

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ

Είναι συμπιεστά
Έχουν εσωτερική τριβή
Παρουσιάζουν συνάφεια με τα τοιχώματα

Στα πραγματικά ρευστά σε μια οποιαδήποτε εγκάρσια διατομή μιας φλέβας οι ταχύτητες στις διάφορες ρευματικές γραμμές δεν είναι ίσες όπως συμβαίνει στα ιδανικά ρευστά

Ο νόμος της συνέχειας ΙΣΧΥΕΙ εάν το πραγματικό ρευστό είναι ασυμπίεστο

Ο νόμος Bernoulli ΙΣΧΥΕΙ και για πραγματικά ρευστά εφόσον:

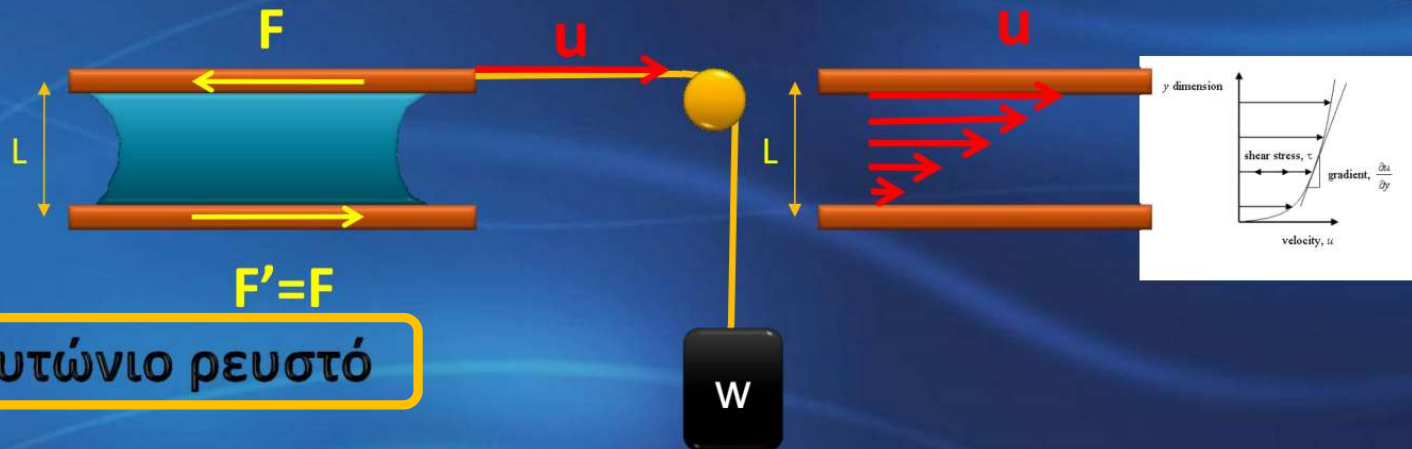
- 1) Το ρευστό είναι ασυμπίεστο
- 2) Το ρευστό δεν παρουσιάζει σημαντική εσωτερική τριβή
- 3) Η ροή είναι στρωτή
- 4) Η ταχύτητα σε κάθε σημείο του ρευστού δε μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια της παρατήρησης

ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΤΡΙΒΗ

Η εσωτερική τριβή στα ρευστά ονομάζεται ιξώδες
Λόγω του ιξώδους:

Ένα σώμα που βρίσκεται σε ροή ρευστού τείνει να παρασυρθεί από αυτό
Παρουσιάζει αντίσταση στη ροή του ρευστού
Στην τυρβώδη ροή παρουσιάζονται στρόβιλοι

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{\Delta u}{\Delta L}$$



Νευτώνιο ρευστό

$$F = \eta A \frac{du}{dL}$$

η : Συντελεστής ιξώδους ή ιξώδες [Ns/m^2]

Στο CGS \rightarrow poise $1\text{p} = 10^{-1} \text{Ns/m}^2$ $\text{cp} = 10^{-2}\text{p}$, $\mu\text{p} = 10^{-6}\text{p}$

Το η εξαρτάται από την θερμοκρασία

u/L : βαθμίδα ταχύτητας

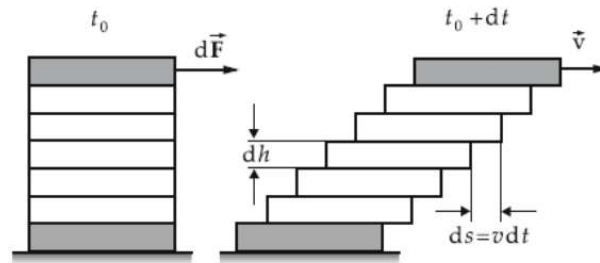


Figure 5.49: Layers of liquid in laminar flow between two plates moving with respect to each other.

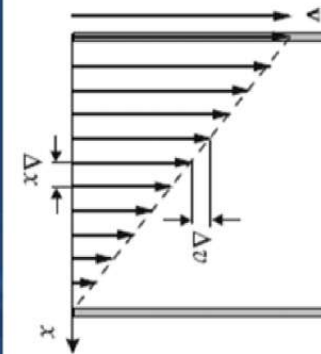


Figure 5.50: Velocity profile in laminar flow between two parallel plates moving with respect to each other.

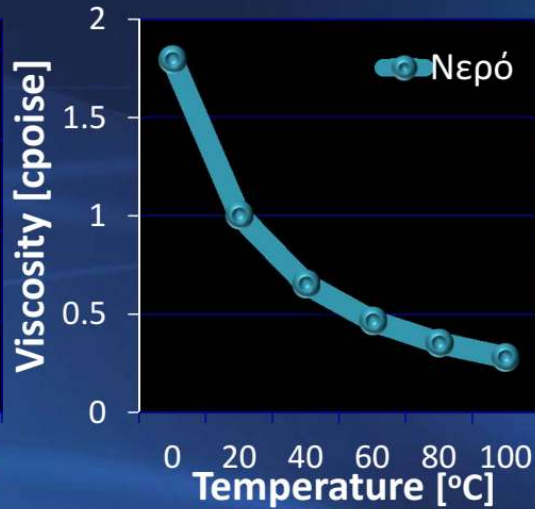
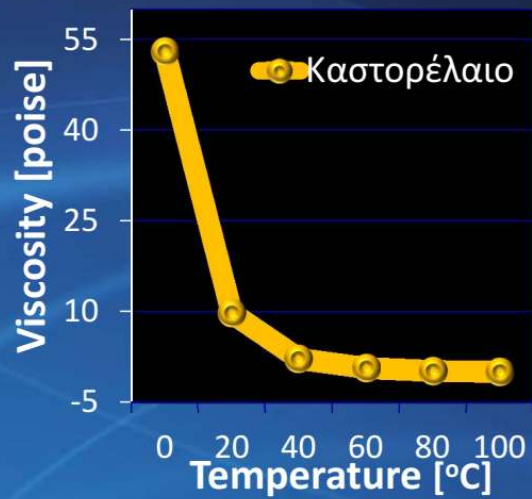
Newtonian viscosity			MLT^{-2}
	Symbol	Unit	Quantity
$F_R = \eta A \frac{dv}{dx}$	F_R	N	frictional force
	η	$Pa \cdot s = N \cdot s/m^2$	dynamic viscosity
	A	m^2	area of layer
	dv/dx	1/s	velocity gradient

The proportionality constant η is called **dynamic viscosity**, or simply **viscosity**. The unit of viscosity is **Pascal second** ($Pa \cdot s$). The higher the viscosity of a liquid, the greater the force required to move the layers against each other. A typical order of magnitude for η is $10^{-5} Pa \cdot s$ for gases, $10^{-3} Pa \cdot s$ for water and between 0.1 and 0.01 $Pa \cdot s$ (depending on temperature) for lubricating oils.

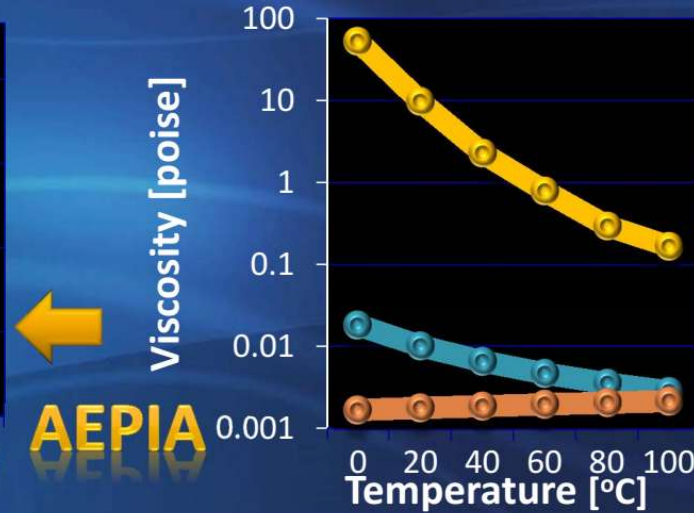
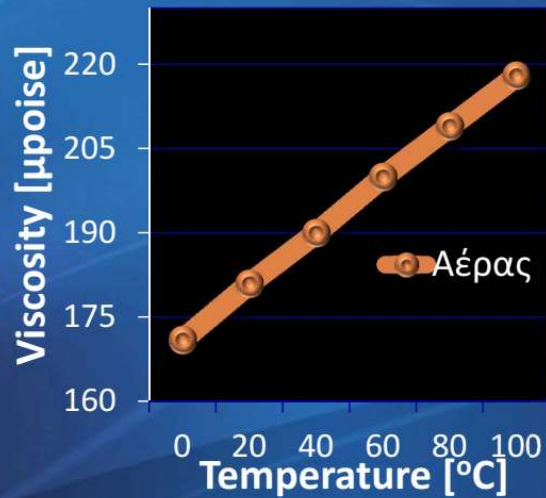


Non-Newtonian materials, materials for which the Newtonian viscosity is not valid and/or the deformation of which is not plastic. Such materials are polymeric materials (**liquid plastics**) and **dispersions** (liquids containing solids or other liquids suspended as small spheres; also denoted **suspension** or **colloid**, depending on their dimension). **+blood**

Εξάρτηση του ιξώδους από τη θερμοκρασία



← ΥΓΡΑ



← ΑΕΡΙΑ

NOMΟΣ ΤΟΥ Poiseuille

ΠΑΡΟΧΗ ΣΕ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟ ΣΩΛΗΝΑ ΠΟΥ ΔΙΑΡΡΕΑΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΥΓΡΟ

Στην περίπτωση που έχουμε οριζόντιο σωλήνα κυκλικής διατομής μήκους L στα άκρα του οποίου υπάρχει διαφορά πίεσης $\Delta p = p_1 - p_2$ ισχύει

για στρωτή ροή πραγματικού υγρού μέσα στο σωλήνα πως, η παροχή Q του σωλήνα είναι ανάλογη της βαθμίδας πίεσης $(p_1 - p_2)/L$, ανάλογη της τέταρτης δύναμης της ακτίνας r του σωλήνα και αντιστρόφως ανάλογη του συντελεστή ιξώδους

$$Q = \frac{\pi}{8\eta} \frac{p_1 - p_2}{L} r^4$$

$$\Delta P = \left(\frac{8\eta L}{\pi r^4} \right) Q$$

Για δεδομένη ΔP η παροχή εξαρτάται από τον όρο στην παρένθεση (μικρό $r \rightarrow$ μικρή παροχή. Τι γίνεται σε περίπτωση μερικώς φραγμένης αρτηρίας;)

NΟΜΟΣ ΤΟΥ Stokes

ΣΦΑΙΡΑ ΠΟΥ ΚΙΝΕΙΤΑΙ ΜΕΣΑ ΣΕ ΡΕΥΣΤΟ

Το είδος της ροής ενός πραγματικού ρευστού γύρω από μια σφαίρα εξαρτάται από το μέγεθος της ταχύτητας του ρευστού ως προς τη σφαίρα. Για μικρές ταχύτητες η ροή είναι στρωτή ενώ για μεγάλες τυρβώδης.

Για την πρώτη περίπτωση ισχύει ο νόμος του Stokes

Κκατά την κίνηση μιας σφαίρας σε πραγματικό υγρό η αντίσταση R , η οποία αναπτύσσεται από το υγρό στη σφαίρα είναι ανάλογη της ακτίνας της σφαίρας r , του συντελεστή ιξώδους η και της ταχύτητας u .

$$R = 6\pi\eta r u$$

Σε μεγάλες ταχύτητες η αντίσταση είναι ανάλογη της δεύτερης δύναμης της ταχύτητας

$$F_R = 6\pi\eta r v = F_G - F_A = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_K - \rho_{Fl})g$$

(ρ_K density of sphere, ρ_{Fl} density of liquid). The sinking velocity is

$$v = \frac{2gr^2(\rho_K - \rho_{Fl})}{9\eta},$$

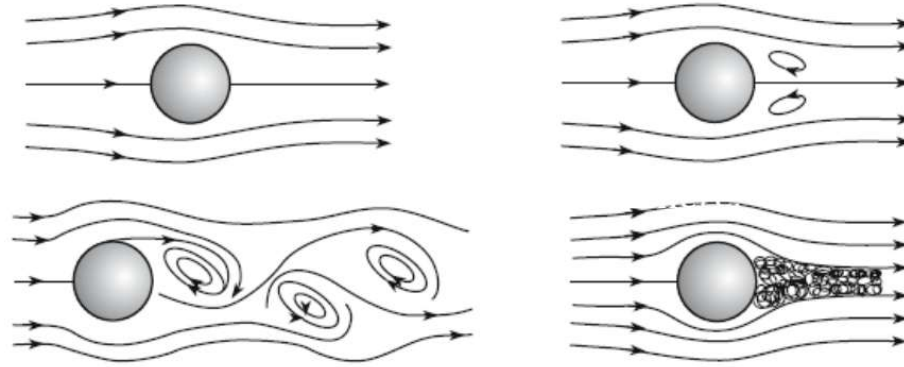


Figure 5.54: Formation of vortices and transition to turbulent flow for increasing Reynolds number.

$$\Re = \frac{L\rho u}{\eta}$$

ΑΡΙΘΜΟΣ του Reynolds

Όταν η ταχύτητα ενός πραγματικού ρευστού υπερβεί μια ορισμένη τιμή τότε η ροή του από στρωτή γίνεται τυρβώδης. Η ταχύτητα αυτή ονομάζεται κρίσιμη ταχύτητα και εξαρτάται από τη μορφή και τις διαστάσεις του σωλήνα και τη φύση του ρευστού. Η τιμή αυτή $u = u_{κρ}$ αποτελεί όριο της ευστάθιας της στρωτής ροής. Εάν ξεπεραστεί η ροή μετασταθώς ενδέχεται να παραμείνει στρωτή όμως με την παραμικρή διαταραχή γίνεται τυρβώδης.

Για σύγκριση των ροών ενδιαφέρον παρουσιάζει ο λόγος

$$Re = \frac{\rho u^2}{F / A} = \frac{u \rho r}{n}$$

ο οποίος ονομάζεται αριθμός Reynolds και είναι αδιάστατο μέγεθος. Για την κρίσιμη ταχύτητα λαμβάνουμε τον αντίστοιχο κρίσιμο αριθμό Reynolds.

1

- Οι επιστήμονες θεωρούν πως στον πλανήτη Άρη υπήρξε κάποτε ωκεανός με βάθος περίπου 0.5 km. Η επιτάχυνση της βαρύτητας στον πλανήτη είναι 3.71 m/s^2 . (α) Ποια θα ήταν η σχετική πίεση στο βυθό του ωκεανού εάν υποθέσουμε πως ήταν καθαρό νερό; (β) σε τι βάθος θα είχαμε την ίδια σχετική πίεση στη γη; [(α) $1.86 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ ή 18.6 Atm , (β) 184 m]

2

- Σε περίπτωση έλλειψης ηλεκτρικής ενέργειας σε ένα βαθυσκάφος το πλήρωμα χρειάζεται να το εγκαταλείψει ανοίγοντας προς τα έξω μια καταπακτή με εμβαδό 0.75 m^2 η οποία έχει βάρος 300 N . Εάν το βαθυσκάφος βρίσκεται σε βάθος 30 m και η πίεση στο εσωτερικό είναι 1 Atm , πόση δύναμη πρέπει να ασκήσει το πλήρωμα στην καταπακτή ώστε να ανοίξει; [$2.27 \cdot 10^5 \text{ N}$]

3

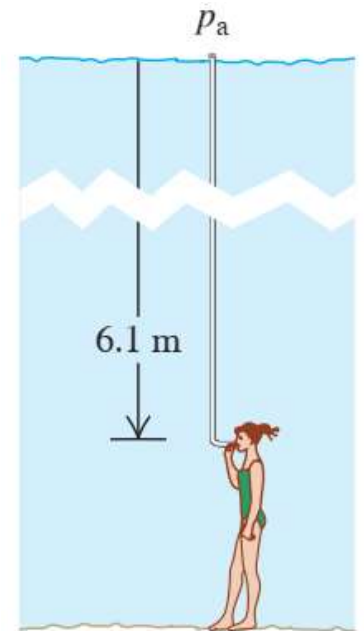
- Σε ενδοφλέβιο ορό μια σύριγγα εισέρχεται σε φλέβα του χεριού του ασθενούς και σωλήνας τη συνδέει με το δοχείο του ορού (πυκνότητας 1050 kg/m^3) ο οποίος βρίσκεται σε ύψος h από το χέρι. Το πάνω μέρος του δοχείου είναι ανοιχτό στον αέρα. Εάν η σχετική πίεση στη φλέβα είναι 5980 Pa , ποια η ελάχιστη τιμή του h που επιτρέπει στο υγρό να εισέλθει στη φλέβα; Θεωρείστε τη διάμετρο της σύριγγας αρκετά μεγάλη ώστε να αγνοείται το ιξώδες του ορού. [$h > 0.58 \text{ m}$]

4

- Εάν η δύναμη που ασκείται πάνω στο τύμπανο του αυτιού γίνει 1.5 N περισσότερη από αυτή της ατμοσφαιρικής πίεσης τότε το τύμπανο ενδέχεται να καταστραφεί. Στην περίπτωση καταδύσεων σε ποιο βάθος κινδυνεύετε να καταστρέψετε το τύμπανό σας; Τυπική διάμετρος του τυμπάνου είναι 8.2 mm. Η πυκνότητα του θαλασσινού νερού είναι 1030 kg/m³. [2.7 m]

5

- Υπάρχει ένα μέγιστο βάθος στο οποίο ένας δύτης μπορεί να αναπνέει μέσω φυσητήρα διότι όσο αυξάνει το βάθος αυξάνει και η διαφορά πίεσης μεταξύ του εσωτερικού των πνευμόνων (ατμοσφαιρική) και της πίεσης του περιβάλλοντα χώρου. Η διαφορά αυτή στην πίεση ενδέχεται να οδηγήσει στην κατάρρευση των πνευμόνων. Ποια είναι η διαφορά πίεσης όταν τα πνευμόνια του δύτη βρίσκονται σε βάθος 6.1 m; Θεωρείστε πως ο δύτης βρίσκεται σε καθαρό νερό. Η κατάδυση με φιάλες επιτρέπει την κάθοδο σε μεγαλύτερα βάθη διότι οι φιάλες εμπεριέχουν αέριο σε υψηλές πιέσεις για να εξισορροπείται η πίεση στο εσωτερικό των πνευμόνων με την εξωτερική. [$6 \cdot 10^4 \text{ Pa}$]



6

- Το κάτω μέρος από ένα μακρύ πλαστικό καλαμάκι βρίσκεται βυθισμένο κάτω από την επιφάνεια του νερού σε ένα ποτήρι. Ένας συνηθισμένος άνθρωπος μπορεί να ρουφήξει νερό κατακόρυφα προς τα επάνω μέχρι ύψος 1.1 m από την επιφάνεια του νερού στο ποτήρι. Ποια είναι η σχετική πίεση που επιτυγχάνει ο άνθρωπος μέσα στα πνευμόνια του; [-10791 Pa]

7

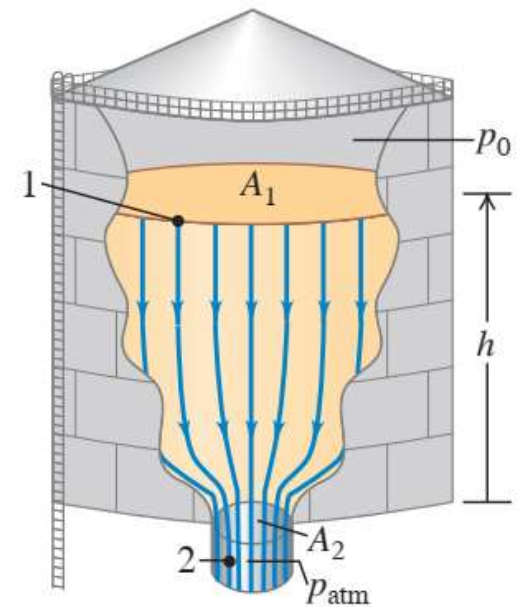
- Ένας ιατρός προσπαθεί να προσδιορίσει το ποσοστό φραγής της αρτηρίας ενός ασθενούς. Για να το κάνει αυτό μετράει την πίεση πριν το σημείο φραγής και τη βρίσκει $1.20 \cdot 10^4$ Pa ενώ στην περιοχή της φραγής τη βρίσκει $1.15 \cdot 10^4$ Pa. Γνωρίζει πως το αίμα ρέει σε μια φυσιολογική αρτηρία με ταχύτητα 30.0 cm/s και η πυκνότητα του αίματος είναι 1.06 g/cm³. Ποιο ποσοστό της επιφάνειας της αρτηρίας του ασθενούς είναι φραγμένο;

8

- Αίμα ρέει σε μερικώς φραγμένη από χοληστερόλη αρτηρία. Ο χειρουργός θέλει να αφαιρέσει τη χοληστερόλη έτσι ώστε να διπλασιάσει την παροχή του αίματος μέσω της αρτηρίας. Υπό ίδια διαφορά πίεσης, εάν η διάμετρος της φραγμένης αρτηρίας είναι D , ποια θα πρέπει να είναι η νέα διάμετρος; [Poiseuille $\rightarrow 1.19 D$]

9

- Στο σχήμα φαίνεται δεξαμενή βενζίνης με επιφάνεια A_1 , η οποία είναι γεμάτη μέχρι ύψος h . Ο χώρος πάνω από την επιφάνεια της βενζίνης βρίσκεται σε πίεση p_0 και η βενζίνη ρέει από το κάτω μέρος της δεξαμενής μέσω μικρού σωλήνα επιφάνειας A_2 . Υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία ρέει η βενζίνη στο σωλήνα και την παροχή. (θεωρείστε πως η πάνω επιφάνεια της βενζίνης κατέρχεται πάρα πολύ αργά σε σχέση με την ταχύτητα που έχει το ρευστό στο σωλήνα $u_1 \ll u_2$)



$$v_2 = \sqrt{2\left(\frac{p_0 - p_{atm}}{\rho}\right) + 2gh} \quad dV/dt = v_2 A_2$$

10

- Νερό εισέρχεται στο σπίτι μέσω σωλήνα με εσωτερική διάμετρο 2.0 cm και πίεση $4.0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ($\sim 4 \text{ atm}$). Μια σωλήνα με διάμετρο 1.0 cm οδηγεί το νερό στο 2^ο όροφο ο οποίος βρίσκεται σε ύψος 5.0 m. Όταν η ταχύτητα του νερού που φθάνει στο σπίτι είναι 1.5 m/s, βρείτε την αντίστοιχη ταχύτητα, την πίεση και την παροχή στο 2^ο όροφο. [συνέχειας $\rightarrow 6 \text{ m/s}$, Bernoulli $\rightarrow 3.3 \text{ Atm}$, παροχή $\rightarrow 0.47 \text{ L/s}$]
- Εάν κλείσετε τη βάννα στο 2^ο όροφο πόση είναι η πίεση του νερού στον όροφο; [Bernoulli $\rightarrow 3.5 \text{ Atm}$]

