



$$q_1 = +1 \times 10^{-8} \text{ C}, q_2 = -2 \times 10^{-8} \text{ C}$$

$$q_3 = +3 \times 10^{-8} \text{ C}, q_4 = +2 \times 10^{-8} \text{ C}$$

$$l = 1 \text{ m}, r^2 + r^2 = l^2 \Rightarrow r^2 = 0.5 \text{ m}^2$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2} \quad (K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)$$

$$E_1 = 180 \text{ N/C}, E_2 = 360 \text{ N/C}$$

$$E_3 = 540 \text{ N/C}, E_4 = 360 \text{ N/C}$$

$$E_x = E_2 + E_4 = 720 \text{ N/C}$$

$$E_y = E_3 - E_1 = 360 \text{ N/C}$$

$$|E| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 805 \text{ N/C}$$

$$\tan\phi = E_y/E_x \Rightarrow \phi = 26.6^\circ$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

$$V = 509 \text{ Volts}$$

ΠΥΚΝΩΤΕΣ

Όταν τεντώνουμε το λάστιχο μιας σφεντόνας ή όταν τραβάμε τη χορδή ενός τόξου, αποθηκεύουμε μηχανική ενέργεια υπό μορφή ελαστικής δυναμικής ενέργειας.

→ Ο πυκνωτής είναι μια διάταξη που αποθηκεύει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια και ηλεκτρικό φορτίο.

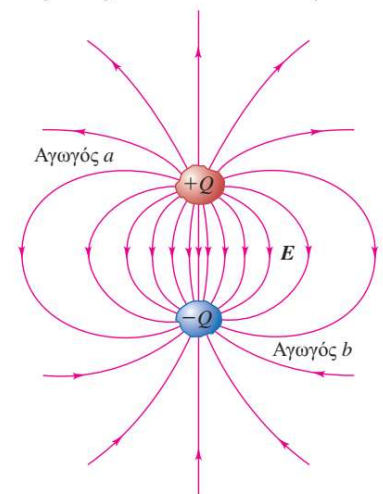
Χαρακτηρίζεται ως ένα παθητικό ηλεκτρικό στοιχείο ικανό για αποθήκευση ενέργειας

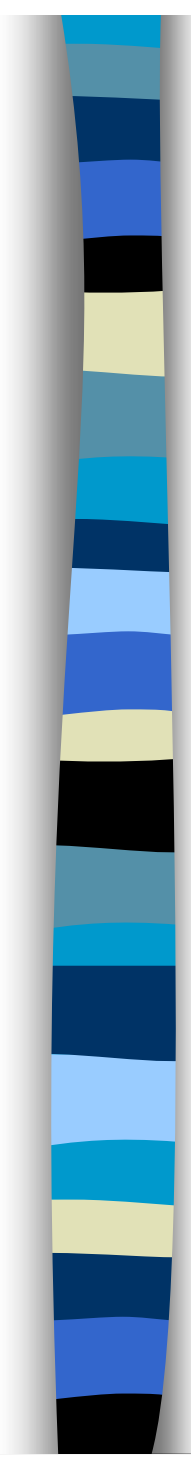
Για να φτιάξουμε έναν πυκνωτή, μονώνουμε δύο αγωγούς. Μεταφέρουμε φορτίο από τον έναν αγωγό στον άλλο έτσι ώστε ο ένας να έχει αρνητικό φορτίο και ο άλλος να έχει ίση ποσότητα θετικού φορτίου.

Ο κάθε αγωγός ονομάζεται **οπλισμός** του πυκνωτή (αρνητικός / θετικός)

Για να κινηθούν τα φορτία διαμέσου της διαφοράς δυναμικού που δημιουργείται μεταξύ των αγωγών απαιτείται να εκτελεστεί έργο και το έργο που εκτελείται αποθηκεύεται ως ηλεκτρική δυναμική ενέργεια

24.1 Δύο αγωγοί a και b , μονωμένοι μεταξύ τους, αποτελούν πυκνωτή.





ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Ένας πυκνωτής μπορεί να αποθηκεύσει ηλεκτρική ενέργεια (χρησιμοποιείται ως προσωρινή/επαναφορτιζόμενη μπαταρία που αποδίδει ενέργεια σε μικρούς χρόνους).

Συγκρινόμενοι με τις μπαταρίες γενικά αποδίδουν μικρή ενέργεια σε σχέση με τη μάζα τους (π.χ. 360 J/kg, ενώ οι αλκαλικές μπαταρίες 590 KJ/kg).

Οι υπερπυκνωτές (supercapacitors) αποτελούν ενδιάμεση λύση (με ταχεία μεταφορά φορτίου και μεγάλο αριθμό κύκλων φόρτισης/εκφόρτισης/επαναφόρτισης).

Οι πυκνωτές έχουν ένα τεράστιο πλήθος πρακτικών εφαρμογών σε διατάξεις όπως

- οι ηλεκτρονικές μονάδες φλας φωτογραφικών μηχανών,
- παλμικά λείζερ,
- αισθητήρες αερόσακων αυτοκινήτων καθώς και
- οι ραδιοφωνικοί και τηλεοπτικοί δέκτες
- σημαντικό ρόλο παίζουν οι πυκνωτές στα κυκλώματα εναλλασσόμενου ρεύματος

Digital memory

Pulsed power

Power-factor correction

Signal coupling/decoupling

High-pass and low-pass filters

Noise suppression, spikes, and snubbers

Motor starters (fluorescence lamps, refrigerators)

Tuned circuits

Sensing

ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΠΥΚΝΩΤΗ

Σύμβολο



Polarized Non-polarized
Capacitors

Για έναν πυκνωτή, **ΟΡΙΖΟΥΜΕ** το πηλίκο του φορτίου στον κάθε αγωγό διά της διαφοράς δυναμικού μεταξύ των αγωγών είναι μια σταθερά που λέγεται **χωρητικότητα**.

$$\text{Χωρητικότητα του πυκνωτή} \rightarrow C = \frac{Q}{V_{ab}} \quad (24.1)$$

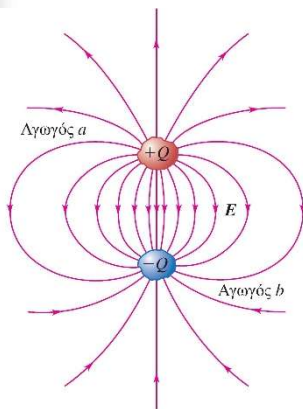
Μέτρο του φορτίου στον κάθε αγωγό
Διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών (ο a έχει φορτίο $+Q$ και ο b $-Q$)

Η μονάδα χωρητικότητας στο σύστημα SI ονομάζεται **farad** (φαράντ) (1 F), προς τιμή του Michael Faraday (Μάικλ Φαραντέι, Άγγλος φυσικός και χημικός, 1791-1867). Από την Εξ. (24.1), ένα farad = ένα *coulomb* ανά *volt* (1 C/V):

$$1 \text{ F} = 1 \text{ farad} = 1 \text{ C/V} = 1 \text{ coulomb ανά volt}$$

Όσο μεγαλύτερη η χωρητικότητα C ενός πυκνωτή, τόσο μεγαλύτερο το μέτρο Q του φορτίου του κάθε οπλισμού για δεδομένη διαφορά δυναμικού V_{ab} και επομένως τόσο μεγαλύτερη η αποθηκευμένη ενέργεια.

Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια μπορεί να θεωρηθεί πως **είναι αποθηκευμένη στο ίδιο το πεδίο**.



ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΠΥΚΝΩΤΗ

Η χωρητικότητα εξαρτάται από τα μεγέθη και τα σχήματα των αγωγών και από το μονωτικό υλικό (αν υπάρχει) μεταξύ τους.

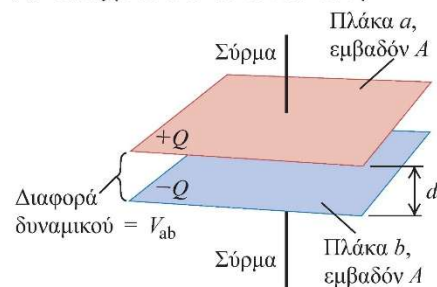
Σε σύγκριση με την περίπτωση που υπάρχει κενό μεταξύ των αγωγών, η χωρητικότητα αυξάνεται αν υπάρχει μονωτικό υλικό (κάποιο *διηλεκτρικό*). Αυτό συμβαίνει διότι γίνεται ανακατανομή των φορτίων μέσα στο διηλεκτρικό υλικό, που λέγεται *πόλωση*.

Πυκνωτής με παράλληλες πλάκες

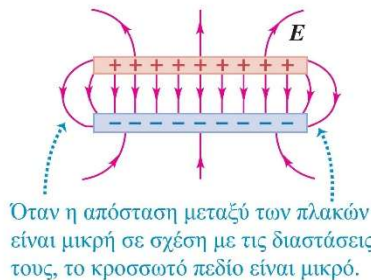
Οι αγωγοί που φέρουν τα φορτία είναι παράλληλες πλάκες σε μικρή απόσταση

24.2 Φορτισμένος επίπεδος πυκνωτής.

(a) Διάταξη των πλακών του πυκνωτή



(b) Πλευρική όψη του ηλεκτρικού πεδίου E



Είδαμε πως η ένταση του πεδίου ανάμεσα στις πλάκες δίνεται από τη σχέση

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

Το δυναμικό σε ομογενές πεδίο

$$V_{ab} = Ed = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Qd}{A}$$

Χωρητικότητα
επίπεδου πυκνωτή
στο κενό

$$C = \frac{Q}{V_{ab}}$$

Διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών

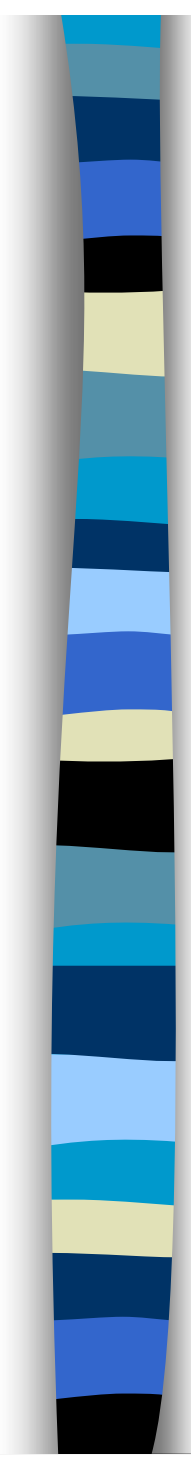
Μέτρο του φορτίου στον κάθε οπλισμό

Εμβαδόν του κάθε οπλισμού

Απόσταση μεταξύ των πλακών

Ηλεκτρική σταθερά

(24.2)



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24.1

ΜΕΓΕΘΟΣ (ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ) ΠΥΚΝΩΤΗ 1 F

Οι παράλληλοι οπλισμοί πυκνωτή 1,0 F βρίσκονται σε μεταξύ τους απόσταση 1,0 mm. Ποιο είναι το εμβαδόν τους;

$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{(1,0 \text{ F})(1,0 \times 10^{-3} \text{ m})}{8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}} = 1,1 \times 10^8 \text{ m}^2$$

Αυτό αντιστοιχεί σε ένα τετράγωνο με πλευρά περίπου 10 km! Ο όγκος ενός τέτοιου πυκνωτή θα ήταν τουλάχιστον $Ad = 1,1 \times 10^5 \text{ m}^3$, ίσος με αυτόν ενός κύβου πλευράς, περίπου 50 m. Εντούτοις, είναι δυνατόν να φτιαχτεί πυκνωτής 1 F με πλευρές μερικών εκατοστών.

Το κόλπο είναι να υπάρχει ένα κατάλληλο υλικό μεταξύ των οπλισμών αντί για κενό, ώστε (εκτός των άλλων) να μπορεί να μικρύνει πάρα πολύ η απόσταση d μεταξύ των πλακών.

Επίσης θα πρέπει να κατασκευαστούν οπλισμοί από υλικά που επιτρέπουν όσο το δυνατόν μεγαλύτερη διεπιφάνεια μεταξύ του διηλεκτρικού και του οπλισμού (νανοδομές → νανοτεχνολογία)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24.2**ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΥΚΝΩΤΗ ΜΕ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΠΛΑΚΕΣ**

Οι οπλισμοί επίπεδου πυκνωτή στο κενό βρίσκονται σε απόσταση 5,00 mm και έχουν επιφάνειες 2,00 m². Στον πυκνωτή εφαρμόζεται διαφορά δυναμικού 10,0 kV. Υπολογίστε (a) τη χωρητικότητα· (b) το φορτίο του κάθε οπλισμού, και (c) το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου στον μεταξύ τους χώρο.

$$\begin{aligned}C &= \epsilon_0 \frac{A}{d} = (8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}) \frac{(2,00 \text{ m}^2)}{5,00 \times 10^{-3} \text{ m}} \\&= 3,54 \times 10^{-9} \text{ F} = 0,003 54 \text{ }\mu\text{F}\end{aligned}$$

(b) Το φορτίο του πυκνωτή είναι

$$\begin{aligned}Q &= CV_{ab} = (3,54 \times 10^{-9} \text{ C/V})(1,00 \times 10^4 \text{ V}) \\&= 3,54 \times 10^{-5} \text{ C} = 35,4 \text{ }\mu\text{C}\end{aligned}$$

Ο οπλισμός με το υψηλό δυναμικό έχει φορτίο +35,4 μC και ο άλλος οπλισμός έχει φορτίο −35,4 μC.

(c) Το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου είναι

$$\begin{aligned}E &= \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} = \frac{3,54 \times 10^{-5} \text{ C}}{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(2,00 \text{ m}^2)} \\&= 2,00 \times 10^6 \text{ N/C}\end{aligned}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24.3

ΣΦΑΙΡΙΚΟΣ ΠΥΚΝΩΤΗΣ

Δύο ομόκεντρα αγωγίμα σφαιρικά κελύφη (φλοιοί) διαχωρίζονται από κενό (Σχ. 24.5). Το εσωτερικό κέλυφος έχει ολικό φορτίο $+Q$ και εξωτερική ακτίνα r_a , το εξωτερικό κέλυφος έχει φορτίο $-Q$ και εσωτερική ακτίνα r_b . Βρείτε τη χωρητικότητα αυτού του σφαιρικού πυκνωτή.

$$\begin{aligned} V_{ab} = V_a - V_b &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_a} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_b} && \text{Άρα η χωρητικότητα είναι} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_b - r_a}{r_a r_b} && C = \frac{Q}{V_{ab}} = 4\pi\epsilon_0 \frac{r_a r_b}{r_b - r_a} \end{aligned}$$

Εφαρμογή

Για παράδειγμα, αν $r_a = 9,5 \text{ cm}$ και $r_b = 10,5 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} C &= 4\pi(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}) \frac{(0,095 \text{ m})(0,105 \text{ m})}{0,010 \text{ m}} \\ &= 1,1 \times 10^{-10} \text{ F} = 110 \text{ pF} \end{aligned}$$

Πυκνωτές συνδεδεμένοι σε σειρά και παράλληλα

Εάν έχουμε πυκνωτές συγκεκριμένης χωρητικότητας μπορούμε να τους συνδέσουμε κατάλληλα ώστε να ισοδυναμούν με έναν πυκνωτή ο οποίος διαθέτει διαφορετική τιμή χωρητικότητας.

Η **ισοδύναμη χωρητικότητα** C_{eq} του συνδυασμού δύο ή περισσότερων πυκνωτών που συνδέονται μεταξύ τους για τις απλούστερες των περιπτώσεων (σύνδεση σε σειρά και παράλληλη σύνδεση):

24.8 Σύνδεση σε σειρά δύο πυκνωτών.

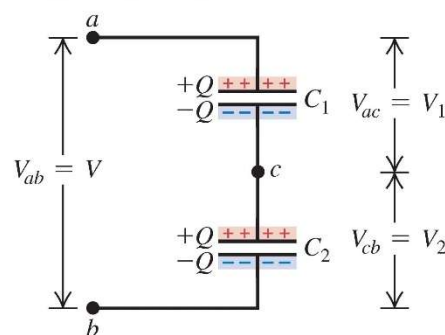
(a) Δύο πυκνωτές σε σειρά

ΙΔΙΟ ΦΟΡΤΙΟ

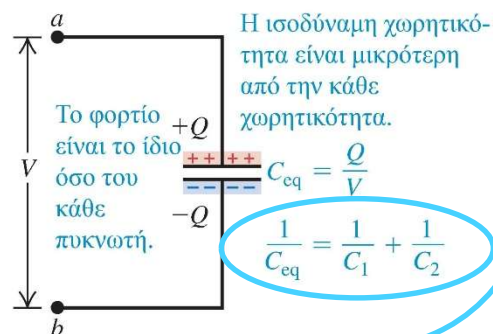
Στα άκρα κάθε πυκνωτή

Πυκνωτές σε σειρά:

- Οι πυκνωτές έχουν ίδιο φορτίο Q .
- Οι διαφορές δυναμικού τους προστίθενται:
 $V_{ac} + V_{cb} = V_{ab}$.



(b) Ο ισοδύναμος πυκνωτής

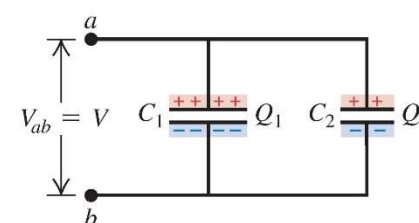


24.9 Παράλληλη σύνδεση δύο πυκνωτών.

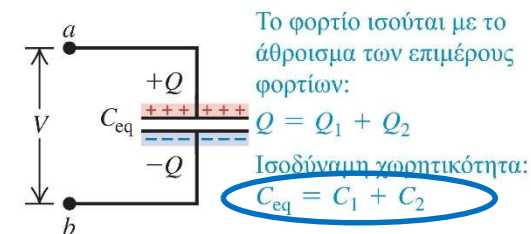
(a) Δύο πυκνωτές παράλληλα

Πυκνωτές παράλληλα:

- Οι πυκνωτές έχουν το ίδιο δυναμικό V .
- Το φορτίο του κάθε πυκνωτή εξαρτάται από τη χωρητικότητά του: $Q_1 = C_1 V$, $Q_2 = C_2 V$.



(b) Ο ισοδύναμος μοναδικός πυκνωτής

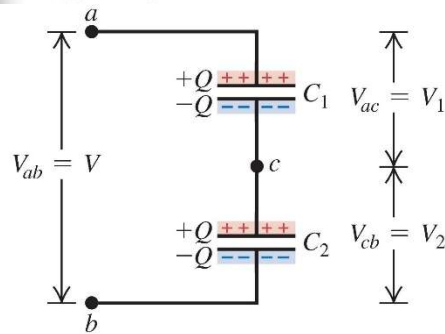


ΙΔΙΑ ΔΙΑΦΟΡΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ

Στα άκρα κάθε πυκνωτή

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24.5 ΠΥΚΝΩΤΕΣ ΣΕ ΣΕΙΡΑ ΚΑΙ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ

Στα Σχ. 24.8 και 24.9, έστω $C_1 = 6,0 \mu\text{F}$, $C_2 = 3,0 \mu\text{F}$, και $V_{ab} = 18 \text{ V}$. Βρείτε την ισοδύναμη χωρητικότητα, το φορτίο και τη διαφορά δυναμικού για τον κάθε πυκνωτή αν οι πυκνωτές συνδεθούν (a) σε σειρά (δείτε Σχ. 24.8) και (b) παράλληλα (δείτε Σχ. 24.9).

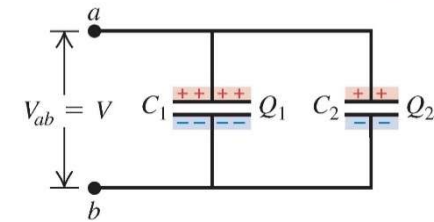


$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{6,0 \mu\text{F}} + \frac{1}{3,0 \mu\text{F}} \quad C_{\text{eq}} = 2,0 \mu\text{F}$$

$$Q = C_{\text{eq}}V = (2,0 \mu\text{F})(18 \text{ V}) = 36 \mu\text{C}$$

$$V_{ac} = V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{36 \mu\text{C}}{6,0 \mu\text{F}} = 6,0 \text{ V}$$

$$V_{cb} = V_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{36 \mu\text{C}}{3,0 \mu\text{F}} = 12,0 \text{ V}$$



$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 = 6,0 \mu\text{F} + 3,0 \mu\text{F} = 9,0 \mu\text{F}$$

$$Q_1 = C_1V = (6,0 \mu\text{F})(18 \text{ V}) = 108 \mu\text{C}$$

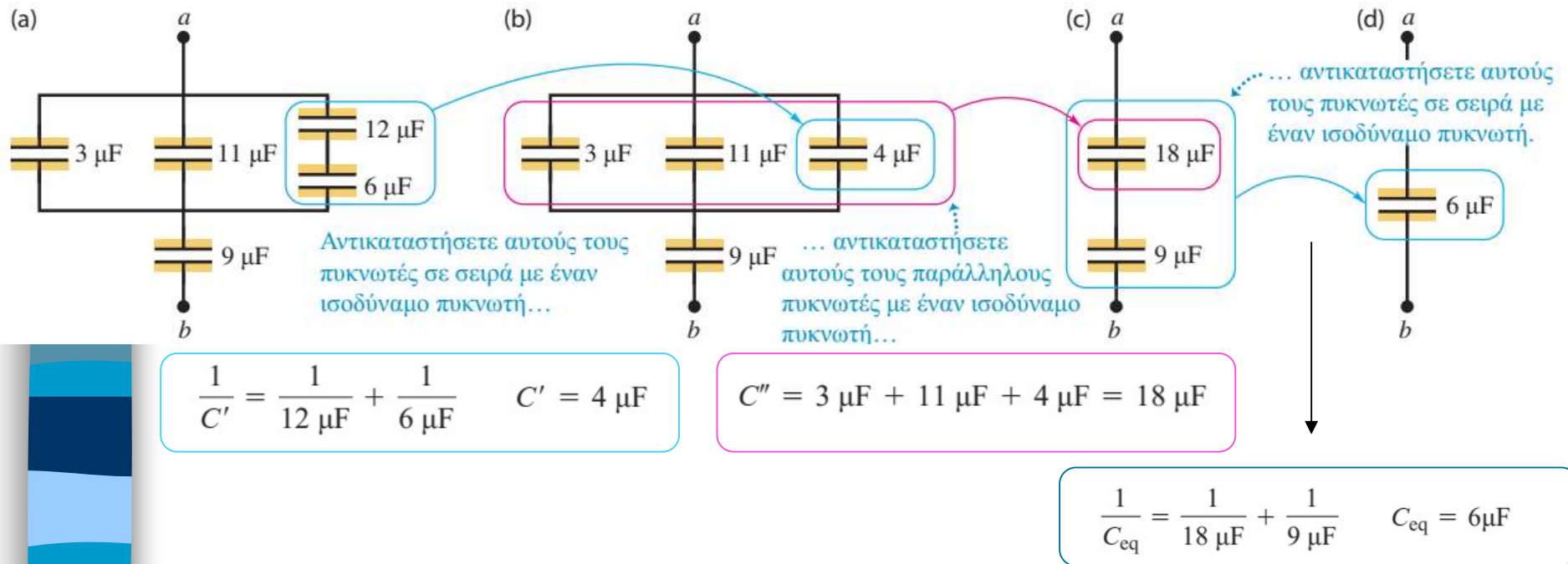
$$Q_2 = C_2V = (3,0 \mu\text{F})(18 \text{ V}) = 54 \mu\text{C}$$

$$V_1 = V_2 = V_{ab} = 18 \text{ V}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24.6 ΕΝΑ ΚΥΚΛΩΜΑ ΠΥΚΝΩΤΩΝ

Βρείτε την ισοδύναμη χωρητικότητα του κυκλώματος (δικτυώματος) με πέντε πυκνωτές που φαίνεται στο **Σχ. 24.10a**.

24.10 (a) Κύκλωμα (δικτύωμα) πυκνωτών μεταξύ των σημείων *a* και *b*. (b) Οι πυκνωτές των $12\ \mu\text{F}$ και $6\ \mu\text{F}$ σε σειρά στο (a) έχουν αντικατασταθεί με έναν ισοδύναμο πυκνωτή $4\ \mu\text{F}$. (c) Οι παράλληλοι πυκνωτές των $3\ \mu\text{F}$, $11\ \mu\text{F}$, και $4\ \mu\text{F}$ στο (b) έχουν αντικατασταθεί με έναν ισοδύναμο πυκνωτή $18\ \mu\text{F}$. (d) Τελικώς, οι πυκνωτές των $18\ \mu\text{F}$ και $9\ \mu\text{F}$ σε σειρά στο (c) έχουν αντικατασταθεί με έναν ισοδύναμο πυκνωτή $6\ \mu\text{F}$.



Αν η διαφορά δυναμικού στα άκρα του όλου δικτυώματος στο Σχ.

24.10a είναι $V_{ab} = 9,0\ \text{V}$, το ολικό φορτίο στο δικτύωμα είναι

$$Q = C_{\text{eq}} V_{ab} = (6\ \mu\text{F}) (9,0\ \text{V}) = 54\ \mu\text{C}.$$

Μπορείτε να βρείτε το φορτίο και την τάση για τον καθένα από τους πέντε επιμέρους πυκνωτές;

Αποθήκευση ενέργειας σε πυκνωτές και ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου

Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια που είναι αποθηκευμένη σε φορτισμένο πυκνωτή είναι ίση με το έργο που απαιτείται για να φορτιστεί – δηλαδή, για να διαχωριστούν αντίθετα φορτία και να τοποθετηθούν σε δύο διαφορετικούς αγωγούς.

Ας υποθέσουμε ότι, όταν έχει τελειώσει η φόρτιση του πυκνωτή, το τελικό φορτίο είναι Q και η τελική διαφορά δυναμικού είναι V .

$$V = \frac{Q}{C}$$

Έστω ότι q και v είναι το φορτίο και η διαφορά δυναμικού, αντίστοιχα, σε κάποια ενδιάμεση φάση κατά τη διάρκεια της φόρτισης τότε $v = q/C$. Σε αυτήν τη φάση το έργο dW που χρειάζεται για να μεταφερθεί επιπλέον στοιχειώδες φορτίο dq είναι

$$dW = v dq = \frac{q dq}{C}$$

Το ολικό έργο W που απαιτείται για να αυξηθεί το φορτίο q του πυκνωτή από μηδέν σε Q είναι

$$W = \int_0^W dW = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C} \quad (\text{έργο για φόρτιση πυκνωτή})$$

Αυτό επίσης είναι το ολικό έργο που παράγεται από το ηλεκτρικό πεδίο επί του φορτίου όταν ο πυκνωτής εκφορτίζεται. Τότε το q ελαττώνεται από μια αρχική τιμή Q έως το μηδέν καθώς τα στοιχειώδη φορτία dq «πέφτουν» μέσα σε διαφορές δυναμικού v που μεταβάλλονται από V μέχρι μηδέν.

Αποθήκευση ενέργειας σε πυκνωτές και ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου

Αν ορίσουμε ότι η δυναμική ενέργεια ενός *αφόρτιστου* πυκνωτή είναι μηδέν, τότε το W ισούται με τη δυναμική ενέργεια U του φορτισμένου πυκνωτή.

Δυναμική ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV \quad (24.9)$$

Μέτρο του φορτίου σε κάθε οπλισμό
Χωρητικότητα
Διαφορά δυναμικού μεταξύ οπλισμών

$$u = \text{Πυκνότητα ενέργειας} = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{Ad} \quad (24.10)$$

Πυκνότητα ηλεκτρικής ενέργειας στο κενό

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \quad (24.11)$$

Μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου
Ηλεκτρική σταθερά

Η έκφραση $U = (1/2)Q^2/C$ δείχνει ότι ένας φορτισμένος πυκνωτής είναι το ηλεκτρικό ανάλογο τεντωμένου ελατηρίου με ελαστική δυναμική ενέργεια $U = (1/2)kx^2$.

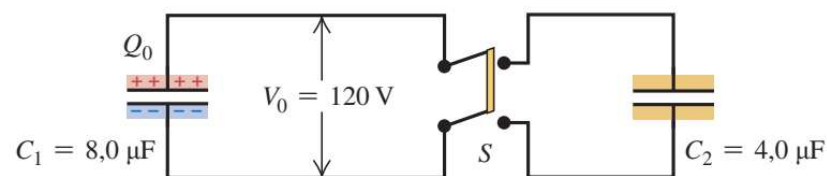
Το φορτίο Q είναι το ανάλογο της επιμήκυνσης x και το *αντίστροφο* της χωρητικότητας, $1/C$, είναι το ανάλογο της σταθεράς του ελατηρίου k . Η ενέργεια που παρέχεται στον πυκνωτή κατά τη διαδικασία της φόρτισης είναι το ανάλογο του έργου που εκτελούμε επί του ελατηρίου όταν το τεντώνουμε.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24.7

ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΦΟΡΤΙΟΥ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΜΕΤΑΞΥ ΠΥΚΝΩΤΩΝ

Συνδέουμε έναν πυκνωτή $C_1 = 8,0 \mu\text{F}$ σε ένα τροφοδοτικό, τον φορτίζουμε σε τάση $V_0 = 120 \text{ V}$ και αποσυνδέουμε το τροφοδοτικό (Σχ. 24.12). Ο διακόπτης S είναι ανοιχτός. (a) Πόσο είναι το φορτίο Q_0 στον C_1 ; (b) Πόση ενέργεια έχει αποθηκευτεί στον C_1 ; (c) Ο πυκνωτής χωρητικότητας $C_2 = 4,0 \mu\text{F}$ είναι αρχικά αφόρτιστος. Κλείνουμε τον διακόπτη S . Αφού πάψει η ροή φορτίου, πόση είναι η διαφορά δυναμικού στα άκρα του κάθε πυκνωτή και πόσο είναι το φορτίο στον κάθε πυκνωτή; (d) Ποια είναι η τελική ενέργεια του συστήματος;

24.12 Όταν κλείσει ο διακόπτης S , ο φορτισμένος πυκνωτής C_1 συνδέεται με τον αφόρτιστο πυκνωτή C_2 . Το κεντρικό μέρος του διακόπτη είναι ένα μονωτικό χερούλι· φορτίο μπορεί να κινηθεί μόνο μεταξύ των δύο άνω ακροδεκτών και μεταξύ των δύο κάτω ακροδεκτών.



(a) Το αρχικό φορτίο Q_0 στον C_1 είναι

$$Q_0 = C_1 V_0 = (8,0 \mu\text{F})(120 \text{ V}) = 960 \mu\text{C}$$

(b) Η αρχική αποθηκευμένη ενέργεια στον πυκνωτή C_1 είναι

$$U_{\text{initial}} = \frac{1}{2} Q_0 V_0 = \frac{1}{2} (960 \times 10^{-6} \text{ C})(120 \text{ V}) = 0,058 \text{ J}$$

(c) Μετά το κλείσιμο του διακόπτη, το θετικό φορτίο Q_0 κατανέμεται στους πάνω οπλισμούς και των δύο πυκνωτών και το αρνητικό φορτίο $-Q_0$ κατανέμεται στους κάτω οπλισμούς. Έστω Q_1 και Q_2 τα μέτρα των τελικών φορτίων στους δύο πυκνωτές. Η διατήρηση του φορτίου επιβάλλει ότι $Q_1 + Q_2 = Q_0$.

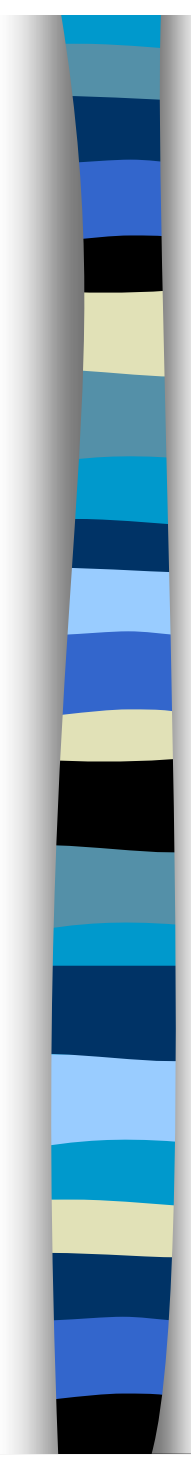
Η διαφορά δυναμικού V μεταξύ των οπλισμών είναι ίδια και για τους δύο πυκνωτές διότι είναι συνδεδεμένοι παράλληλα, οπότε τα φορτία είναι $Q_1 = C_1 V$ και $Q_2 = C_2 V$.

$$V = \frac{Q_0}{C_1 + C_2} = \frac{960 \mu\text{C}}{8,0 \mu\text{F} + 4,0 \mu\text{F}} = 80 \text{ V}$$

$$Q_1 = 640 \mu\text{C} \quad Q_2 = 320 \mu\text{C}$$

(d) Η τελική ενέργεια του συστήματος είναι

$$\begin{aligned} U_{\text{final}} &= \frac{1}{2} Q_1 V + \frac{1}{2} Q_2 V = \frac{1}{2} Q_0 V \\ &= \frac{1}{2} (960 \times 10^{-6} \text{ C})(80 \text{ V}) = 0,038 \text{ J} \end{aligned}$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24.8

ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

(a) Πόσο είναι το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου που χρειάζεται για να αποθηκευτεί 1,00 J ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας σε όγκο 1,00 m³ στο κενό; (b) Αν το μέτρο του πεδίου είναι δέκα φορές το προηγούμενο, πόση ενέργεια είναι αποθηκευμένη ανά κυβικό μέτρο;

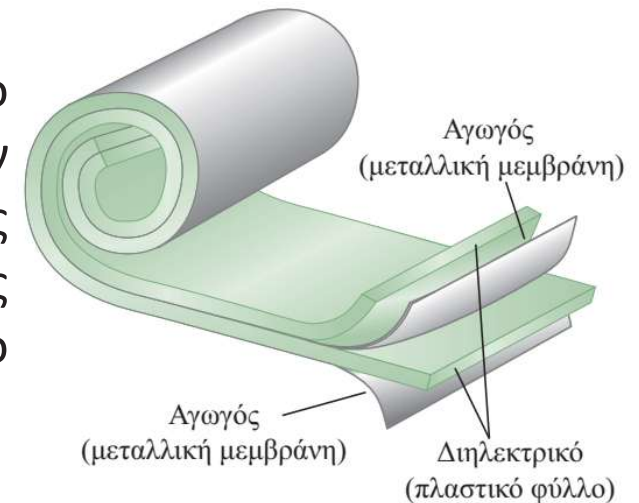
(a) Η ενεργειακή πυκνότητα που θέλουμε είναι $u = 1,00 \text{ J/m}^3$. Κατόπιν, από την Εξ. (24.11),

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{\frac{2u}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{2(1,00 \text{ J/m}^3)}{8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2}} \\ &= 4,75 \times 10^5 \text{ N/C} = 4,75 \times 10^5 \text{ V/m} \end{aligned}$$

(b) Η Εξ. (24.11) δείχνει ότι το u είναι ανάλογο του E^2 . Αν το E πολλαπλασιαστεί κατά παράγοντα 10, το u πολλαπλασιάζεται κατά παράγοντα $10^2 = 100$, οπότε η πυκνότητα ενέργειας γίνεται $u = 100 \text{ J/m}^3$.

Διηλεκτρικά

Οι περισσότεροι πυκνωτές έχουν ένα μη αγώγιμο υλικό, ή **διηλεκτρικό**, μεταξύ των αγώγιμων πλακών τους (οπλισμοί). Ένας συνήθης τύπος πυκνωτή χρησιμοποιεί μακριές λωρίδες μεταλλικών μεμβρανών, που διαχωρίζονται από λωρίδες πλαστικών φύλλων



Η τοποθέτηση στερεού διηλεκτρικού μεταξύ των οπλισμών ενός πυκνωτή εξυπηρετεί τρεις λειτουργίες:

1. λύνει το μηχανικό πρόβλημα της συγκράτησης δύο μεγάλων μεταλλικών φύλλων σε πολύ μικρή μεταξύ τους απόσταση χωρίς να ακουμπούν
2. η χρήση διηλεκτρικού αυξάνει τη μέγιστη δυνατή διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών του πυκνωτή (διηλεκτρική διάσπαση καλύτερη από τον αέρα).
3. η χωρητικότητα ενός πυκνωτή δεδομένων διαστάσεων είναι μεγαλύτερη όταν υπάρχει διηλεκτρικό υλικό μεταξύ των πλακών του παρά όταν υπάρχει κενό

Αύξηση χωρητικότητας με διηλεκτρικό

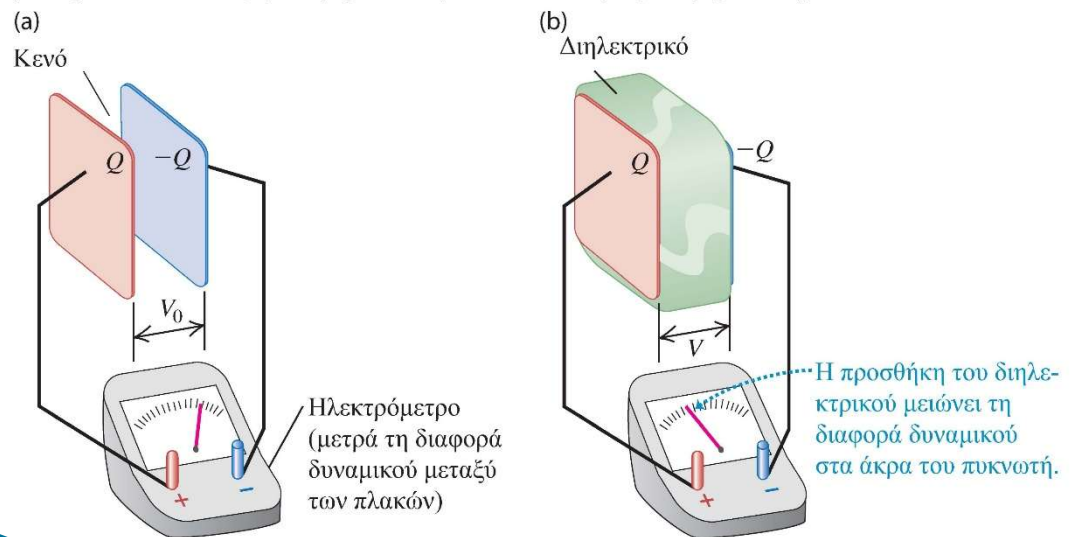
Ηλεκτρόμετρο συνδεδεμένο στα άκρα φορτισμένου πυκνωτή, με φορτίο μέτρου Q στον κάθε οπλισμό και διαφορά δυναμικού V_0 . Αν εισαγάγουμε ένα αφόρτιστο φύλλο διηλεκτρικού, όπως γυαλί, παραφίνη ή πολυστυρένιο, μεταξύ των πλακών, το πείραμα δείχνει ότι η διαφορά δυναμικού ελαττώνεται σε μια μικρότερη τιμή V (Σχ. 24.14b). Όταν απομακρύνουμε το διηλεκτρικό, η διαφορά δυναμικού επανέρχεται στην αρχική της τιμή V_0 δείχνοντας ότι τα αρχικά φορτία στις πλάκες δεν μεταβλήθηκαν

$$C=Q/V$$

Όταν ο χώρος μεταξύ των πλακών είναι πλήρως γεμάτος με το διηλεκτρικό, ο λόγος του C διά του C_0 (ίσος με τον λόγο του V_0 διά του V) λέγεται **διηλεκτρική σταθερά του υλικού, K**

ή σχετική διηλεκτρική σταθερά ή σχετική διηλεκτρική επιτρεπτότητα

24.14 Επίδραση διηλεκτρικού μεταξύ των πλακών επίπεδου πυκνωτή. (a) Για δεδομένο φορτίο, η διαφορά δυναμικού είναι V_0 . (b) Για το ίδιο φορτίο αλλά με διηλεκτρικό μεταξύ των πλακών, η διαφορά δυναμικού V είναι μικρότερη από V_0 .

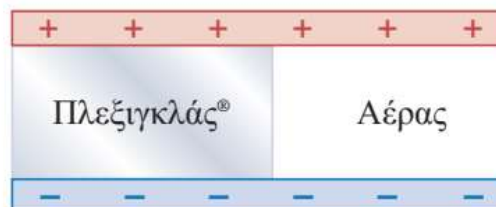


$$K = \frac{C}{C_0} \quad (\text{ορισμός της διηλεκτρικής σταθεράς}) \quad (24.12)$$

$$V = \frac{V_0}{K} \quad (\text{όταν το } Q \text{ είναι σταθερό}) \quad (24.13)$$

24.66 • Επίπεδος πυκνωτής αποτελείται από δύο τετραγωνικές πλάκες πλευράς 12,0 cm σε μεταξύ τους απόσταση 4,50 mm. Ο μεταξύ των πλακών μισός χώρος περιέχει αέρα, ενώ ο άλλος μισός είναι γεμάτος με πλεξιγκλάς με διηλεκτρική σταθερά 3,40 (Σχ. Π24.66). Στις δύο πλάκες είναι συνδεδεμένη μπαταρία 18,0 V. (a) Πόση είναι η χωρητικότητα αυτού του συνδυασμού; (Υπόδειξη: Μπορείτε να θεωρήσετε αυτόν τον πυκνωτή ως ισοδύναμο με δύο πυκνωτές παράλληλα;) (b) Πόση είναι η αποθηκευμένη ενέργεια στον πυκνωτή; (c) Αν απομακρύνουμε το πλεξιγκλάς ενώ δεν αλλάζουμε τίποτε άλλο, πόση ενέργεια θα είναι αποθηκευμένη στον πυκνωτή;

Σχήμα Π24.66



ΠΙΝΑΚΑΣ 24.1Τιμές της Διηλεκτρικής Σταθεράς K στους 20 °C

Υλικό	K	Υλικό	K
Κενό	1	Χλωριούχο πολυβινύλιο	3,18
Αέρας (1 atm)	1,000 59	Πλεξιγκλάς®	3,40
Αέρας (100 atm)	1,0548	Γυαλί	5-10
Τεφλόν	2,1	Νεοπρένιο	6,70
Πολυαιθυλένιο	2,25	Γερμάνιο	16
Βενζόλιο	2,28	Γλυκερίνη	42,5
Μίκα (μαρμαρυγίας)	3-6	Νερό	80,4
Μάιλαρ	3,1	Τιτανιούχο στρόντιο	310

ΠΡΟΣΟΧΗ Διηλεκτρική σταθερά και ηλεκτρική σταθερά Μη συγχέετε τη διηλεκτρική σταθερά K με την ηλεκτρική σταθερά ϵ_0 . Η τιμή του K είναι καθαρός αριθμός χωρίς μονάδες και είναι διαφορετική για διαφορετικά υλικά (δείτε Πίνακα 24.1). Αντιθέτως, το ϵ_0 είναι μια παγκόσμια σταθερά με μονάδες $C^2 / N \, m^2$ ή F/m . **!**

Κανένα πραγματικό διηλεκτρικό δεν είναι τέλειος μονωτής. Επομένως, υπάρχει πάντα λίγο ρεύμα διαρροής μεταξύ των φορτισμένων πλακών κάθε πυκνωτή με διηλεκτρικό.

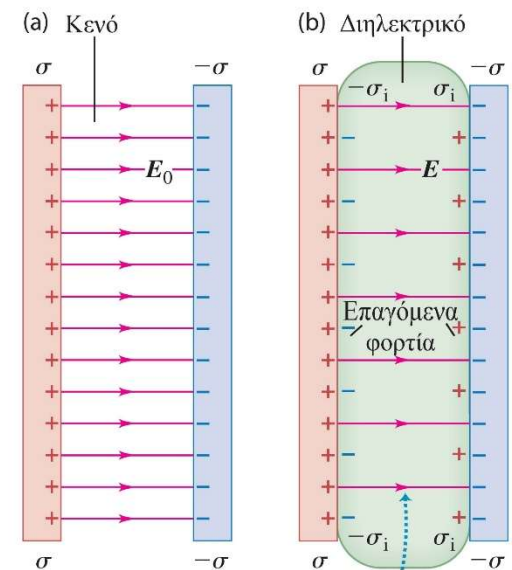
Επαγόμενο Φορτίο και Πόλωση

Όταν μεταξύ των οπλισμών τοποθετηθεί διηλεκτρικό υλικό ενώ το φορτίο διατηρείται σταθερό, η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών ελαττώνεται κατά παράγοντα K . Το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των πλακών μειώνεται κατά τον ίδιο παράγοντα. Αν για το κενό έχουμε E_0 και για το διηλεκτρικό η τιμή είναι E , τότε

$$E = \frac{E_0}{K} \quad (\text{όταν το } Q \text{ είναι σταθερό}) \quad (24.14)$$

Αφού το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου είναι μικρότερο όταν υπάρχει διηλεκτρικό, πρέπει επίσης και η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου (που παράγει το πεδίο) να είναι μικρότερη. Το φορτίο στις αγώγιμες πλάκες δεν μεταβάλλεται, αλλά στις δύο επιφάνειες του διηλεκτρικού εμφανίζονται *επαγόμενα* φορτία αντίθετου προσήμου (Σχ. 24.15). Το φαινόμενο ονομάζεται *πόλωση*.

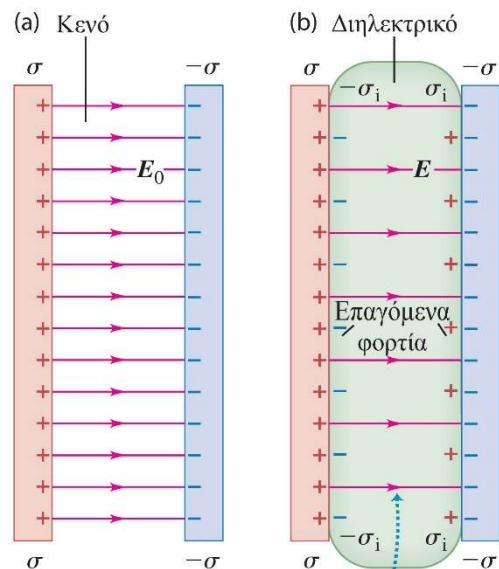
24.15 Γραμμές ηλεκτρικού πεδίου με (a) κενό μεταξύ των οπλισμών και (b) διηλεκτρικό μεταξύ των οπλισμών.



Για δεδομένη πυκνότητα φορτίου σ , τα επαγόμενα φορτία στις επιφάνειες του διηλεκτρικού μειώνουν το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των οπλισμών.

Επαγόμενο Φορτίο και Πόλωση

24.15 Γραμμές ηλεκτρικού πεδίου με (a) κενό μεταξύ των οπλισμών και (b) διηλεκτρικό μεταξύ των οπλισμών.



Για δεδομένη πυκνότητα φορτίου σ , τα επαγόμενα φορτία στις επιφάνειες του διηλεκτρικού μειώνουν το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των οπλισμών.

Έστω σ_i το μέτρο του φορτίου ανά μονάδα επιφάνειας που επάγεται στις επιφάνειες του διηλεκτρικού (η επαγόμενη πυκνότητα επιφανειακού φορτίου). Το μέτρο της επιφανειακής πυκνότητας φορτίου στους οπλισμούς του πυκνωτή είναι σ . Έτσι η ολική επιφανειακή πυκνότητα φορτίου στην κάθε πλευρά του πυκνωτή έχει μέτρο $(\sigma - \sigma_i)$ δείτε Σχ. 24.15b.

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad E = \frac{\sigma - \sigma_i}{\epsilon_0} \quad \text{και} \quad E = \frac{E_0}{K} \quad \Rightarrow \quad \sigma_i = \sigma \left(1 - \frac{1}{K} \right)$$

(επαγόμενη επιφανειακή πυκνότητα φορτίου)

Αυτή η εξίσωση δείχνει ότι όταν το K είναι πολύ μεγάλο, το σ_i είναι σχεδόν τόσο μεγάλο όσο το σ . Σε αυτήν την περίπτωση το σ_i σχεδόν εξουδετερώνει το σ και το πεδίο και η διαφορά δυναμικού είναι πολύ μικρότερα από αυτά για κενό.

ή *διηλεκτρική σταθερά*

Το γινόμενο $K\epsilon_0$ λέγεται **επιτρεπτότητα** του διηλεκτρικού και παριστάνεται με ϵ :

$$\epsilon = K\epsilon_0 \quad (\text{ορισμός της επιτρεπτότητας του διηλεκτρικού}) \quad (24.17)$$

Η ένταση του πεδίου **μέσα στο διηλεκτρικό** $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$ (24.18)

Χωρητικότητα πυκνωτή με διηλεκτρικό

$$C = KC_0 = K\epsilon_0 \frac{A}{d} = \epsilon \frac{A}{d} \quad (24.19)$$

Χωρητικότητα ενός επίπεδου πυκνωτή, διηλεκτρικό μεταξύ των οπλισμών

Διηλεκτρική σταθερά

Επιφάνεια του κάθε οπλισμού

Επιτρεπτότητα = $K\epsilon_0$

Χωρητικότητα χωρίς διηλεκτρικό

Ηλεκτρική σταθερά

Απόσταση μεταξύ των οπλισμών

Μπορεί να επιτευχθούν εξαιρετικά υψηλές χωρητικότητες με πλάκες που έχουν μεγάλο εμβαδόν επιφάνειας A και διαχωρίζονται από μικρή απόσταση d από ένα διηλεκτρικό με μεγάλο K . Στους ηλεκτρολυτικούς πυκνωτές διπλού στρώματος, μικροσκοπικοί κόκκοι άνθρακα είναι προσκολλημένοι στον κάθε οπλισμό: A είναι το συνδυασμένο (ενεργό) εμβαδόν της επιφάνειας των κόκκων, που μπορεί να είναι τεράστιο. Οι πλάκες με τους προσκολλημένους κόκκους διαχωρίζονται από ένα πολύ λεπτό διηλεκτρικό φύλλο. Ένας τέτοιος πυκνωτής μπορεί να έχει μια χωρητικότητα 5000 F και όμως να χωρά στην παλάμη του χεριού μας (συγκρίνετε με το Παράδ. 24.1)

Πυκνότητα ηλεκτρικής ενέργειας στο διηλεκτρικό

$$u = \frac{1}{2}K\epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\epsilon E^2 \quad (24.20)$$

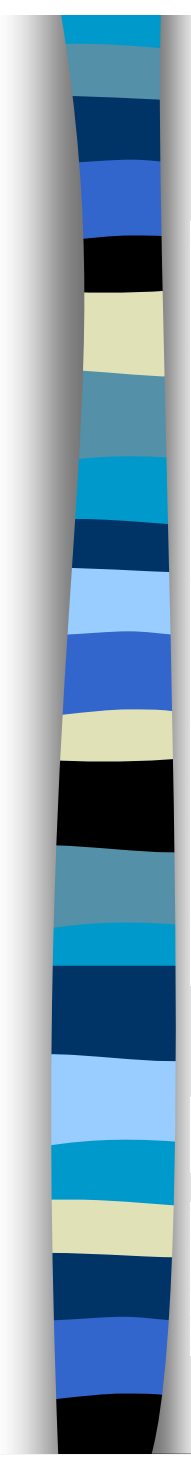
Πυκνότητα ηλεκτρικής ενέργειας στο διηλεκτρικό

Διηλεκτρική σταθερά

Επιτρεπτότητα = $K\epsilon_0$

Ηλεκτρική σταθερά

Μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24.10

ΠΥΚΝΩΤΗΣ ΜΕ ΚΑΙ ΧΩΡΙΣ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΟ

Έστω ότι η καθεμιά από τις παράλληλες πλάκες στο Σχ. 24.15 έχει επιφάνεια 2000 cm^2 ($2,00 \times 10^{-1} \text{ m}^2$) και βρίσκονται σε μεταξύ τους απόσταση $1,00 \text{ cm}$ ($1,00 \times 10^{-2} \text{ m}$). Συνδέουμε τον πυκνωτή με ένα τροφοδοτικό και φορτίζεται σε διαφορά δυναμικού $V_0 = 3,00 \text{ kV}$, κατόπιν τον αποσυνδέουμε από το τροφοδοτικό. Μεταξύ των πλακών εισάγουμε ένα φύλλο μονωτικού πλαστικού υλικού, που γεμίζει πλήρως τον χώρο μεταξύ τους. Βρίσκουμε ότι η διαφορά δυναμικού μειώνεται σε $1,00 \text{ kV}$ ενώ το φορτίο στην κάθε πλάκα του πυκνωτή παραμένει σταθερό. Υπολογίστε (α) την αρχική χωρητικότητα C_0 , (β) το μέτρο του φορτίου Q σε κάθε πλάκα, (γ) τη χωρητικότητα C αφού μπήκε το διηλεκτρικό, (δ) τη διηλεκτρική σταθερά K του διηλεκτρικού, (ε) την επιτρεπτότητα ϵ του διηλεκτρικού, (ς) το μέτρο του επαγόμενου φορτίου Q_i στην κάθε πλευρά του διηλεκτρικού, (ζ) το αρχικό ηλεκτρικό πεδίο E_0 μεταξύ των οπλισμών, και (η) το ηλεκτρικό πεδίο E μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24.11

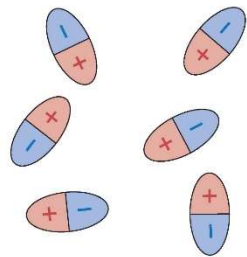
ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΜΕ ΚΑΙ ΧΩΡΙΣ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΟ

Βρείτε την αποθηκευμένη ενέργεια στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή στο Παράδ. 24.10 και την ενεργειακή πυκνότητα, πριν και μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού φύλλου.

ΜΟΡΙΑΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΕΠΑΓΟΜΕΝΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ

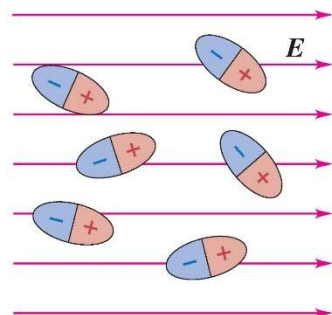
24.17 Πολικά μόρια (a) χωρίς και (b) με εφαρμοζόμενο ηλεκτρικό πεδίο E .

(a)



Χωρίς ηλεκτρικό πεδίο, τα πολικά μόρια προσανατολίζονται τυχαία.

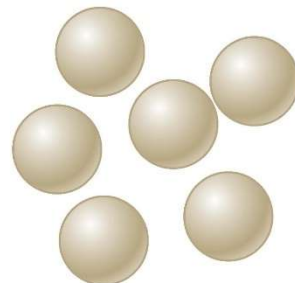
(b)



Όταν εφαρμόζεται ηλεκτρικό πεδίο, τα μόρια τείνουν να ευθυγραμμιστούν με αυτό.

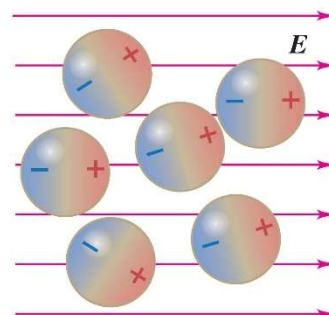
24.18 Μη πολικά μόρια (a) χωρίς και (b) με εφαρμοζόμενο ηλεκτρικό πεδίο E .

(a)



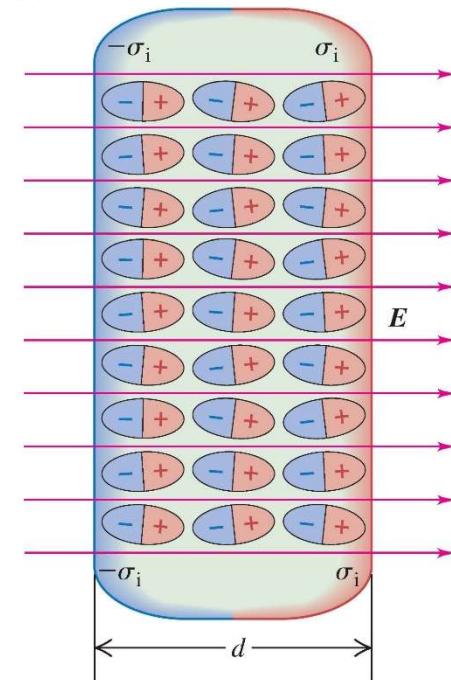
Χωρίς ηλεκτρικό πεδίο τα μη πολικά μόρια δεν είναι ηλεκτρικά δίπολα.

(b)



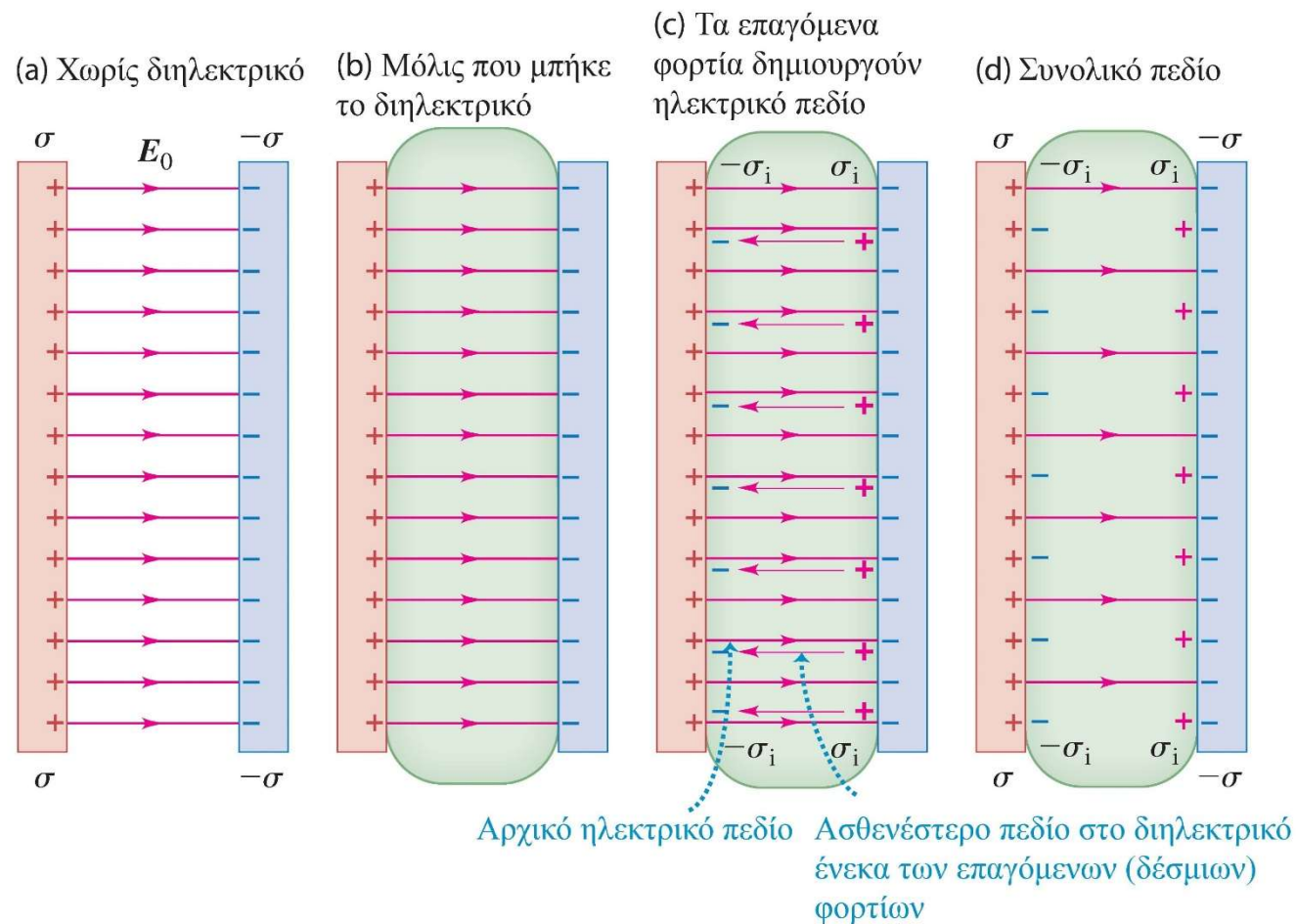
Το ηλεκτρικό πεδίο διαχωρίζει λίγο τα θετικά και τα αρνητικά φορτία, κάνοντας τα μόρια στην ουσία πολικά.

24.19 Η πόλωση διηλεκτρικού μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο E δημιουργεί λεπτά στρώματα δέσμιων φορτίων στις επιφάνειες, με επιφανειακές πυκνότητες φορτίου σ_i και $-\sigma_i$. Τα μεγέθη των μορίων αναπαριστώνται υπερβολικά μεγάλα για μεγαλύτερη σαφήνεια.



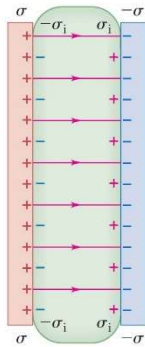
ΜΟΡΙΑΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΕΠΑΓΟΜΕΝΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ

24.20 (a) Ηλεκτρικό πεδίο μέτρου E_0 μεταξύ δύο φορτισμένων πλακών. (b) Εισαγωγή διηλεκτρικού διηλεκτρικής σταθεράς K . (c) Τα επαγόμενα επιφανειακά φορτία και το πεδίο τους. (d) Συνολικό πεδίο μέτρου E_0 / K .

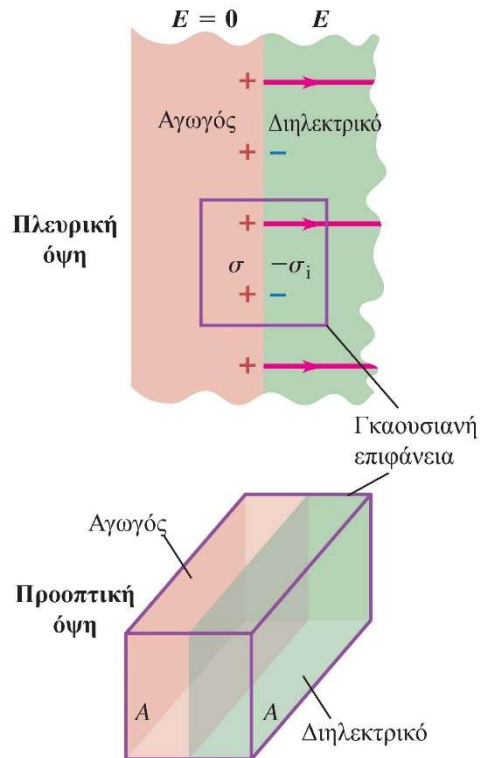


Ο Νόμος του Gauss στα Διηλεκτρικά

Ο νόμος του Gauss σε ιδιαίτερα εύχρηστη μορφή κατάλληλη για διηλεκτρικά



24.22 Ο νόμος του Gauss με διηλεκτρικό. Αυτό το σχήμα δείχνει μια κοντινή όψη της αριστερής πλάκας του πυκνωτή του Σχ. 24.15b. Η γκαουσιανή επιφάνεια είναι ένα τετράγωνο κουτί που βρίσκεται κατά το μισό μέσα στον αγωγό και κατά το άλλο μισό μέσα στο διηλεκτρικό.



Ας εφαρμόσουμε τον νόμο του Gauss στο ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο του οποίου η τομή φαίνεται με πορφυρό χρώμα· το εμβαδόν της επιφάνειας της αριστερής και της δεξιάς πλευράς είναι A . Η αριστερή πλευρά είναι μέσα στον αγωγό που αποτελεί τον αριστερό οπλισμό, άρα το πεδίο είναι μηδέν παντού πάνω σε αυτήν την επιφάνεια. Το δεξιο μέρος βρίσκεται μέσα στο διηλεκτρικό, όπου το ηλεκτρικό πεδίο έχει μέτρο E , ενώ $E_{\perp} = 0$ παντού πάνω στις άλλες τέσσερις πλευρές. Το ολικό φορτίο μέσα στο ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, συμπεριλαμβανομένου του φορτίου του οπλισμού και του επαγόμενου φορτίου στην επιφάνεια του διηλεκτρικού, είναι $Q_{\text{encl}} = (\sigma - \sigma_i)A$, άρα ο νόμος του Gauss δίνει

$$EA = \frac{(\sigma - \sigma_i)A}{\epsilon_0} \quad (24.21)$$

$$\sigma_i = \sigma \left(1 - \frac{1}{K}\right)$$

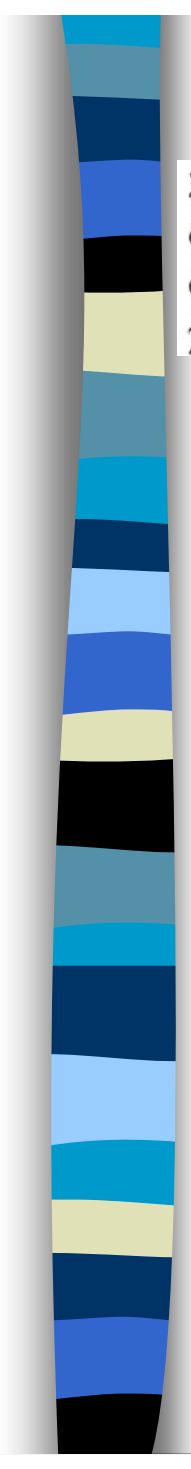
$$KEA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

η ροή του KE , όχι του E , μέσα από την γκαουσιανή επιφάνεια στο Σχ. 24.22 ισούται με το **περικλειόμενο ελεύθερο φορτίο σA** διαιρεμένο διά ϵ_0 .

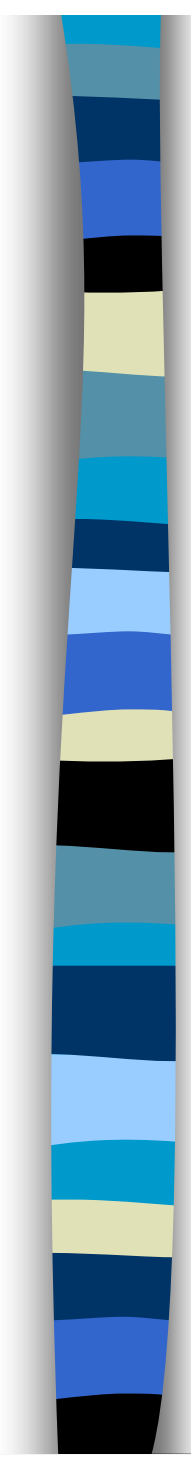
Νόμος του Gauss
σε διηλεκτρικό:

$$\oint KE \cdot dA = \frac{Q_{\text{encl-free}}}{\epsilon_0} \quad (24.23)$$

Διηλεκτρική σταθερά
Ολικό ελεύθερο φορτίο μέσα στην επιφάνεια
Ηλεκτρική σταθερά
Επιφανειακό ολοκλήρωμα του KE πάνω στην κλειστή επιφάνεια



24.23 • Επίπεδος πυκνωτής αέρος χωρητικότητας $5,80 \mu\text{F}$ έχει απόσταση μεταξύ των πλακών $5,00 \text{ mm}$ και είναι φορτισμένος με διαφορά δυναμικού 400 V . Υπολογίστε την πυκνότητα ενέργειας στο χώρο μεταξύ των πλακών, σε J/m^3 .

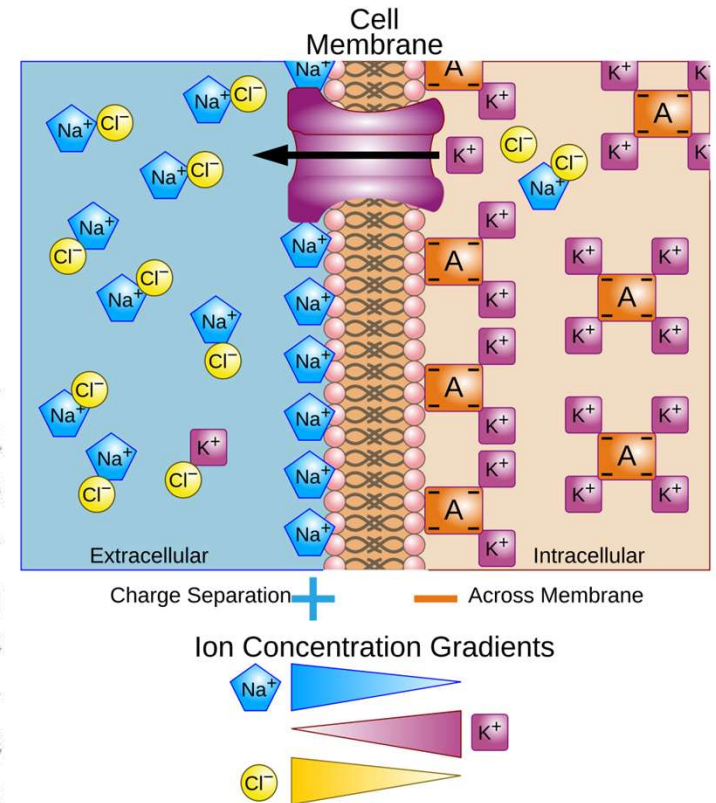
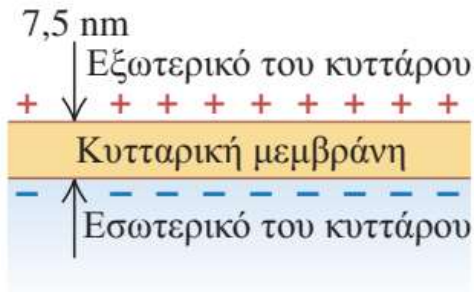


24.58 • Χωρητικότητα Ενός Σύννεφου Καταιγίδας. Η περιοχή που βρίσκεται το φορτίο ενός σύννεφου καταιγίδας, το οποίο ολισθαίνει στα 3,0 km πάνω από την επιφάνεια της Γης, φέρει 20 C αρνητικού φορτίου. Υποθέστε ότι η περιοχή του φορτίου είναι κυκλικός δίσκος ακτίνας 1,0 km. Προσομοιώστε τη διάταξη θεωρώντας την κατανομή φορτίου στο σύννεφο και την επιφάνεια της Γης ως παράλληλες πλάκες επίπεδου πυκνωτή (απόσταση αρκετά μικρότερη από τις διαστάσεις των πλακών). Υπολογίστε (a) τη χωρητικότητα του συστήματος· (b) την τάση μεταξύ σύννεφου και εδάφους· (c) την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ σύννεφου και εδάφους· (d) την αποθηκευμένη ενέργεια στο σύστημα.

24.48 ... BIO Κυτταρικές Μεμβράνες.

Οι κυτταρικές μεμβράνες (το περίβλημα, τοίχωμα, γύρω από το κύτταρο) έχουν τυπικό πάχος περίπου 7,5 nm. Είναι μερικώς διαπερατές για να επιτρέπουν σε φορτισμένο υλικό να διέρχεται προς τα μέσα και προς τα έξω, όποτε χρειάζεται. Στην εσωτερική και στην εξωτερική πλευρά μιας τέτοιας μεμβράνης αναπτύσσονται ίσες αλλά αντίθετες πυκνότητες φορτίου και αυτά τα φορτία εμποδίζουν τη ροή επιπλέον φορτισμένου υλικού διαμέσου του τοιχώματος του κυττάρου. Μπορούμε να προσομοιώσουμε την κυτταρική μεμβράνη σαν έναν επίπεδο πυκνωτή, με τη μεμβράνη την ίδια που περιέχει πρωτεΐνες εμβαπτισμένες μέσα σε ένα οργανικό υλικό δίνοντας στη μεμβράνη μια διηλεκτρική σταθερά περίπου 10. (Δείτε Σχ. Π24.48.) (a) Πόση είναι η χωρητικότητα ανά τετραγωνικό εκατοστό ενός τέτοιου κυτταρικού τοιχώματος; (b) Στην κανονική του κατάσταση ηρεμίας, το κύτταρο έχει διαφορά δυναμικού 85 mV μεταξύ των δύο πλευρών της μεμβράνης. Πόσο είναι το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό της μεμβράνης;

Σχήμα Π24.48

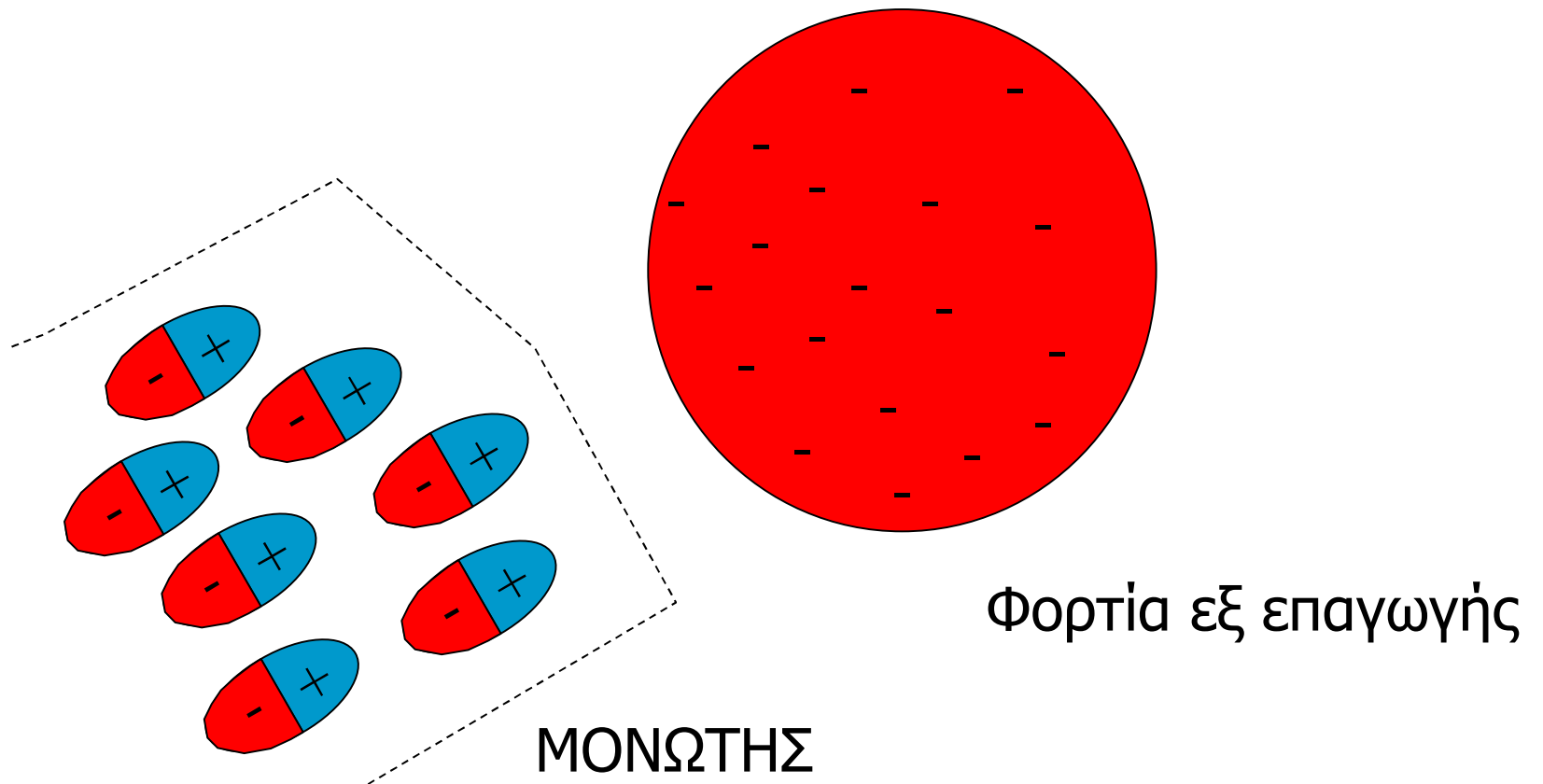


Αγωγοί και μονωτές

Αγωγοί: μέταλλα (Φαινόμενο Hall → αρνητικά φορτία μπορούν και κινούνται, εξαίρεση: μπαταρίες/ηλεκτρολύτες)

Μονωτές: γυαλί, πλαστικά κλπ [Πόλωση]

Ημιαγωγοί



Αγωγοί σε ηλεκτρικό πεδίο - κίνηση ελευθέρων φορέων

Ηλεκτρική αγωγιμότητα:
κίνηση ηλεκτρικών φορτίων

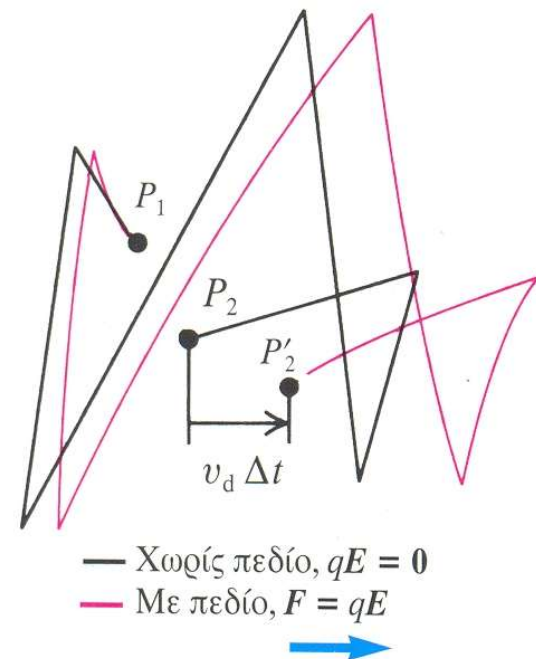
Ηλεκτρικό ρεύμα:
ροή φορτίων λόγω παρουσίας
ηλεκτρικού πεδίου
(τυχαία κίνηση + ολίσθηση ή
μετάθεση, u_d)

Συνεχές ρεύμα (dc):

Σταθερό πεδίο $\rightarrow$ σταθερή φορά και ροή του ρεύματος

Εναλλασσόμενο ρεύμα (ac)

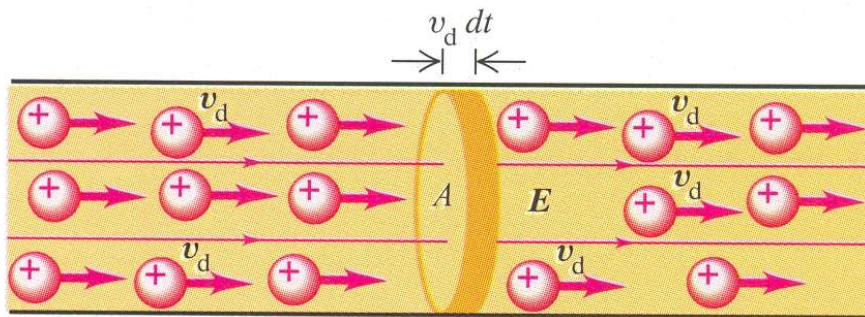
Περιοδικά μεταβαλλόμενο πεδίο



ΕΝΤΑΣΗ ΚΑΙ ΦΟΡΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος (μακροσκοπικό, βαθμωτό μέγεθος):

Ο ρυθμός μεταφοράς φορτίου μέσω της διατομής A

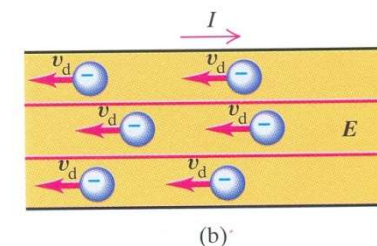
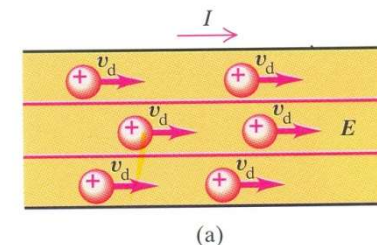


$$I = \frac{dQ}{dt}$$

1 A = 1 C/s
(mA, μ A, nA, pA)

✓ Φορά του ρεύματος:

Η φορά κίνησης θετικών φορτίων
(αντίθετη της κίνησης των
ηλεκτρονίων)

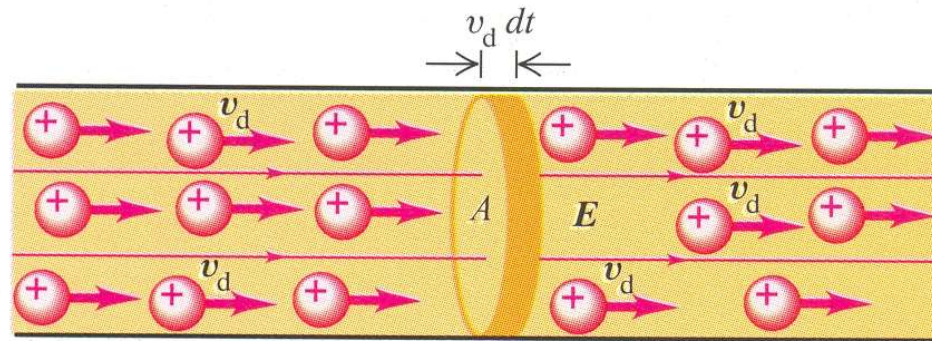


ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

✓ Πυκνότητα του ρεύματος (μικροσκοπικό, διανυσματικό μέγεθος):

Το φορτίο που διέρχεται στη μονάδα του χρόνου από τη μονάδα επιφάνειας του αγωγού

$|j| = dI/dA$, για σταθερή ένταση ρεύματος: $|j| = I/A = Q/(At)$

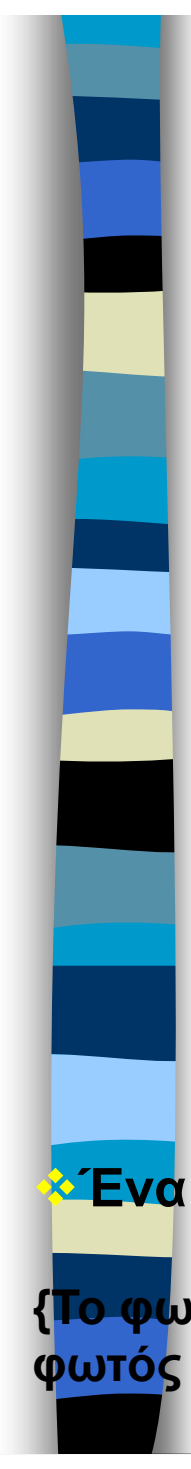


Σε χρόνο dt : $dQ = n(Au_d dt)q$, n : σωματίδια/όγκος, q : φορτίο σωματιδίων

$$I = dQ/dt = nqu_d A, \quad j = I/A = nqu_d$$

Η j έχει τη διεύθυνση της u_d

$$J = n_1 q_1 v_{d1} + n_2 q_2 v_{d2} + \dots$$



ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΡΕΥΜΑ (ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ)



Υπολογισμός πυκνότητας ρεύματος και ταχύτητας ολίσθησης

Σύρμα από χαλκό
τροφοδοτεί λαμπτήρα:

$$A = \pi d^2/4 = 8.2 \times 10^{-7} \text{ m}^2$$
$$J = I/A = 2 \times 10^6 \text{ A/m}^2$$

$$d = 1.02 \text{ mm} = 1.02 \times 10^{-3} \text{ m}$$
$$I = 1.67 \text{ A}, n = 8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$J = nqu_d \Rightarrow u_d = J/(nq)$$

$$q = e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$u_d = 1.5 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

Τυχαία κίνηση: $u \sim 10^6 \text{ m/s}$

❖ Ένα ηλεκτρόνιο απαιτεί 1 h και 50 min (6700 s) για να διασχίσει 1 m !!!

{Το φως ανάβει αμέσως γιατί το ηλεκτρικό πεδίο διαδίδεται με την ταχύτητα του φωτός $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ (H/M κύμα) και κινεί ηλεκτρόνια σε όλο το μήκος του αγωγού}

ΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΑ - ΕΙΔΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ

Πυκνότητα του ρεύματος:

Σ' έναν αγωγό: $j = f(E)$,

Σε πολλά υλικά (μέταλλα): $j \propto E \rightarrow j = \sigma E$

Ωμικά υλικά

σ : αγωγιμότητα

❖ Ειδική αντίσταση: $\rho = 1/\sigma \Rightarrow \rho = \frac{E}{J}$. $\{(V/m)/(A/m^2) = Vm/A = \Omega m, \Omega cm\}$

✓ Τιμές της ρ (R.T.)

Υλικό	$\rho(\Omega \cdot m)$	Υλικό	$\rho(\Omega \cdot m)$
Αγωγοί		Ημιαγωγοί	
Μέταλλα		Καθαρός Άνθρακας	$3,5 \times 10^{-5}$
Αργυρος	$1,47 \times 10^{-8}$	Καθαρό Γερμάνιο	0,60
Χαλκός	$1,72 \times 10^{-8}$	Καθαρό Πυρίτιο	2300
Χρυσός	$2,44 \times 10^{-8}$	Μονωτές	
Αργήλιο	$2,63 \times 10^{-8}$	Ήλεκτρο	5×10^{14}
Βολφράμιο	$5,51 \times 10^{-8}$	Γυαλί	$10^{10} - 10^{14}$
Χάλυβας	20×10^{-8}	Λουσίτης	$> 10^{13}$
Μόλυβδος	22×10^{-8}	Μίκα	$10^{11} - 10^{15}$
Υδράργυρος	95×10^{-8}	Χαλαζίας (τετηγμένος)	75×10^{16}
Κράματα		Θείο	10^{15}
Μαγγανίνη (Cu 84, Mn 12, Ni 4)	44×10^{-8}	Τεφλόν	$> 10^{13}$
Κονσταντάνη (Cu 60, Ni 40)	49×10^{-8}	Ξύλο	$10^8 - 10^{11}$
Χρωμονικελίνη	100×10^{-8}		

ΕΙΔΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ (ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ)

Χάλκινο σύρμα ($\rho = 1.7 \times 10^{-6} \Omega \text{cm}$, $A = 2.09 \times 10^{-2} \text{ cm}^2$)
διαρρέεται από ρεύμα $I = 1 \text{ A}$, $E =$;

$$\rho = \frac{E}{j}$$

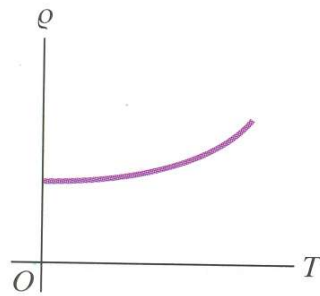
$$\rho = \frac{E}{\frac{I}{A}} \Rightarrow E = \rho \frac{I}{A}$$

$$\begin{aligned} \rho &= 1.7 \times 10^{-6} \Omega \text{cm} = 1.7 \times 10^{-8} \Omega \text{m} \\ A &= 2.09 \times 10^{-2} \text{ cm}^2 = 2.09 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \\ (I &= 1 \text{ A}) \end{aligned}$$

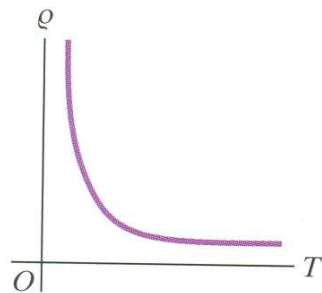
$$E = 8.1 \times 10^{-3} \text{ V/m}$$

→ Μονάδες: $\text{V/m} \equiv \text{N/C}$

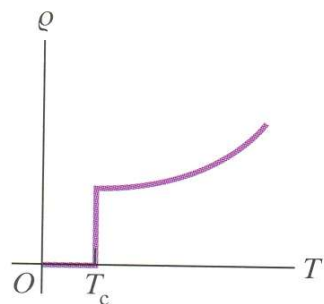
ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΚΗ ΕΞΑΡΤΗΣΗ ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ



(a) Μέταλλο



(b) Ημιαγωγός



(c) Υπεραγωγός

✓ Μεταλλικοί αγωγοί:

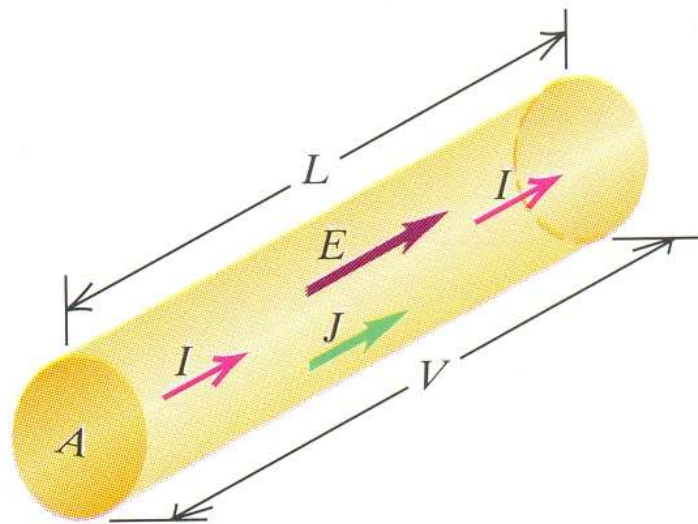
$$\rho_T = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)],$$

α: θερμικός συντελεστής ειδικής αντίστασης

✓ **Θερμικοί συντελεστές της ρ (R.T.)**

Υλικό	$\alpha [(^{\circ}\text{C})^{-1}]$	Υλικό	$\alpha [(^{\circ}\text{C})^{-1}]$
Αργίλιο	0,0039	Μόλυβδος	0,0043
Ορείχαλκος	0,0020	Μαγγανίνη	0,000000
Άνθρακας	-0,0005	Υδράργυρος	0,00088
Κονσταντάνη	0,000002	Χρωμονικελίνη	0,0004
Χαλκός	0,0039	Άργυρος	0,0038
Σίδηρος	0,0050	Βολφράμιο	0,0045

ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ (ΜΑΚΡΟΣΚΟΠΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ)



✓ Ειδική αντίσταση:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \sigma = 1/\rho$$

$$\rho = \frac{E}{J}.$$

$$j = I/A \Rightarrow I = jA \Rightarrow I = (E/\rho)A$$

$(E = V/L)$

$$V = I \frac{\rho L}{A}$$

Αντίσταση αγωγού:

$$R = \frac{\rho L}{A}.$$

$$R = \frac{V}{I}$$

$$V = IR.$$

$$\rho_T = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)],$$

$$\Rightarrow R_T = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)].$$

ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ (ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ)



Χάλκινο σύρμα 50 m ($\rho = 1.72 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$, $\alpha = 0.0039 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)

- i. $R(\text{R.T.}) = ; \{A = 8.2 \times 10^{-7} \text{ m}^2\}$
- ii. $R(0 \text{ } ^\circ\text{C}) = ; \quad R(100 \text{ } ^\circ\text{C}) = ; \quad \{R(20 \text{ } ^\circ\text{C}) = 1.05 \Omega\}$

i.

$$R = \frac{\rho L}{A}.$$

$$R(\text{R.T.}) = 1.05 \Omega$$

ii.

$$R_T = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)].$$

$$R(0 \text{ } ^\circ\text{C}) = R(20 \text{ } ^\circ\text{C}) [1 + \alpha(0 - 20)]$$

$$R(0 \text{ } ^\circ\text{C}) = 0.97 \Omega$$

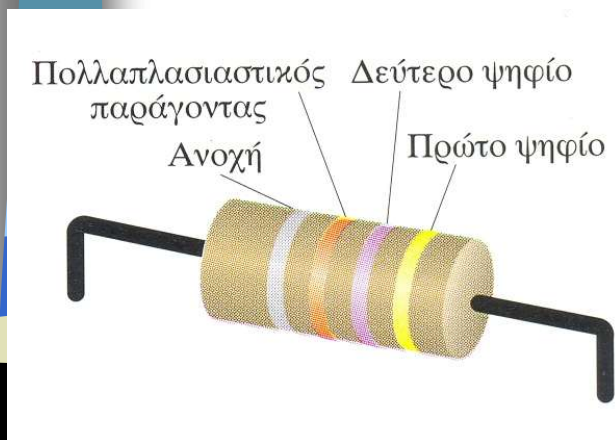
$$R(100 \text{ } ^\circ\text{C}) = R(20 \text{ } ^\circ\text{C}) [1 + \alpha(100 - 20)]$$

$$R(100 \text{ } ^\circ\text{C}) = 1.38 \Omega$$

ΑΝΤΙΣΤΑΤΗΣ



Στοιχείο κυκλώματος με καθορισμένη τιμή αντίστασης



$$R = AB \times 10^C \Omega$$

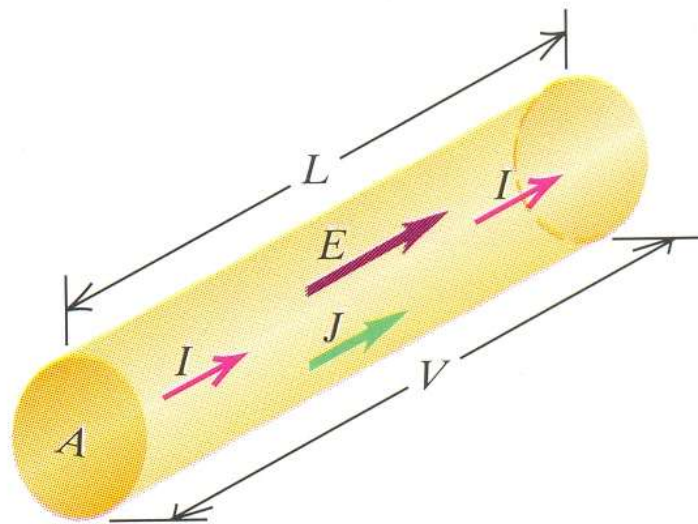
$$47 \times 10^3 \Omega = 47 \pm 10\% \text{ k}\Omega$$



Χρωματικός κώδικας αντιστάσεων

Χρώμα	Τιμή ψηφίου	Πολλαπλασιαστικός παράγοντας
Μαύρο	0	1
Καφέ	1	10
Ερυθρό	2	10^2
Πορτοκαλί	3	10^3
Κίτρινο	4	10^4
Πράσινο	5	10^5
Κυανό	6	10^6
Ιώδες	7	10^7
Γκριζο	8	10^8
Άσπρο	9	10^9

ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ (ΜΑΚΡΟΣΚΟΠΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ)



✓ Ειδική αντίσταση:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \sigma = 1/\rho$$

$$\rho = \frac{E}{J}.$$

$$j = I/A \Rightarrow I = jA \Rightarrow I = (E/\rho)A$$

$(E = V/L)$

$$V = I \frac{\rho L}{A}$$

Αντίσταση αγωγού:

$$R = \frac{\rho L}{A}.$$

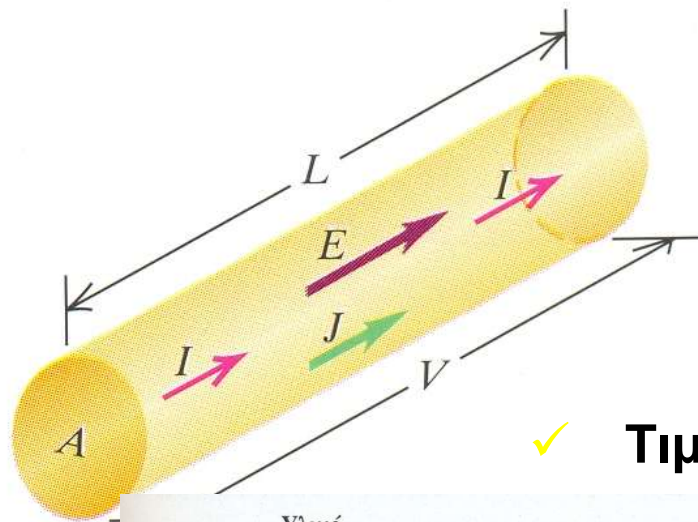
$$R = \frac{V}{I}$$

$$V = IR.$$

$$\rho_T = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)],$$

$$\Rightarrow R_T = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)].$$

ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ (ΜΑΚΡΟΣΚΟΠΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ)



✓ Ειδική αντίσταση:

$$j = \sigma E, \sigma = 1/\rho$$

$$\rho = \frac{E}{J}$$

$$j = I/A \Rightarrow I = jA \Rightarrow I = (E/\rho)A$$

($E = V/L$)

✓ Τιμές της ρ (R.T.)

Υλικό	$\rho (\Omega \cdot m)$	Υλικό	$\rho (\Omega \cdot m)$
Αγωγοί		Ημιαγωγοί	
Μέταλλα		Καθαρός Άνθρακας	$3,5 \times 10^{-5}$
Αργυρος	$1,47 \times 10^{-8}$	Καθαρό Γερμάνιο	0,60
Χαλκός	$1,72 \times 10^{-8}$	Καθαρό Πυρίτιο	2300
Χρυσός	$2,44 \times 10^{-8}$	Μονωτές	
Αργίλιο	$2,63 \times 10^{-8}$	Ήλεκτρο	5×10^{14}
Βολφράμιο	$5,51 \times 10^{-8}$	Γυαλί	$10^{10} - 10^{14}$
Χάλυβας	20×10^{-8}	Λουσίτης	$> 10^{13}$
Μόλυβδος	22×10^{-8}	Μίκα	$10^{11} - 10^{15}$
Υδράργυρος	95×10^{-8}	Χαλαζίας (τετηγμένος)	75×10^{16}
Κράματα		Θείο	10^{15}
Μαγγανίνη (Cu 84, Mn 12, Ni 4)	44×10^{-8}	Τεφλόν	$> 10^{13}$
Κοσταντάνη (Cu 60, Ni 40)	49×10^{-8}	Ξύλο	$10^8 - 10^{11}$
Χρωμονικελίνη	100×10^{-8}		

$$V = IR$$

ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΟΗΜ - ΩΜΙΚΑ ΥΛΙΚΑ

A.

$$\rho = \frac{E}{j}$$

Η πυκνότητα ρεύματος είναι ανάλογη προς το ηλεκτρικό πεδίο (ο λόγος E/j είναι σταθερός και ανεξάρτητος της E)

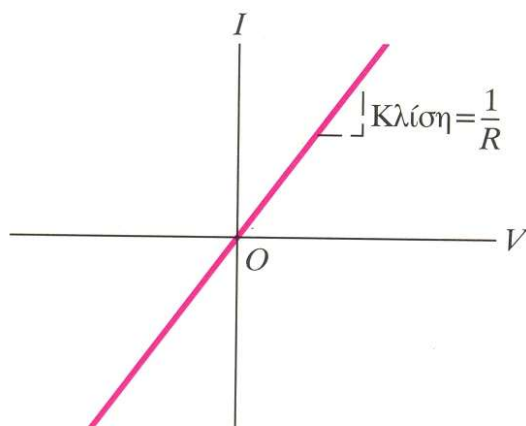


B.

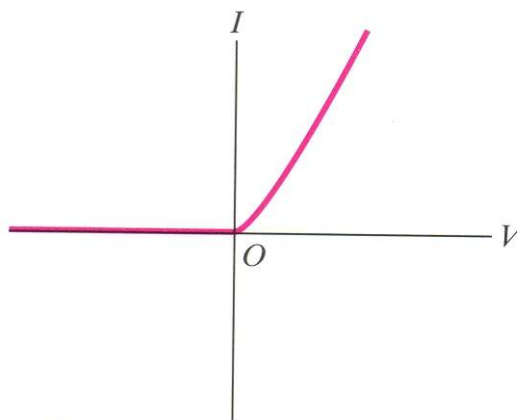
$$R = \frac{V}{I}$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει έναν αγωγό είναι ανάλογη της εφαρμοζόμενης διαφοράς δυναμικού στα άκρα του (ο λόγος V/I είναι σταθερός και ανεξάρτητος της V)

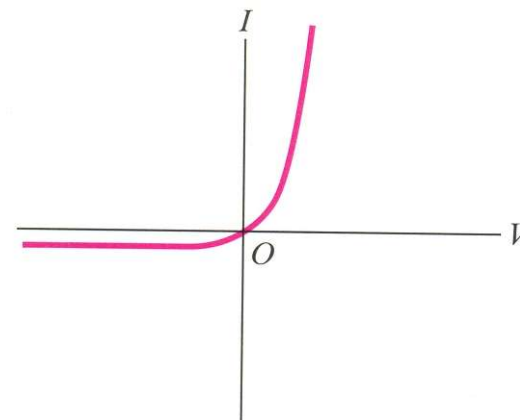
Ωμικά και μη ωμικά υλικά



αντιστάτης



δίοδος λυχνία



ημιαγωγός

ΗΛΕΚΤΡΕΓΕΡΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ (ΗΕΔ)

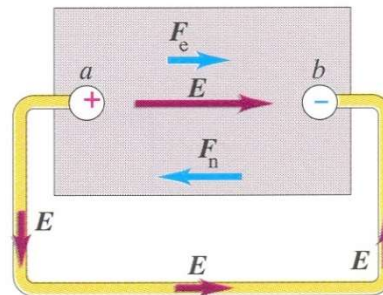
✓ Για να διαρρέεται ένας αγωγός από σταθερό ρεύμα θα πρέπει να αποτελεί τμήμα κλειστού βρόχου (πλήρες κύκλωμα)

✓ Σ' έναν αγωγό τα θετικά φορτία κινούνται πάντα προς το μικρότερο δυναμικό

✓ Πρέπει να υπάρχει κάποιο στοιχείο στο κύκλωμα που να συντηρεί την διαφορά δυναμικού
(να αυξάνει στο εσωτερικό του η δυναμική ενέργεια)

📖 Η αιτία που κάνει το φορτίο να κινηθεί από χαμηλότερο προς υψηλότερο δυναμικό ονομάζεται ηλεκτρεγερτική δύναμη

➤ Πηγές ΗΕΔ: Μπαταρίες, γεννήτριες, ηλιακά κύτταρα, θερμοζεύγη



❖ Ηλεκτρική πηγή {τάσης ($r \ll R$) ή ρεύματος ($r + R' \gg R$)}:

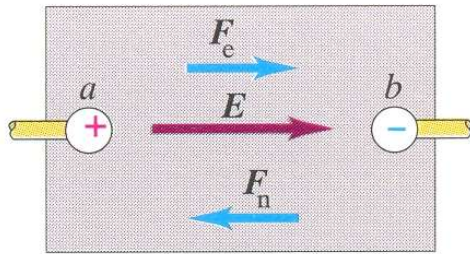
i. Ηλεκτρεγερτική δύναμη, $\mathcal{E}$ ($1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$)

ii. Εσωτερική αντίσταση, r

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΠΗΓΕΣ ΗΕΔ

Ονομάζουμε ΗΕΔ $\mathcal{E}$ μιας πηγής την διαφορά δυναμικού που επικρατεί στους πόλους της όταν δεν διαρρέεται από ρεύμα (ανοικτό κύκλωμα)

$$V_{ab} = \mathcal{E} \quad (\text{μη πλήρες ή ανοικτό κύκλωμα}).$$



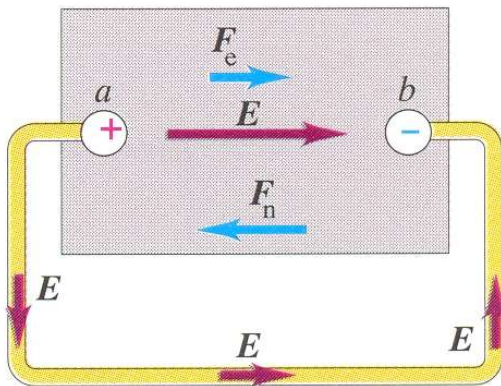
Δύναμη ηλεκτρικού πεδίου: $F_e = qE$

Ανοικτό κύκλωμα: $F_n = -F_e$

Παραγόμενο έργο: $W = q\mathcal{E}$



Σε κλειστό κύκλωμα το ρεύμα έχει φορά από το α προς το b στο εξωτερικό κύκλωμα και από το b προς το α μέσα στην πηγή



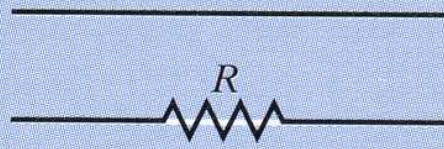
$$\mathcal{E} = V_{ab} = IR \quad (\text{ιδανική πηγή ΗΕΔ}).$$

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir \quad (\text{πηγή με εσωτερική αντίσταση}).$$

$$V_{ab}: \text{πολική τάση, } V_{ab} < \mathcal{E}$$

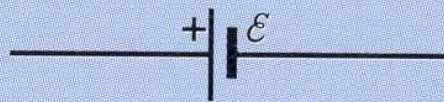
ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

❖ Σύμβολα για διαγράμματα κυκλωμάτων:

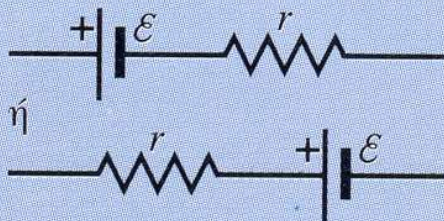


Αγωγός με αμελητέα ωμική αντίσταση

Αντιστάτης



Πηγή ΗΕΔ (η μακρύτερη γραμμή είναι πάντοτε ο θετικός πόλος)



Πηγή με εσωτερική αντίσταση r (η r μπορεί να τοποθετηθεί στη μία ή στην άλλη πλευρά)



Βολτόμετρο (μετρά διαφορά δυναμικού μεταξύ των ακροδεκτών του)

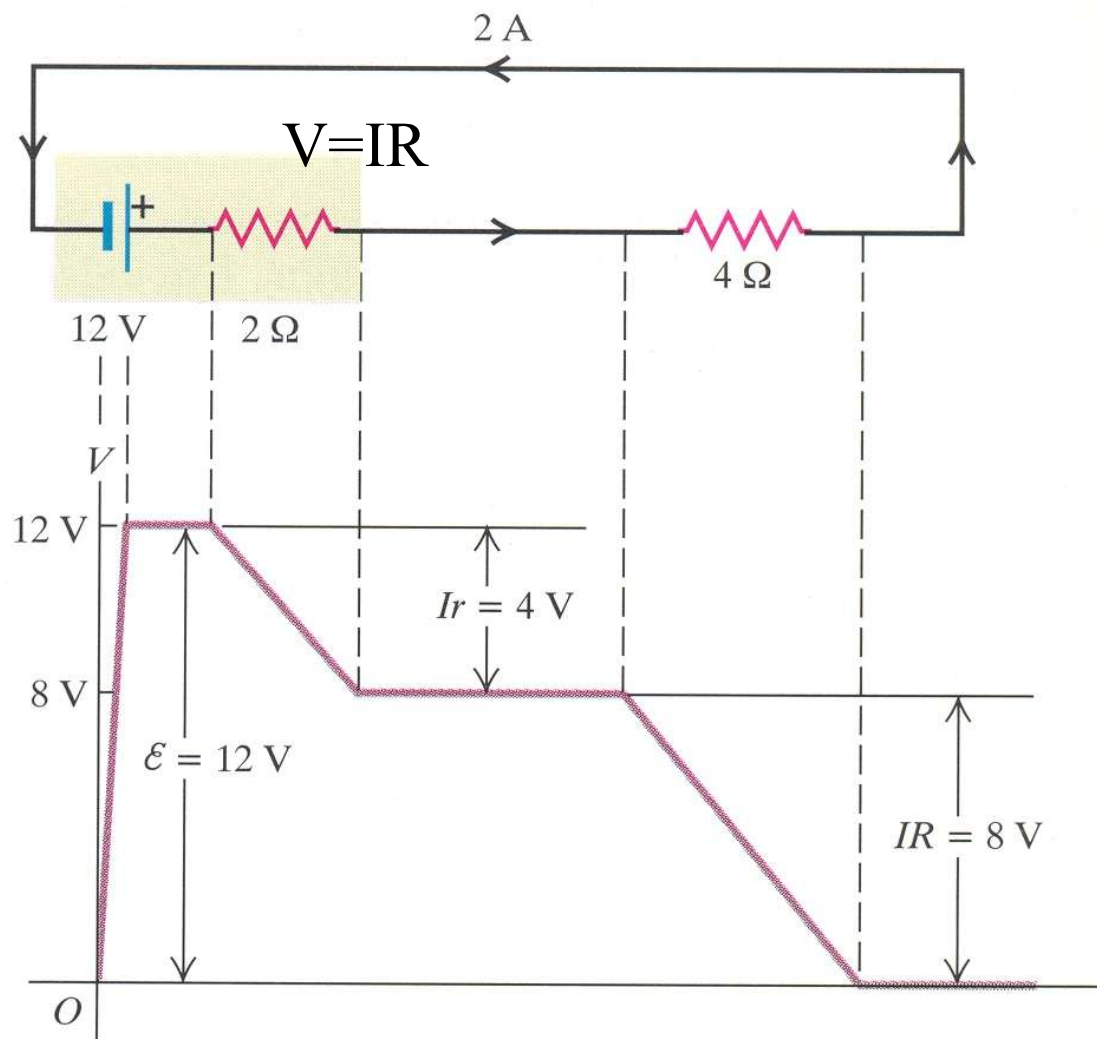


Αμπερόμετρο (μετρά ρεύμα που διέρχεται από αυτό)

ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΣΕ ΚΥΚΛΩΜΑ



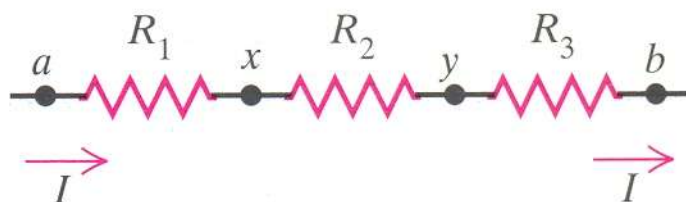
Το δυναμικό σ' ένα κλειστό κύκλωμα αυξάνεται και μειώνεται



ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΑ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ



Σύνδεση σε σειρά



(a)

$$V_{ab} = IR_{ολ} \Rightarrow R_{ολ} = \frac{V_{ab}}{I} = \frac{V_{ax} + V_{xy} + V_{yb}}{I}$$

$$V_{ax} = IR_1, \quad V_{xy} = IR_2, \quad V_{yb} = IR_3$$

$$R_{ολ} = \frac{IR_1 + IR_2 + IR_3}{I} = R_1 + R_2 + R_3$$

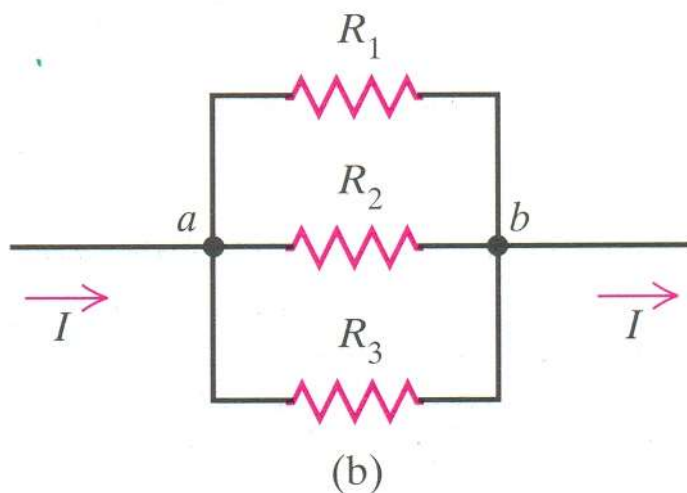
Οι αντιστάσεις διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα, έντασης I

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots \quad (\text{αντιστάτες σε σειρά}).$$

ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΑ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ



Παράλληλη σύνδεση



✓ Η διαφορά δυναμικού στα άκρα τους είναι ίδια, V_{ab}

$$V_{ab} = IR_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{R_{ολ}} = \frac{I}{V_{ab}}$$

✓ Στον κόμβο α:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{V_{ab}}{R_1} + \frac{V_{ab}}{R_2} + \frac{V_{ab}}{R_3} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow I = V_{ab} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

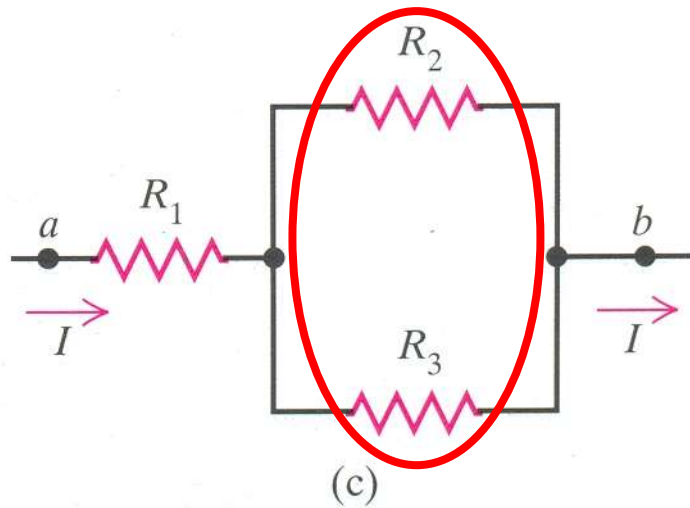
$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots \quad (\text{αντιστάτες σε παράλληλη σύνδεση}).$$

ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΑ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ

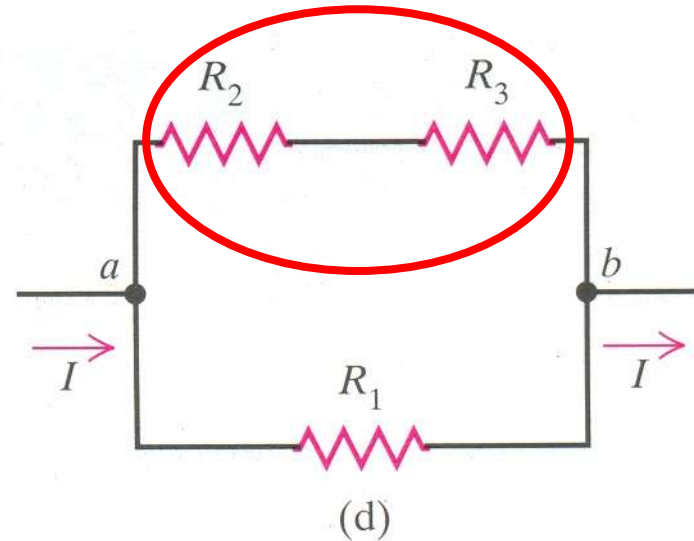


Μεικτή σύνδεση



$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$R_{o\lambda} = R_1 + R_{23}$$



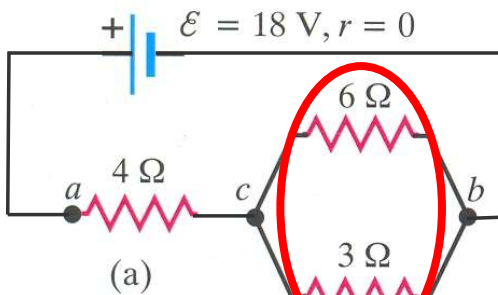
$$R_{23} = R_2 + R_3$$

$$\frac{1}{R_{o\lambda}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23}}$$

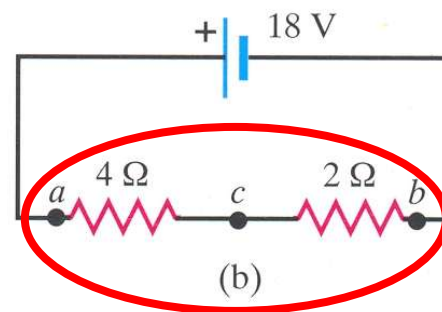
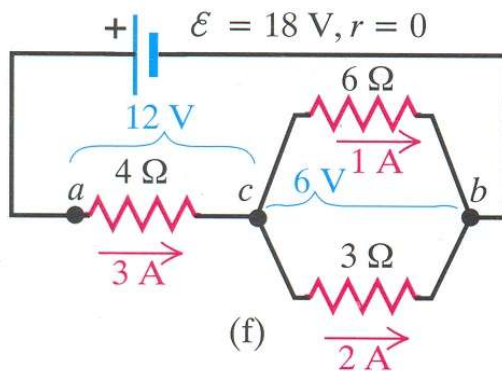
ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΑ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ (ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ)



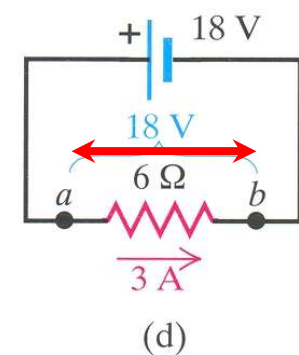
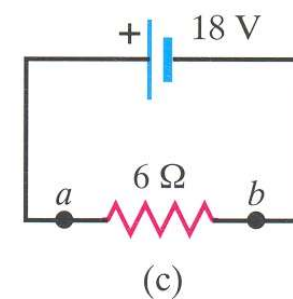
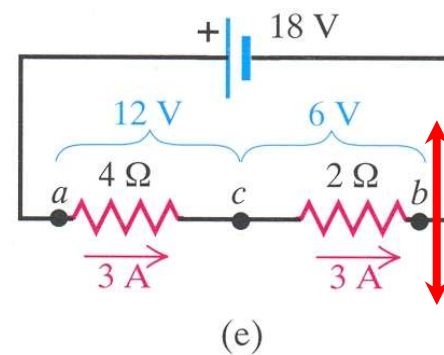
Υπολογισμός $R_{ολ}$ και I που διαρρέει κάθε αντίσταση



$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{3\Omega}$$



$$R_{ολ} = R_1 + R_2 = 4\Omega + 2\Omega$$



$$I = \frac{V_{cb}}{R_i} = \begin{cases} \frac{6V}{6\Omega} \\ \frac{6V}{3\Omega} \end{cases} = \begin{cases} 1A \\ 2A \end{cases}$$

$$I = 3A$$

$$V_{ac} = (3A) \cdot (4\Omega) = 12V$$

$$V_{cb} = (2A) \cdot (3\Omega) = 6V$$

$$I = \frac{V_{ab}}{R_{ολ}} = \frac{18V}{6\Omega} = 3A$$