

Προς σκέψη και συζήτηση

1. Πώς μπορείτε και παρατηρείτε ένα φανταστικό είδωλο, ενώ «στην πραγματικότητα δεν υπάρχει»;
2. Υπό ποιες συνθήκες το είδωλο σε ένα κοίλο κάτοπτρο έχει το ίδιο μέγεθος με το αντικείμενο;
3. Αν σας δοθεί ένας συγκλίνων φακός, τι μπορείτε να κάνετε για να υπολογίσετε γρήγορα την εστιακή του απόσταση;
4. Ένας αποκλίνων φακός σχηματίζει πάντα ένα μικρότερο είδωλο. Θα μπορούσατε να χρησιμοποιήσετε έναν τέτοιο φακό για να ανάψετε φωτιά εστιάζοντας το φως του ήλιου; Εξηγήστε.
5. Υπάρχει κάποιο όριο στη θερμοκρασία που μπορείτε να επιτύχετε εστιάζοντας το φως του ήλιου; (Υπόδειξη: Αναλογιστείτε τον δεύτερο νόμο της θερμοδυναμικής.)
6. Μπορεί ένα κοίλο κάτοπτρο να σχηματίζει ένα μικρότερο πραγματικό είδωλο; Ένα μικρότερο φανταστικό είδωλο; Ένα μεγαλύτερο πραγματικό είδωλο; Ένα μεγαλύτερο φανταστικό είδωλο; Προσδιορίστε τις συνθήκες για κάθε πιθανό είδωλο.
7. Αν τοποθετήσετε μια οθόνη στη θέση ενός φανταστικού ειδώλου, θα εμφανιστεί το είδωλο στην οθόνη; Γιατί ναι ή γιατί όχι;
8. Αν κοιτάζετε στο κοίλωμα ενός μεταλλικού κουταλιού, θα δείτε τον εαυτό σας ανάποδα. Περιστρέψτε το κουτάλι έτσι ώστε να κοιτάζετε το πίσω μέρος και τώρα το είδωλό σας είναι ορθό. Εξηγήστε.
9. Το είδωλο στην οθόνη ενός κινηματογράφου είναι πραγματικό ή φανταστικό; Πώς το γνωρίζετε;
10. Ένα ψάρι σε μια σφαιρική γυάλα φαίνεται μεγαλύτερο ή μικρότερο απ' ό,τι είναι στην πραγματικότητα;
11. Ένα κομμάτι λάγου περιέχει έναν κούφιο, γεμάτο με αέρα χώρο σε σχήμα κυρτού φακού. Περιγράψτε την οπτική συμπεριφορά αυτού του χώρου.
12. Ο δείκτης διάθλασης του ανθρώπινου κερατοειδούς είναι ίσος περίπου με 1,4. Αν μπορείτε να δείτε καθαρά στον αέρα, γιατί δεν μπορείτε να δείτε καθαρά μέσα στο νερό; Γιατί βοηθούν τα γυαλιά κολύμβησης;
13. Χρειάζεστε μια μεγάλη ή μια μικρή εστιακή απόσταση για τον αντικειμενικό φακό του τηλεσκοπίου; Για την περίπτωση ενός μικροσκοπίου;
14. Παραθέστε τουλάχιστον τρεις λόγους για τους οποίους τα ανακλαστικά τηλεσκόπια είναι ανώτερα των διαθλαστικών.

- που στέκεται 50 cm από το κάτοπτρο, με τα μάτια του να απέχουν 140 cm από το δάπεδο, να βλέπει τα πόδια του;
16. Ένα κερί βρίσκεται πάνω στον άξονα ενός κοίλου κατόπτρου εστιακής απόστασης 15 cm, σε απόσταση 36 cm από το κάτοπτρο. (α) Πού βρίσκεται το είδωλό του; (β) Πώς συγκρίνεται το μέγεθος του ειδώλου με αυτό του αντικειμένου; (γ) Το είδωλο είναι πραγματικό ή φανταστικό;
 17. Ένα αντικείμενο βρίσκεται πέντε εστιακές αποστάσεις μακριά από ένα κοίλο κάτοπτρο. (α) Πώς συγκρίνεται το ύψος του αντικειμένου με αυτό του ειδώλου; (β) Το είδωλο είναι ορθό ή ανεστραμμένο;
 18. Ένα φανταστικό είδωλο βρίσκεται 40 cm πίσω από ένα κοίλο κάτοπτρο με εστιακή απόσταση 18 cm. (α) Πού βρίσκεται το αντικείμενο; (β) Κατά πόσο μεγεθύνεται το είδωλο;
 19. (α) Σε ποιο σημείο στον άξονα ενός κοίλου κατόπτρου θα τοποθετούσατε ένα αντικείμενο ώστε το είδωλο να έχει το μισό μέγεθος; (β) Πού θα βρισκόταν το είδωλο; (γ) Το είδωλο θα ήταν πραγματικό ή φανταστικό;

Ενότητα 31.2 Είδωλα με φακούς

20. Ένας λαμπτήρας απέχει 56 cm από έναν κυρτό φακό. Το είδωλό του σχηματίζεται σε μια οθόνη στην άλλη πλευρά του φακού, η οποία απέχει 31 cm από τον φακό. Βρείτε (α) την εστιακή απόσταση του φακού και (β) πόσο μεγαλώνει ή μικραίνει το είδωλο.
21. Κατά ποιον παράγοντα μεγεθύνεται το είδωλο ενός αντικειμένου που βρίσκεται 1,5 εστιακές αποστάσεις από έναν συγκλίνοντα φακό; Το είδωλο είναι ορθό ή ανεστραμμένο;
22. Ένας φακός με εστιακή απόσταση 50 cm σχηματίζει ένα πραγματικό είδωλο ίδιου μεγέθους με το αντικείμενο. Πόσο μακριά από τον φακό βρίσκεται το είδωλο και το αντικείμενο;
23. Κρατώντας έναν μεγεθυντικό φακό σε απόσταση 25 cm από το φωτιστικό του γραφείου σας, μπορείτε να εστιάσετε ένα είδωλο του λαμπτήρα του φωτιστικού σε έναν τοίχο που απέχει 1,6 m από τον λαμπτήρα. Πόση είναι η εστιακή απόσταση του μεγεθυντικού φακού σας;
24. Ένα πραγματικό είδωλο απέχει από έναν φακό τέσσερις φορές περισσότερο από όσο απέχει το αντικείμενο από τον φακό. Πόση είναι η απόσταση του αντικειμένου ως πολλαπλάσιο της εστιακής απόστασης;
25. Ένας μεγεθυντικός φακός μεγεθύνει τα γράμματα κατά 50% όταν βρίσκεται σε απόσταση 9,0 cm από μια σελίδα. Πόση είναι η εστιακή του απόσταση;

(α) $\approx 20 \text{ cm}$
(β) $m = -0,95$

$m = -2$

$S = S' = 100 \text{ cm}$

$24,1 \text{ cm}$

$s = 5/4 f$

$2f \text{ cm}$

Ασκήσεις και προβλήματα

Ασκήσεις

Ενότητα 31.1 Είδωλα με κάτοπτρα

15. Ένα κατάστημα υποδημάτων χρησιμοποιεί μικρά επιδαπέδια κάτοπτρα για να μπορούν οι πελάτες να βλέπουν τα παπούτσια που αγοράζουν. Πόση θα πρέπει να είναι η γωνία κλίσης ενός τέτοιου κατόπτρου, ώστε ένα άτομο

Ενότητα 31.3 Διάθλαση στους φακούς: Οι λεπτομέρειες

26. Γράψτε τις προδιαγραφές για μια νέα σειρά μεγεθυντικών φακών που έχουν κυρτούς φακούς με ίσες ακτίνες καμπυλότητας 32 cm, οι οποίοι είναι κατασκευασμένοι από γυαλί με $n = 1,52$. Τι καταγράφετε για την εστιακή τους απόσταση;
27. Στέκεστε σε μια ρηχή πισίνα και τα πόδια σας φαίνονται

- να βρίσκονται 30 cm κάτω από την επιφάνεια. Πόσο βαθιά είναι η πσίνας;
28. Ο πυθμένας μιας πσίνας φαίνεται να βρίσκεται 1,5 m κάτω από την επιφάνεια. Βρείτε το πραγματικό βάθος της πσίνας.
29. Ένα μικροσκοπικό έντομο παγιδεύεται σε απόσταση 1,0 mm από το κέντρο μιας σφαιρικής δροσοσταλίδας διαμέτρου 4,0 mm. Καθώς κοιτάτε απευθείας στο εσωτερικό της σταγόνας, ποια είναι η φαινόμενη απόσταση του εντόμου από την επιφάνεια της σταγόνας;
30. Βρίσκεστε κάτω από το νερό, κοιτάζοντας μέσα από μια σφαιρική φυσαλίδα αέρα (Σχήμα 31.35). Πόση είναι η πραγματική διάμετρος της αν φαίνεται ότι έχει διάμετρο 1,5 cm κατά μήκος του οπτικού σας πεδίου;



ΣΧΗΜΑ 31.35 Άσκηση 30

Ενότητα 31.4 Οπτικά όργανα

31. Είστε αναγκασμένοι να κρατάτε ένα βιβλίο σε απόσταση 55 cm από τα μάτια σας ώστε τα γράμματα να διακρίνονται καθαρά. Ποιος ισχύος φακός θα μπορούσε να διορθώσει την πρεσβυωπία σας;
32. Ποια εστιακή απόσταση πρέπει να ορίσετε, αν θέλετε έναν μεγεθυντικό φακό με γωνιακή μεγέθυνση 3,2;
33. Είστε οπτομέτρης και βοηθάτε έναν μυωπικό ασθενή ο οποίος ισχυρίζεται ότι δεν μπορεί να δει καθαρά πέρα από τα 80 cm. Συνταγογραφήστε έναν φακό που θα σχηματίζει τα είδωλα των απομακρυσμένων αντικειμένων σε απόσταση 80 cm, δίνοντας στον ασθενή καθαρή όραση σε όλες τις αποστάσεις μακριά από το κανονικό εγγύτατο σημείο ευκρινούς όρασης.
34. Ένα συγκεκριμένο μάτι έχει εστιακή απόσταση 2,0 cm αντί της απόστασης των 2,2 cm στην οποία θα σχηματιζόταν ένα καλά εστιασμένο είδωλο στον αμφιβληστροειδή. (α) Αυτό το μάτι είναι μυωπικό ή πρεσβυωπικό; (β) Ποιος διορθωτικός φακός απαιτείται;
35. Σε ένα σύνθετο μικροσκόπιο, η εστιακή απόσταση του αντικειμενικού και του προσοφθάλμιου φακού είναι ίση με 6,1 mm και 1,7 cm, αντίστοιχα. Αν οι φακοί απέχουν 8,3 cm, πόση είναι η μεγέθυνση του οργάνου;

Πρόβλημα

36. (α) Βρείτε την εστιακή απόσταση ενός κοίλου κατόπτρου, αν ένα αντικείμενο τοποθετημένο 38,4 cm μπροστά από το κάτοπτρο έχει ένα πραγματικό είδωλο σε απόσταση 55,7 cm από το κάτοπτρο. (β) Πού θα βρίσκεται το είδωλο και τι είδους θα είναι, αν το αντικείμενο μετακινηθεί σε ένα σημείο που απέχει 16,0 cm από το κάτοπτρο;
37. Ένα αντικείμενο ύψους 12 mm απέχει 10 cm από ένα κοίλο κάτοπτρο εστιακής απόστασης 17 cm. (α) Πού βρίσκεται το είδωλο, (β) πόσο ψηλά βρίσκεται και (γ) τι είδους είναι;

38. Επαναλάβετε το Πρόβλημα 37 για ένα κυρτό κάτοπτρο, υποθέτοντας ότι όλοι οι αριθμοί παραμένουν ίδιοι.

39. Το είδωλο ενός αντικείμενου σε ένα κοίλο κάτοπτρο εστιακής απόστασης 27 cm είναι ορθό και μεγεθύνεται κατά έναν παράγοντα ίσο με 3. Πού βρίσκεται το αντικείμενο;

40. Σας ζητούν να σχεδιάσετε ένα κοίλο κάτοπτρο που θα σχηματίζει το φανταστικό είδωλο ενός αντικείμενου μεγεθυσμένο κατά 1,8 φορές και σε απόσταση 22 cm από το κάτοπτρο. Τι προδιαγραφές δίνετε για την ακτίνα καμπυλότητας του κατόπτρου;

41. Από τη Γη, η Σελήνη στον ουρανό φαίνεται υπό γωνία 0,52°. Ποιο θα είναι το πραγματικό μέγεθος του ειδώλου της Σελήνης που σχηματίζεται από οποιαδήποτε από τα δύο δίδυμα τηλεσκόπια Keck, με κάτοπτρα διαμέτρου 10 m και εστιακής απόστασης 17,5 m;

42. Σε ποιες δύο αποστάσεις από ένα κοίλο κάτοπτρο εστιακής απόστασης 45 cm θα μπορούσατε να τοποθετήσετε ένα αντικείμενο ώστε να σχηματιστεί ένα είδωλο 1,5 φορές μεγαλύτερο από το μέγεθος του αντικείμενου;

43. Οι προβολείς LCD που χρησιμοποιούνται συνήθως για την προβολή της οθόνης των υπολογιστών και για προβολή βίντεο δημιουργούν ένα είδωλο σε μια μικρή οθόνη LCD (βλ. Εφαρμογή «Μαγείρεμα σε φούρνο μικροκυμάτων και υγροί κρύσταλλοι», σελ. 470). Η οθόνη τοποθετείται πριν από έναν φακό και φωτίζεται από την πίσω πλευρά. Σε έναν προβολέα που χρησιμοποιεί έναν κυρτό φακό εστιακής απόστασης 7,50 cm, σε ποια θέση πρέπει να τοποθετηθεί η LCD, ώστε το προβαλλόμενο είδωλο να εστιάζεται σε μια οθόνη που απέχει 6,30 m από τον φακό;

44. Ένα αντικείμενο που απέχει 15 cm από ένα κοίλο κάτοπτρο έχει ένα φανταστικό είδωλο μεγεθυσμένο κατά 2,5 φορές. Πόση είναι η εστιακή απόσταση του κατόπτρου;

45. Πόσο μακριά από μια σελίδα πρέπει να κρατάτε έναν φακό με εστιακή απόσταση 32 cm, για να βλέπετε τα γράμματα μεγεθυσμένα κατά 1,6 φορές; $S = 12 \text{ cm}$

46. Ένας συγκλίνων φακός έχει εστιακή απόσταση 4,0 cm. Ένα βέλος ύψους 1,0 cm βρίσκεται σε απόσταση 7,0 cm από τον φακό, με το χαμηλότερο σημείο του να βρίσκεται σε απόσταση 5,0 mm πάνω από τον άξονα του φακού. Φτιάξτε ένα διάγραμμα σχεδίασης ακτίνων σε πλήρη κλίμακα για να καθορίσετε και τα δύο άκρα του ειδώλου. Επιβεβαιώστε χρησιμοποιώντας την εξίσωση των φακών.

47. Ένας φακός έχει εστιακή απόσταση $f = 35 \text{ cm}$. Βρείτε το είδος και το ύψος του ειδώλου που σχηματίζεται όταν ένα αντικείμενο ύψους 2,2 cm τοποθετείται σε απόσταση (α) $f + 10 \text{ cm}$ και (β) $f - 10 \text{ cm}$. $(a) y' = -7.7 \text{ cm}, (b) +7.7 \text{ cm}$

48. Πόσο απέχουν το αντικείμενο και το είδωλο που δημιουργούνται από έναν συγκλίνοντα φακό με εστιακή απόσταση 35 cm όταν το αντικείμενο απέχει (α) 40 cm και (β) 30 cm από τον φακό; $(a) 280 \text{ cm}, (b) 210 \text{ cm}$

49. Ένα κέρι και μια οθόνη απέχουν 70 cm. Βρείτε δύο σημεία ανάμεσα στο κέρι και την οθόνη όπου μπορείτε να τοποθετήσετε έναν κυρτό φακό εστιακής απόστασης 17 cm, ώστε να σχηματιστεί στην οθόνη ένα ευκρινές είδωλο του κεριού.

$$40.9 \text{ cm}$$

$$\text{η } 29.1 \text{ cm}$$

50. Ο κερατοειδής του ανθρώπινου ματιού έχει δείκτη διάθλασης 1,38, ενώ ο φακός του ματιού έχει μεταβαλλόμενο δείκτη που κυμαίνεται από 1,38 έως 1,40 – χρησιμοποιήστε το 1,39 για αυτό το πρόβλημα. Για το υδατοειδές υγρό μεταξύ του κερατοειδούς και του φακού, $n = 1,34$. Βρείτε τη γωνία εκτροπής του φωτός στην πρώτη επιφάνεια (α) του κερατοειδούς και (β) του φακού, αν προσπίπτει σε κάθε επιφάνεια υπό γωνία 20° ως προς την κάθετο. Το αποτέλεσμα σας δείχνει ότι ο κερατοειδής αποτελεί το κυρίαρχο διαθλαστικό στοιχείο του ματιού.
51. ^{BIO} Τόσο μακριά από έναν φακό εστιακής απόστασης 25 cm θα πρέπει να τοποθετήσετε ένα αντικείμενο, για να σχηματιστεί ένα ορθό είδωλο μεγεθυσμένο κατά 1,8 φορές; 11.1 cm
52. Ένα αντικείμενο και το πραγματικό του είδωλο, που σχηματίζει ένας φακός, απέχουν 2,4 m. Αν ο φακός έχει εστιακή απόσταση 55 cm, ποιες είναι οι πιθανές τιμές για την απόσταση και τη μεγέθυνση του αντικειμένου;
53. Ένα αντικείμενο απέχει 68 cm από έναν επιπεδόκυρτο φακό του οποίου η καμπύλη πλευρά έχει ακτίνα καμπυλότητας 26 cm. Ο δείκτης διάθλασης του φακού είναι ίσος με 1,62. Πού βρίσκεται το είδωλο και τι είδους είναι;
54. Χρησιμοποιήστε την Εξίσωση 31.6 για να δείξετε ότι ένα αντικείμενο στο κέντρο μιας γυάλινης σφαίρας θα φαίνεται ότι βρίσκεται σε απόσταση από την άκρη ίση με την πραγματική του απόσταση – μία ακτίνα. Σχεδιάστε ένα διάγραμμα ακτίνων που θα δείχνει γιατί αυτό είναι λογικό.
55. Επαναλάβετε το Παράδειγμα 31.4 για ένα ψάρι που απέχει 15,0 cm από το πιο μακρινό τοίχωμα της δεξαμενής.
56. Εξετάστε το αντίστροφο του Παραδείγματος 31.4: Βρίσκεστε στο εσωτερικό ενός κοίλου σωλήνα διαμέτρου 70,0 cm που περιέχει αέρα και η άκρη της μύτης απέχει 15,0 cm από το τοίχωμα του σωλήνα. Ο σωλήνας βυθίζεται στο νερό και ένα ψάρι παρατηρεί μέσα από αυτόν. Για το ψάρι, πόση είναι η φαινόμενη απόσταση της μύτης σας από το τοίχωμα του σωλήνα;
57. Δύο κόκκοι χρώματος παγιδεύονται σε μια κρυστάλλινη σφαίρα, ο ένας στο κέντρο και ο άλλος στο μέσο της απόστασης από την επιφάνεια. Αν κοιτάξετε προσεκτικά τη σφαίρα κατά μήκος της ευθείας που ενώνει τους δύο κόκκους, ο εξωτερικός φαίνεται να βρίσκεται μόνο στο ένα τρίτο της απόστασης από τον άλλον. Βρείτε τον δείκτη διάθλασης της σφαίρας.
58. Ένας φακός επαφής έχει σχήμα κυρτού μηνίσκου (βλ. Σχήμα 31.25). Η εσωτερική του επιφάνεια είναι καμπύλη ώστε να εφαρμόζει στο μάτι, με ακτίνα καμπυλότητας 7,80 mm. Ο φακός είναι κατασκευασμένος από πλαστικό με δείκτη διάθλασης $n = 1,56$. Αν η εστιακή απόστασή του είναι ίση με 44,4 cm, πόση είναι η ακτίνα καμπυλότητας της εξωτερικής του επιφάνειας;
59. Για ποιον δείκτη διάθλασης η εστιακή απόσταση ενός επιπεδόκυρτου φακού θα ήταν ίση με την ακτίνα καμπυλότητάς της μίας και μοναδικής καμπύλης επιφάνειάς του;
60. Ένα αντικείμενο απέχει 28 cm από έναν κυρτό φακό με $n = 1,5$ και ακτίνες καμπυλότητας 35 cm και 55 cm. Πού βρίσκεται το είδωλο και τι είδους είναι;
61. ^{BIO} Είστε οπτικός και σας ζητήθηκε να σχεδιάσετε έναν νέο φακό αποκατάστασης για τους ασθενείς με καταρράκτη. Ο φακός πρέπει να έχει διάμετρο 5,5 mm, εστιακή απόσταση 17 mm και δεν μπορεί να είναι παχύτερος από 0,8 mm. Για το υλικό του φακού, μπορείτε να επιλέξετε ανάμεσα σε πλαστικό με δείκτη διάθλασης 1,49 ή την ακριβή σιλικόνη με $n = 1,58$. Ποιο υλικό επιλέγετε και γιατί;
62. Ένας κυρτός φακός με ίσες ακτίνες καμπυλότητας 28,5 cm κατασκευάζεται από γυαλί με δείκτες διάθλασης $n_{\text{ερυθρό}} = 1,512$ και $n_{\text{ιώδες}} = 1,547$. Αν μια σημειακή πηγή λευκού φωτός βρίσκεται στον άξονα του φακού σε απόσταση 75,0 cm από τον φακό, σε ποια απόσταση το ορατό είδωλό της θα είναι θολό;
63. Ένα αντικείμενο τοποθετημένο σε απόσταση 17,5 cm από έναν κυρτό γυάλινο φακό με $n = 1,524$ σχηματίζει ένα φανταστικό είδωλο με μέγεθος διπλάσιο του αντικειμένου. Αν ο φακός αντικατασταθεί από έναν φακό ίδιου σχήματος, κατασκευασμένο από διαμάντι, (α) τι είδους είδωλο θα σχηματιστεί και (β) πόση θα είναι η μεγέθυνσή του;
64. Παρακολουθείτε ένα μάθημα φωτογραφίας και δουλεύετε με μια φωτογραφική μηχανή της οποίας ο φακός μεταβλητής εστιακής απόστασης (zoom) καλύπτει ένα εύρος εστιακών αποστάσεων από 38 mm έως 110 mm. Ο εκπαιδευτής σας ζητά να συγκρίνετε τα μεγέθη των ειδώλων ενός μακρινού αντικειμένου όταν φωτογραφίζετε με τις δύο ακραίες τιμές του zoom. Ποια είναι η απάντησή σας;
65. Μια φωτογραφική μηχανή μπορεί κανονικά να εστιάσει μέχρι τα 60 cm, είναι όμως δυνατόν να τοποθετηθούν πρόσθετοι φακοί ακριβώς μπροστά από τον κύριο φακό, ώστε να υπάρχει η δυνατότητα κοντινών λήψεων. Ποιος τύπος και ποια ισχύς βοηθητικού φακού θα επιτρέψουν στη μηχανή να εστιάσει μέχρι και τα 20 cm;
66. Ένα σύνθετο μικροσκόπιο με ισχύ 300 διαθέτει έναν αντικειμενικό φακό εστιακής απόστασης 4,5 mm. Αν η απόσταση του αντικειμενικού φακού από τον προσοφθάλμιο φακό είναι ίση με 10 cm, πόση πρέπει να είναι η εστιακή απόσταση του προσοφθάλμιου φακού;
67. Για το γυμνό μάτι, ο Δίας έχει γωνιακή διάμετρο 50 arcsec. Πόσο θα είναι το γωνιακό του μέγεθος όταν παρατηρείται μέσω ενός διαθλαστικού τηλεσκοπίου εστιακής απόστασης 1 m με προσοφθάλμιο φακό εστιακής απόστασης 40 mm;
68. Ένα τηλεσκόπιο Cassegrain όπως αυτό που φαίνεται στο Σχήμα 31.34β έχει εστιακή απόσταση 1,0 m και το κυρτό δευτερεύον κάτοπτρο απέχει 0,85 m από το πρωτεύον. Πόση θα πρέπει να είναι η εστιακή απόσταση του δευτερεύοντος κατόπτρου, προκειμένου το τελικό είδωλο να βρίσκεται 0,12 m πίσω από την εμπρόσθια επιφάνεια του πρωτεύοντος;
69. Στέκεστε με τη μύτη σας να απέχει 6,0 cm από την επιφάνεια μιας ανακλαστικής σφαίρας και το είδωλο της μύτης σας φαίνεται ότι έχει μέγεθος ίσο με τα τρία τέταρτα του πλήρους μεγέθους. Πόση είναι η διάμετρος της σφαίρας;
70. ^{BIO} Μια συνταγή φακών επαφής απαιτεί φακούς με +2,25 διοπτρίες με εσωτερική ακτίνα καμπυλότητας 8,6 mm για να εφαρμόζουν στον κερατοειδή του ασθενή. (α) Αν