ΕΡΓΟ - ΕΝΕΡΓΕΙΑ

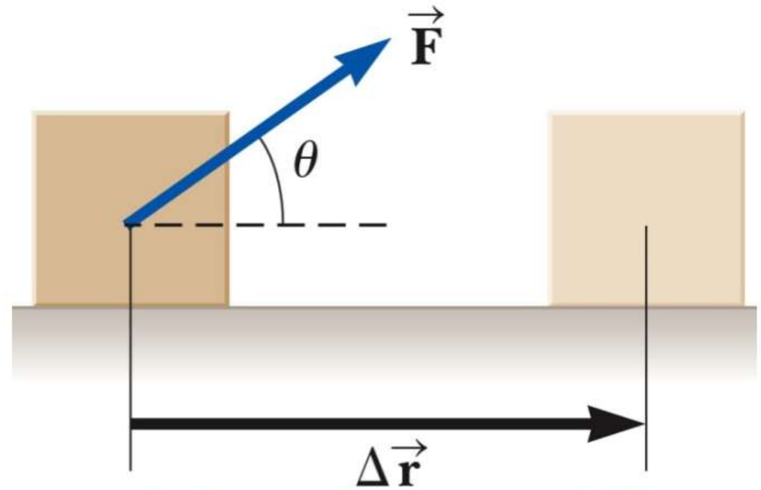
Σύστημα και Έργο

•Το *σύστημα* είναι ένα μικρό κομμάτι του σύμπαντος: (i) ένα σώμα ή σωματίδιο, (ii) σύνολο σωμάτων ή σωματιδίων, (iii) μια περιοχή του χώρου, (iv) μπορεί να μεταβάλλει το μέγεθος και το σχήμα του ως προς τον χρόνο.

–Το **έργο** *W* το οποίο παράγει σε ένα σύστημα ένας παράγοντας που ασκεί **μια σταθερή δύναμη** σε αυτό είναι το εσωτερικό γινόμενο της δύναμης $\vec{\mathrm{F}}$ επί την μετατόπιση $\Delta\vec{r}$ του σημείου εφαρμογής της δύναμης:

$$W = \vec{\mathrm{F}} \cdot \Delta\vec{r} \rightarrow W = \left|\vec{\mathrm{F}}\right| |\Delta\vec{r}| \cos\theta$$

όπου θ είναι η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων της δύναμης και της μετατόπισης.



Το έργο παράγεται ***από*** κάποιο τμήμα του περιβάλλοντος που αλληλεπιδρά απευθείας με το σύστημα.

Το έργο παράγεται ***στο*** σύστημα.

Η μετατόπιση αναφέρεται στο σημείο εφαρμογής της δύναμης.

Η δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα δεν παράγει έργο αν το σώμα δεν υφίσταται μετατόπιση.

ΕΡΓΟ σταθερής δύναμης

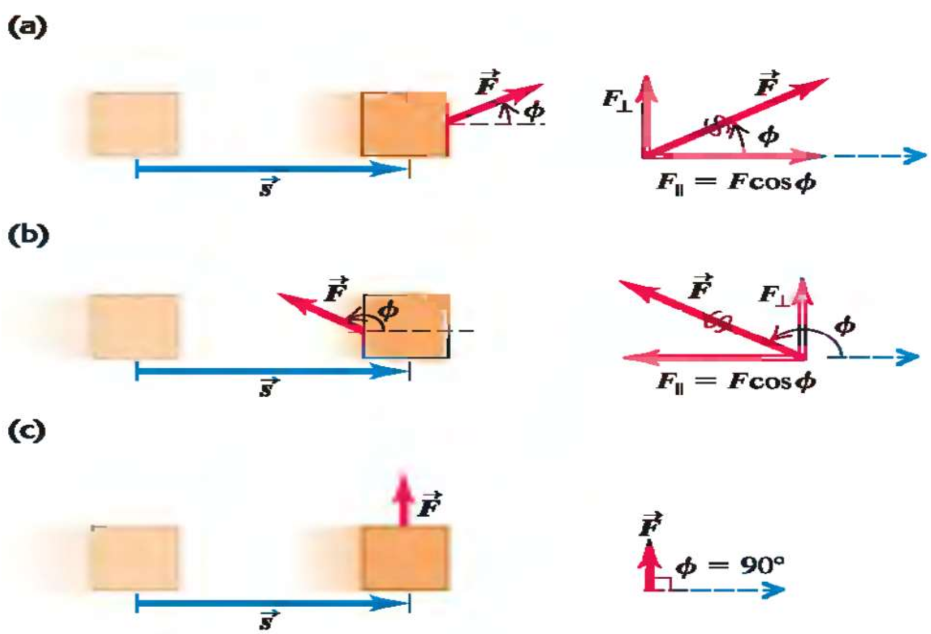
ΠΡΟΣΟΧΗ είναι εσωτερικό γινόμενο

ΕΡΓΟ <u>σταθερής</u> Δύναμης

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

$$W = Fs\cos\vartheta$$

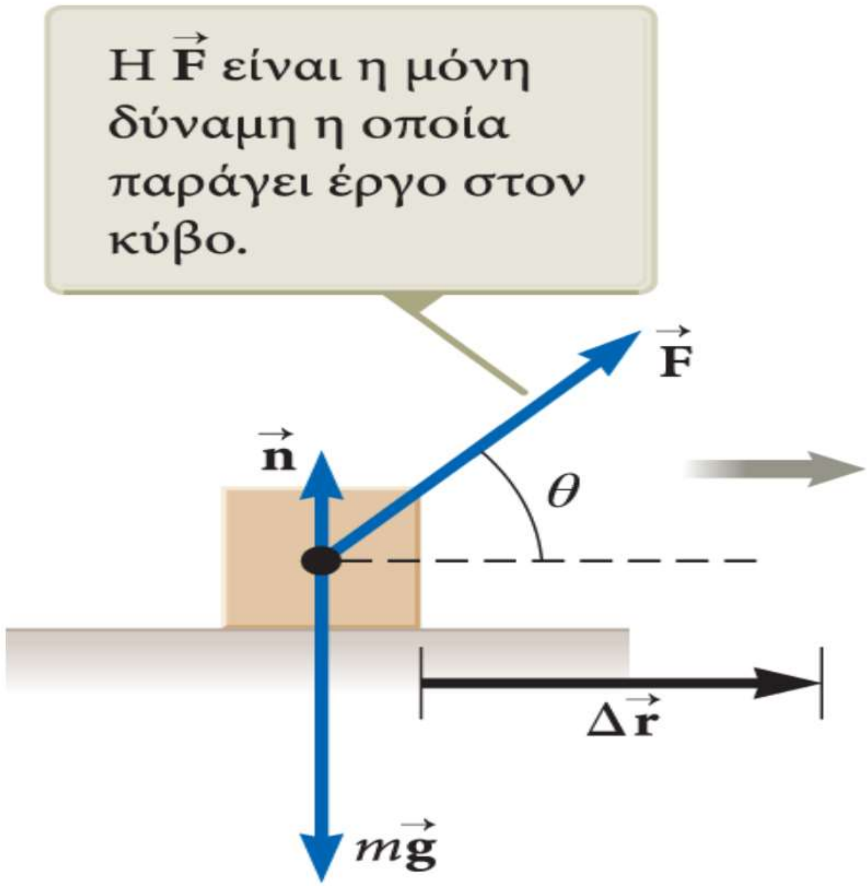
Μονάδα μέτρησης
JOULE = Nm



Η δύναμη διαθέτει συνιστώσα στη διεύθυνση της μετατόπισης:
- Το έργο της δύναμης είναι θετικό
- *W=(F cosφ) s*

Η δύναμη διαθέτει συνιστώσα αντίθετα στη διεύθυνση της μετατόπισης:
- Το έργο της δύναμης είναι αρνητικό
- *W=(F cosφ) s*
- *$90^o < φ < 270^o$*

Η δύναμη ασκείται κάθετα στη μετατόπιση:
- Δεν υπάρχει έργο της δύναμης στη μετατόπιση του σώματος
- Γενικότερα εάν μια δύναμη διαθέτει συνιστώσα κάθετη στη μετατόπιση του σώματος τότε αυτή η συνιστώσα δεν παράγει έργο



Η κάθετη δύναμη και η βαρυτική δύναμη δεν παράγουν έργο στο σώμα.

$\cos\theta = \cos 90° = 0$

Η δύναμη $\vec{F}$ είναι η μοναδική δύναμη που παράγει έργο στο σώμα

- Το πρόσημο του έργου εξαρτάται από την κατεύθυνση της δύναμης σε σχέση με τη μετατόπιση.
  - Το έργο είναι θετικό όταν η προβολή της $\vec{F}$ στο $\Delta\vec{r}$ έχει ίδια κατεύθυνση με τη μετατόπιση.
  - Το έργο είναι αρνητικό όταν η προβολή έχει κατεύθυνση αντίθετη από αυτή της μετατόπισης.
  - Το έργο είναι μηδέν όταν $\vec{F} \perp \Delta\vec{r}$
- Το έργο είναι βαθμωτό μέγεθος.
- Η μονάδα μέτρησης του έργου είναι το joule (J).
  - 1 joule = 1 newton · 1 meter = kg · m² / s²
  - J = N · m
- Αν το έργο που παράγεται σε ένα σύστημα είναι θετικό, η ενέργεια μεταφέρεται προς το σύστημα.
- Αν το έργο που παράγεται στο σύστημα είναι αρνητικό, η ενέργεια μεταφέρεται από το σύστημα.
- Το αποτέλεσμα είναι η μεταβολή της ενέργειας που είναι αποθηκευμένη στο σύστημα.

ΕΡΓΟ

ΕΡΓΟ <u>μη σταθερής</u> Δύναμης

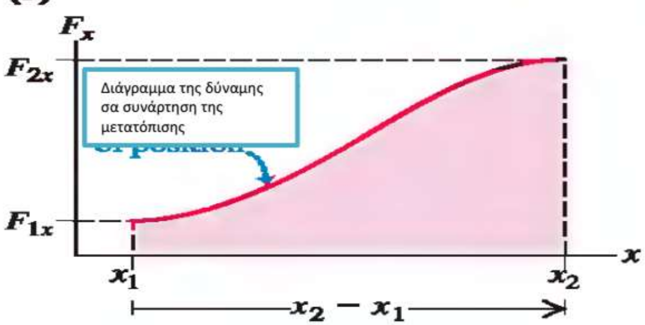
(a) Το σώμα κινείται από το x1 στο x2 από μια μεταβλητή δύναμη στη διεύθυνση x.

$$W = F_{ax}\Delta x_a + F_{bx}\Delta x_b + \cdots = \boxed{\sum F(x)\Delta x}$$

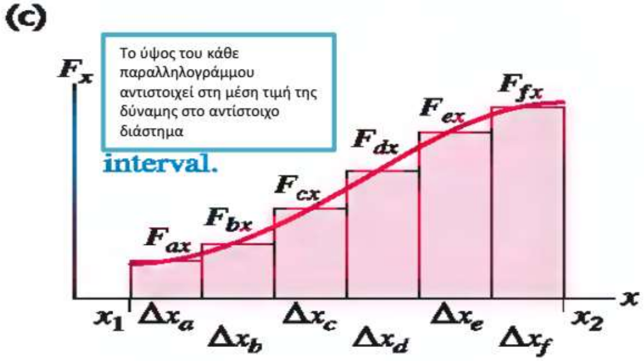
Μαθηματικά για Δx → 0

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x\, dx$$

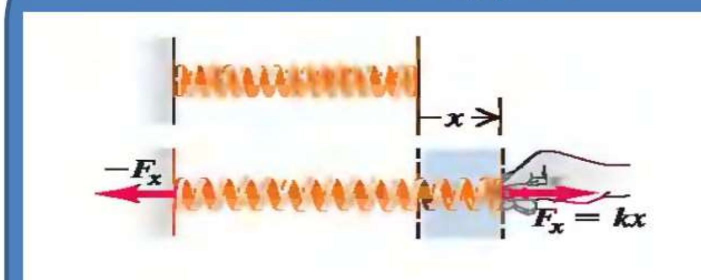
(b)

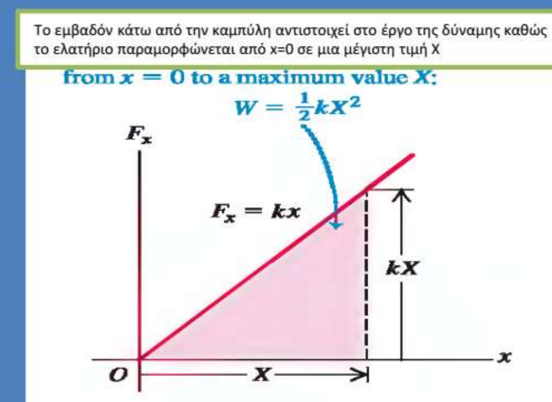


(c)



Παράδειγμα

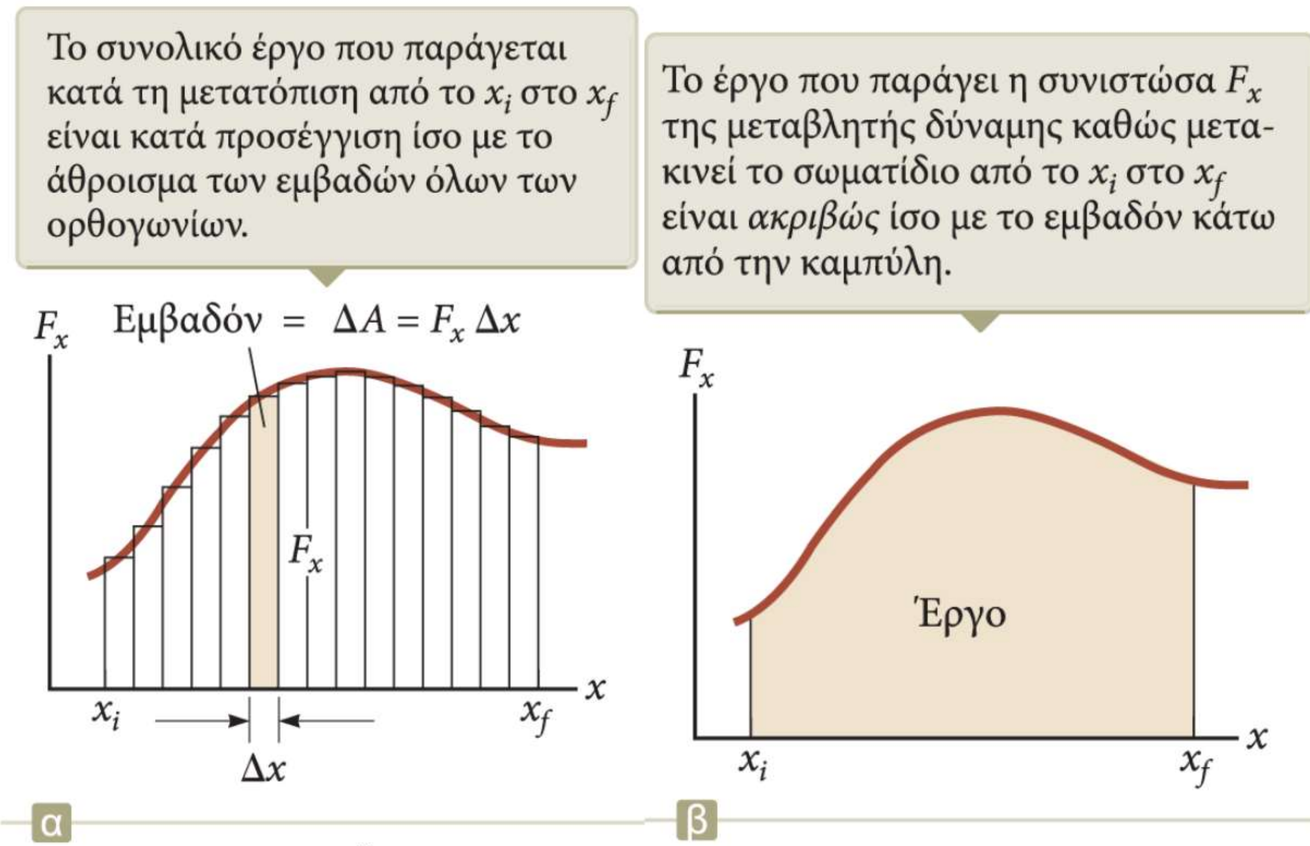




Νόμος Hooke F=kx

$$W = \int_0^X F_x\, dx = \int_0^X kx\, dx = \frac{1}{2}kX^2$$

Έργο μεταβαλλόμενης δύναμης



$$W \approx \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x$$

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx$$

Έργο πολλών δυνάμεων

Το συνολικό έργο που παράγεται στο σύστημα είναι το έργο που παράγει η συνισταμένη δύναμη.

$$\sum W = W_{\text{εξωτ.}} = \int_{x_i}^{x_f} \left(\sum F_x\right) dx$$

Στη γενική περίπτωση μιας συνισταμένης δύναμης με μεταβαλλόμενο μέτρο και κατεύθυνση,

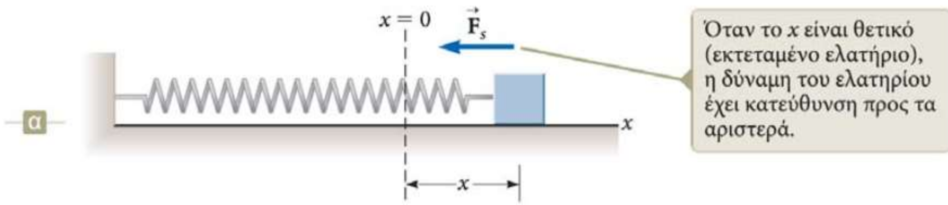
$$\sum W = W_{\text{εξωτ.}} = \int \left(\sum \vec{\mathbf{F}}\right) \cdot d\vec{\mathbf{r}}$$

Ή ισοδύναμα το συνολικό έργο είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα του έργου που παράγει κάθε δύναμη χωριστά.

$$\sum W = W_{\text{εξωτ.}} = \sum_{\text{δυνάμεις}} \left(\int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}\right)$$

Δύναμη και έργο που παράγεται από ελατήριο

Νόμος του Hooke

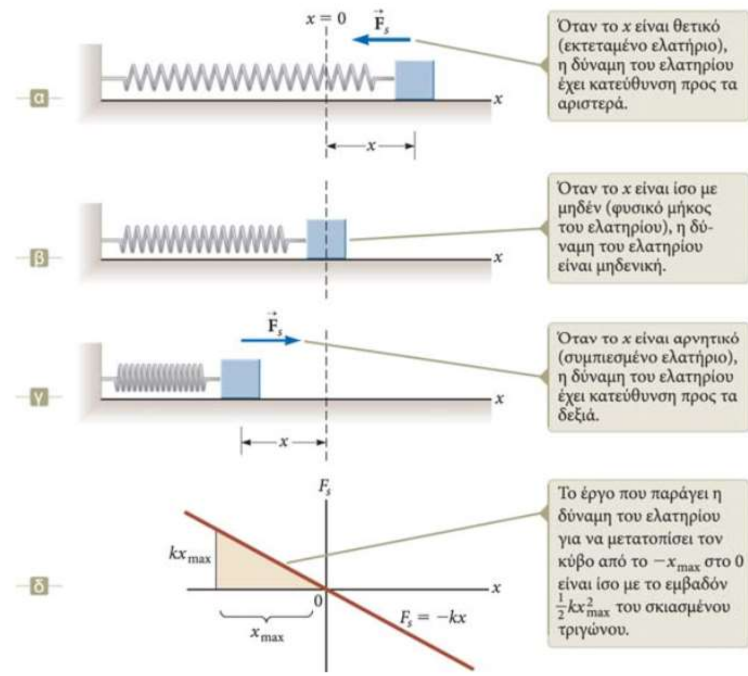


$$\vec{\mathbf{F}}_s = F_x\hat{\mathbf{i}} = -kx\hat{\mathbf{i}}$$

Το x είναι η θέση του κύβου σε σχέση με τη θέση ισορροπίας (x = 0)
Το k ονομάζεται σταθερά του ελατηρίου.
Το k μετράει τη *σκληρότητα* του ελατηρίου.

Όταν το $x>0$ (το ελατήριο έχει εκταθεί), $F<0$
Όταν το $x=0$ (στη θέση ισορροπίας), $F=0$.
Όταν το $x<0$ (το ελατήριο έχει συμπιεστεί), $F>0$.

Έργο που παράγεται από ελατήριο



Το έργο που παράγει η δύναμη για να μετατοπίσει τον κύβο από το σημείο $x_i = -x_{max}$ στο $x_f = 0$
Το συνολικό έργο που παράγει η δύναμη για να μετατοπίσει τον κύβο από το σημείο $-x_{max}$ στο x_{max} είναι ίσο με μηδέν!

$$W_s = \int \vec{\mathbf{F}}_s \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_{x_i}^{x_f} \left(-kx\hat{\mathbf{i}}\right)\cdot\left(dx\hat{\mathbf{i}}\right)$$
$$= \int_{-x_{max}}^{0} \left(-kx\right)dx = \frac{1}{2}kx_{max}^2$$

Έργο δύναμης ελατηρίου

▶Ας υποθέσουμε ότι ο κύβος υφίσταται τυχαία μετατόπιση από το $x = x_i$ στο $x = x_f$.

▶Το έργο που παράγει η δύναμη του ελατηρίου για να μετατοπίσει τον κύβο είναι

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)\,dx = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

- Αν η κίνηση τελειώνει στο σημείο από το οποίο άρχισε, τότε $W = 0$.

Έργο ασκούμενης δύναμης

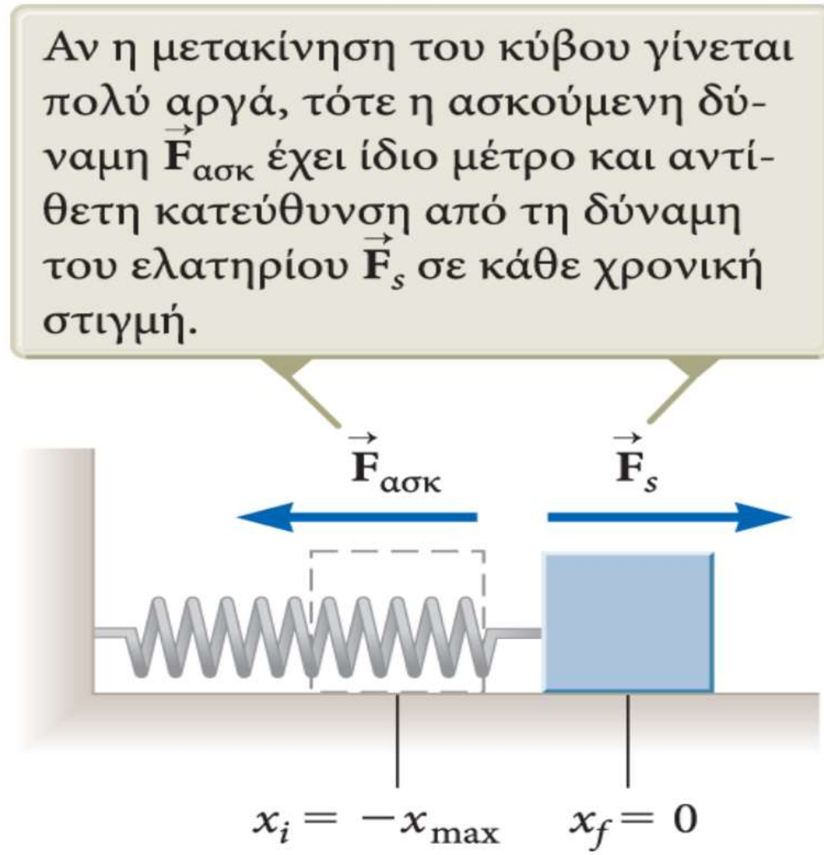
▶Ας υποθέσουμε ότι ένας εξωτερικός παράγοντας $F_{ασκ.}$ τεντώνει το ελατήριο.

▶Η ασκούμενη δύναμη έχει ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση από τη δύναμη του ελατηρίου.

$$\vec{\mathbf{F}}_{ασκ.} = F_{ασκ.}\hat{\mathbf{i}} = -\vec{\mathbf{F}}_s = -\left(-kx\hat{\mathbf{i}}\right) = kx\hat{\mathbf{i}}$$

▶Το έργο που παράγει η $F_{ασκ.}$ για να μετατοπίσει τον κύβο από το σημείο $-x_{max}$ στο $x = 0$ ισούται με $-½\, kx^2_{max}$

▶Για οποιαδήποτε μετατόπιση, το έργο που παράγει η ασκούμενη δύναμη είναι



$$W_{ασκ.} = \int_{x_i}^{x_f} (kx)\,dx = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

Ελαστική δυναμική ενέργεια

Η ***ελαστική δυναμική ενέργεια*** σχετίζεται με τα ελατήρια.
Το έργο που παράγεται από μια εξωτερική ασκούμενη δύναμη σε ένα σύστημα ελατηρίου-κύβου είναι:

$$W = \tfrac{1}{2}\, kx_f^2 - \tfrac{1}{2}\, kx_i^2$$

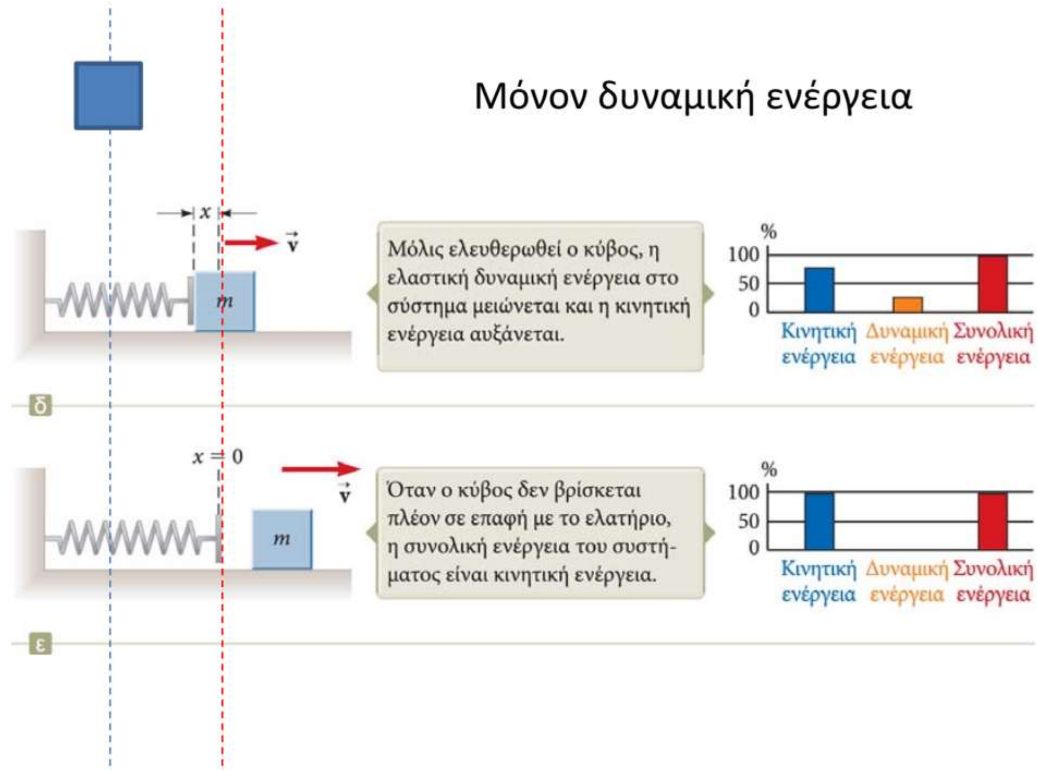
με:

$U_s = \tfrac{1}{2}\, kx^2$ η ελαστική δυναμική ενέργεια.

η ελαστική δυναμική ενέργεια είναι η αποθηκευμένη ενέργεια στο παραμορφωμένο ελατήριο (αποθηκεύεται στο ελατήριο μόνο όταν το ελατήριο έχει εκταθεί ή έχει συμπιεστεί).

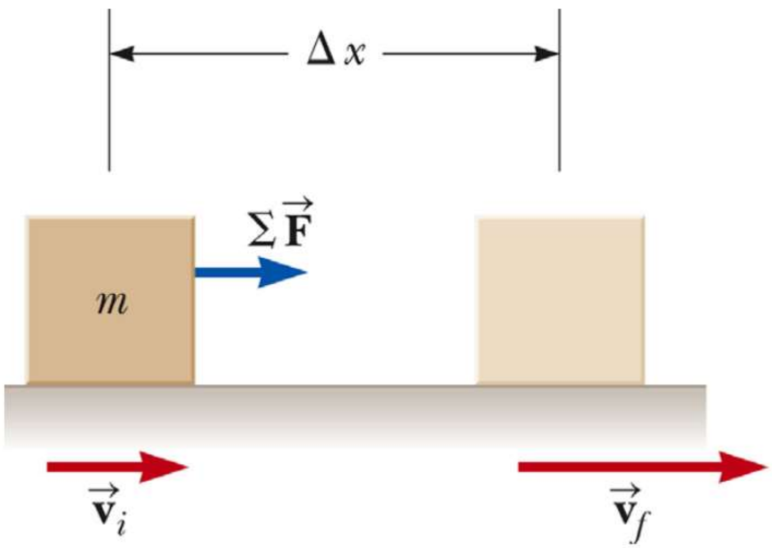
Η ελαστική δυναμική ενέργεια είναι πάντα θετική και μηδέν όταν το ελατήριο δεν είναι παραμορφωμένο.

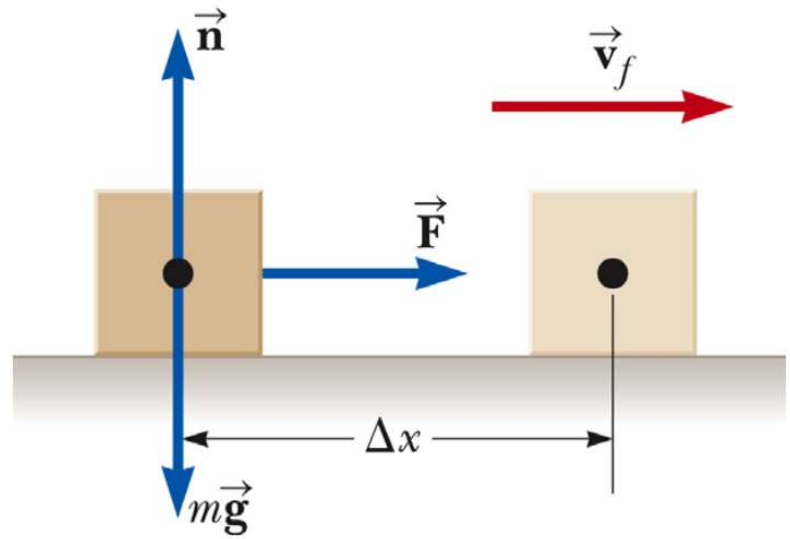
Η αποθηκευμένη δυναμική ενέργεια μπορεί να μετατραπεί σε κινητική ενέργεια.



Κινητική ενέργεια & έργο

Μια πιθανή επίπτωση του έργου που παράγεται για να μεταφερθεί ενέργεια προς ένα σύστημα είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειάς του





$$W_{\varepsilon\xi\omega\tau.} = \int_{x_i}^{x_f} \sum F \, dx = \int_{x_i}^{x_f} m a \, dx \rightarrow W_{\varepsilon\xi\omega\tau.} = \int_{v_i}^{v_f} m v \, dv \quad W_{\varepsilon\xi\omega\tau.} = \Delta K = ½ m v_f^2 - 0$$

$$W_{\varepsilon\xi\omega\tau.} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \rightarrow W_{\varepsilon\xi\omega\tau.} = K_f - K_i = \Delta K$$

Θεώρημα έργου-κινητικής ενέργειας

- Θεώρημα έργου-κινητικής ενέργειας,

$$W_{\varepsilon\xi\omega\tau.} = K_f - K_i = \Delta K$$

•Όταν παράγεται έργο σε ένα σύστημα και η μόνη μεταβολή στο σύστημα σχετίζεται με το μέτρο της ταχύτητάς του, το συνολικό έργο που παράγεται στο σύστημα ισούται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος.

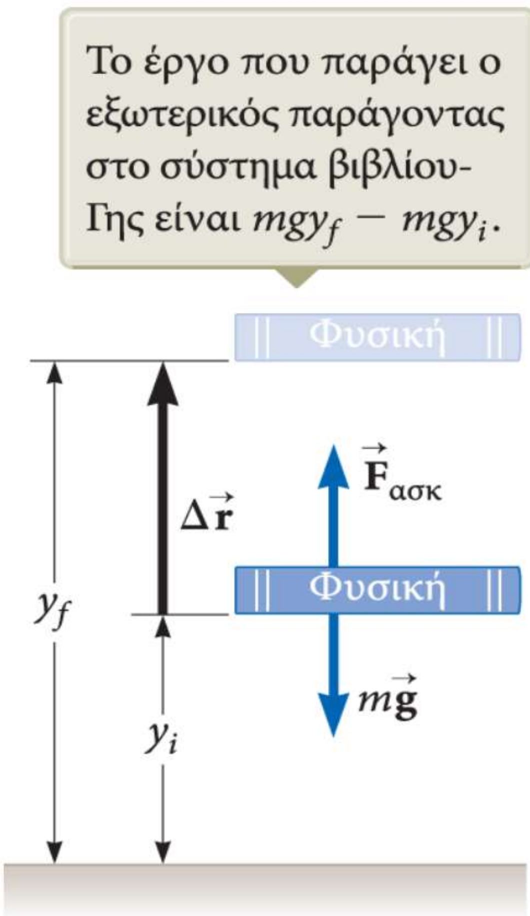
  – Το μέτρο της ταχύτητας του συστήματος αυξάνεται αν το συνολικό έργο που παράγεται σε αυτό είναι θετικό.

  – Το μέτρο της ταχύτητας του συστήματος μειώνεται αν το συνολικό έργο είναι αρνητικό.

•Το θεώρημα έργου-κινητικής ενέργειας δεν ισχύει όταν δεν μεταβάλλεται μόνο το μέτρο της ταχύτητας στο σύστημα ή όταν υπάρχουν άλλες αλληλεπιδράσεις με το περιβάλλον εκτός από το έργο.

•Το θεώρημα έργου-κινητικής ενέργειας αναφέρεται στο μέτρο της ταχύτητας (speed) του συστήματος και όχι στην ταχύτητά του (velocity).

Βαρυτική δυναμική ενέργεια



Παράγουμε έργο στο σύστημα ανυψώνοντας κατακόρυφα το βιβλίο.
Η μετατόπιση του βιβλίου είναι:

$$\Delta\vec{\mathbf{r}} = \left(y_f - y_i\right)\hat{\mathbf{j}}$$

Το έργο που παράγεται στο σύστημα εκδηλώνεται ως αύξηση της ενέργειας του συστήματος.

$$W_{εξωτ.} = \left(\vec{\mathbf{F}}_{ασκ.}\right)\cdot\Delta\vec{\mathbf{r}}$$

$$W_{εξωτ.} = (mg\hat{\mathbf{j}})\cdot\left[\left(y_f - y_i\right)\hat{\mathbf{j}}\right]$$

$$W_{εξωτ.} = mgy_f - mgy_i$$

Ο μηχανισμός αποθήκευσης ενέργειας ονομάζεται *δυναμική ενέργεια.*
Η ***βαρυτική δυναμική ενέργεια*** είναι η ενέργεια που έχει ένα σώμα σε μια δεδομένη θέση πάνω από την επιφάνεια της Γης.

$U_g = mgy$ (J), βαθμωτό μέγεθος

Το έργο που παράγεται μπορεί να μεταβάλλει τη βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος: $W_{εξωτ.} = \Delta U_g$

Δύο κοινές μορφές δυναμικής ενέργειας

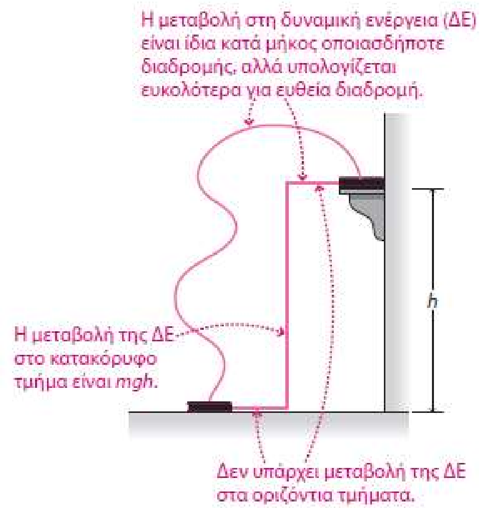
- Η **βαρυτική δυναμική ενέργεια** αποθηκεύει το έργο που παράγεται κόντρα στη βαρύτητα:

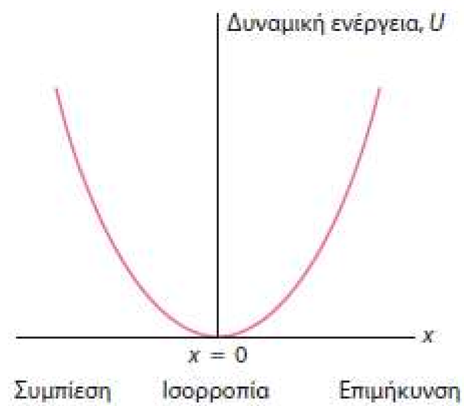
$$\Delta U = mg\Delta y$$

  - Η βαρυτική δυναμική ενέργεια αυξάνεται γραμμικά με το ύψος *y*
  - Αυτό αντικατοπτρίζει τη *σταθερή* βαρυτική δύναμη κοντά στην επιφάνεια της Γης
- Η **ελαστική δυναμική ενέργεια** αποθηκεύει το έργο που παράγεται κατά την επιμήκυνση ή τη συμπίεση ενός ελατηρίου ή άλλων ελαστικών συστημάτων:

$$U = \tfrac{1}{2}kx^2$$

  - Η ελαστική δυναμική ενέργεια αυξάνεται *τετραγωνικά* με την επιμήκυνση ή συμπίεση *x*
  - Αυτό αντικατοπτρίζει τη *γραμμική αύξηση* της δύναμης του ελατηρίου





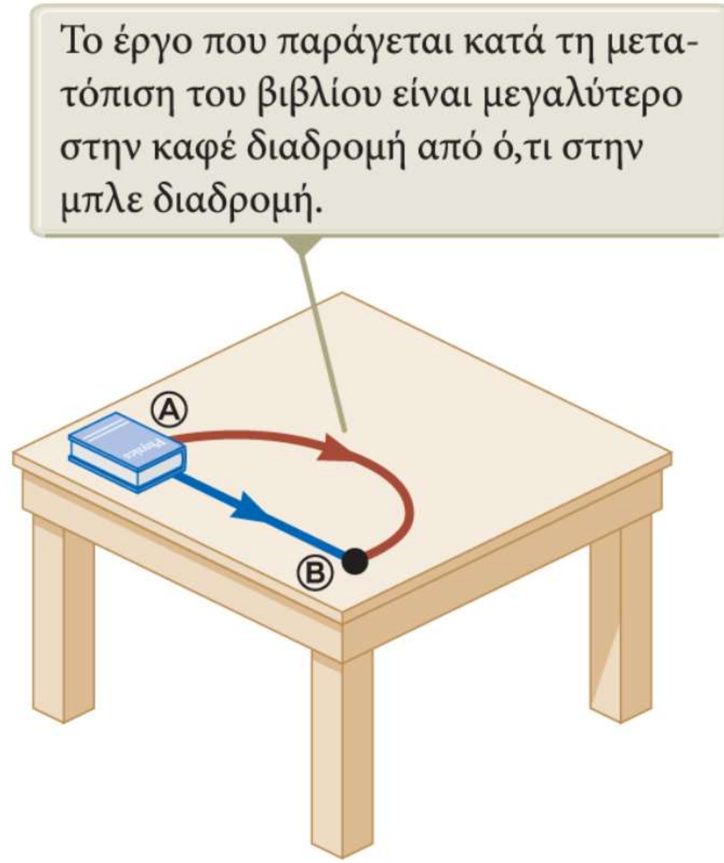
Συντηρητικές και μη Συντηρητικές δυνάμεις

- Το έργο που παράγει μια συντηρητική δύναμη σε ένα σωματίδιο, το οποίο κινείται μεταξύ δύο οποιωνδήποτε σημείων, (i) είναι ανεξάρτητο από την τροχιά που ακολουθεί το σωματίδιο και (ii) μηδενικό όταν η τροχιά είναι κλειστή. (Βαρύτητα, δύναμη ελατηρίου).
- Οι μη συντηρητικές δυνάμεις δεν ικανοποιούν τις ιδιότητες των συντηρητικών δυνάμεων (τριβή).
- Οι μη συντηρητικές δυνάμεις που δρουν μέσα σε ένα σύστημα προκαλούν *μεταβολή* στη μηχανική ενέργεια του συστήματος.

$$E_{\text{μηχ.}} = K + U$$

Το K περιλαμβάνει την κινητική ενέργεια όλων των κινούμενων στοιχείων του συστήματος.
Το U περιλαμβάνει όλους τους τύπους δυναμικής ενέργειας του συστήματος

- Επειδή το έργο που παράγεται στο βιβλίο εξαρτάται από τη διαδρομή, η τριβή είναι μια μη συντηρητική δύναμη.



Συντηρητικές δυνάμεις και δυναμική ενέργεια

- Μπορούμε να ορίσουμε μια συνάρτηση δυναμικής ενέργειας *U* σύμφωνα με την οποία, το έργο που παράγεται από μια συντηρητική δύναμη ισούται με τη μείωση της δυναμικής ενέργειας του συστήματος.
- Το έργο που παράγει μια τέτοια δύναμη *F* είναι

$$W_{\varepsilon\sigma\omega\tau.} = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx = -\Delta U$$

– Η μεταβολή ΔU είναι αρνητική όταν οι *F* και *dx* έχουν την ίδια κατεύθυνση.

–Η συντηρητική δύναμη συνδέεται με τη συνάρτηση δυναμικής ενέργειας μέσω της σχέσης

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

–Η συνιστώσα *x* μιας συντηρητικής δύναμης που ασκείται σε ένα σώμα μέσα σε ένα σύστημα ισούται με την αρνητική παράγωγο της δυναμικής ενέργειας του συστήματος ως προς *x*.

–*Παράδειγμα:*

$$F_s = -\frac{dU_s}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Δυναμική ενέργεια

Ενέργεια που διαθέτει ένα σώμα λόγω της θέσης που έχει μέσα σε ένα πεδίο δυνάμεων (π.χ. βαρυτικό, ελαστικής παραμόρφωσης, ηλεκτρικό κλπ)

$$U = W_{\vec{B}} = \vec{B} \cdot \vec{s} = m\vec{g} \cdot \vec{s} = mgh$$

$$U = W_k = \frac{1}{2} kx^2$$

$$U = W_e = k_{\eta\lambda} \frac{q_1 q_2}{r}$$

Θεώρημα διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας

Κατά τη μετατροπή της δυναμικής σε κινητική ενέργεια (ή το αντίστροφο) η Μηχανική ενέργεια διατηρείται σταθερή εφόσον δεν παρατηρείται μετατροπή ενέργειας σε άλλη μορφή

ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Θεώρημα διατήρησης της Ενέργειας

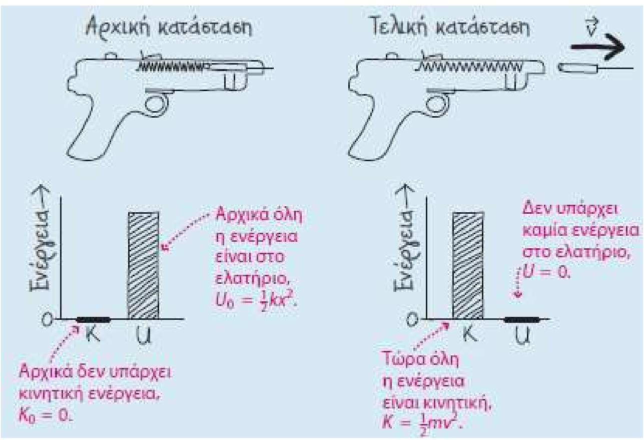
Η ολική ενέργεια ενός κλειστού συστήματος σωμάτων διατηρείται σταθερή

Επίλυση προβλημάτων που αφορούν τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας

- **Ερμηνεύστε** το πρόβλημα για να βεβαιωθείτε ότι όλες οι δυνάμεις διατηρητικές, επομένως η μηχανική ενέργεια διατηρείται. Προσδιορίσετε την ποσότητα που ζητά το πρόβλημα, η οποία μπορεί να είναι η ίδια η ενέργεια ή μια άλλη σχετική ποσότητα
- **Αναπτύξτε** το σχέδιό σας για την επίλυση του προβλήματος σχεδιάζοντας το σώμα σε μια κατάσταση στην οποία μπορείτε να προσδιορίσετε τόσο την κινητική όσο και τη δυναμική ενέργεια και στη συνέχεια στην κατάσταση στην οποία μία ποσότητα είναι άγνωστη. Σχεδιάστε επίσης απλά ραβδογράμματα που υποδεικνύουν τα σχετικά μεγέθη των ποικίλων μορφών ενέργειας
    - Γράψτε την εξίσωση $K + U = K_0 + U_0$
- **Υπολογίστε** για να επιλύσετε για την άγνωστη ποσότητα, η οποία μπορεί να είναι κάποια ενέργεια, η επιμήκυνση ενός ελατηρίου, η ταχύτητα κ.λπ.
- **Αξιολογήστε** τη λύση σας για να διαπιστώσετε ότι η απάντησή σας είναι λογική, ότι περιλαμβάνει τις κατάλληλες μονάδες και ότι είναι σύμφωνη με τα ραβδογράμματά σας

Παραδείγματα

- Ένα πιστόλι ελατηρίου με βέλη
  - Ποια είναι η ταχύτητα του βέλους;

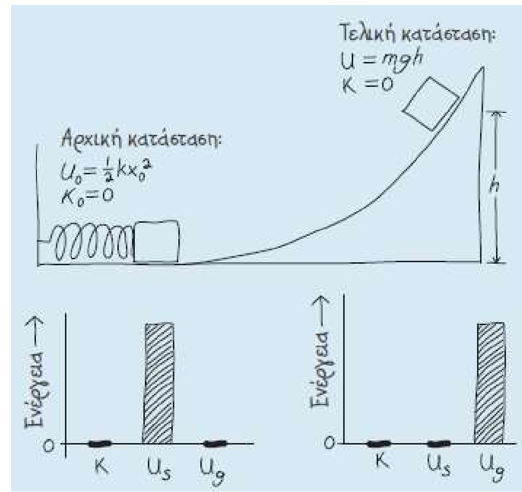


- $K + U = K_0 + U_0$ γίνεται

$$\tfrac{1}{2}mv^2 + 0 = 0 + \tfrac{1}{2}kx^2$$

- Επομένως, $v = \sqrt{k/m}\,x$ όπου x είναι η αρχική συμπίεση του ελατηρίου

- Ένα ελατήριο και η βαρύτητα
  - Πόσο ψηλά φτάνει το κιβώτιο;



- $K + U = K_0 + U_0$ γίνεται

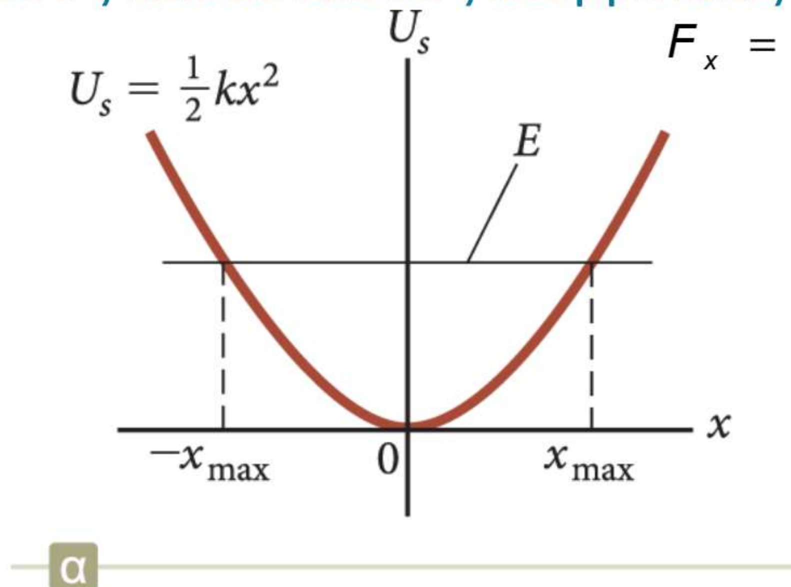
$$0 + mgh = 0 + \tfrac{1}{2}kx^2$$

- Επομένως $h = \dfrac{kx^2}{2mg}$

Διαγράμματα ενέργειας και ευσταθούς και ασταθούς ισορροπίας

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Η θέση $x = 0$ είναι θέση ***ευσταθούς ισορροπίας***.
  - Οποιαδήποτε μετατόπιση μακριά από τη συγκεκριμένη θέση προκαλεί μια δύναμη με κατεύθυνση προς τη θέση $x = 0$.
- Οι διατάξεις ευσταθούς ισορροπίας αντιστοιχούν στις θέσεις εκείνες για τις οποίες η $U(x)$ έχει ελάχιστη τιμή.
- Τα σημεία $x = x_{max}$ και $x = –x_{max}$ είναι τα σημεία αλλαγής κατεύθυνσης.

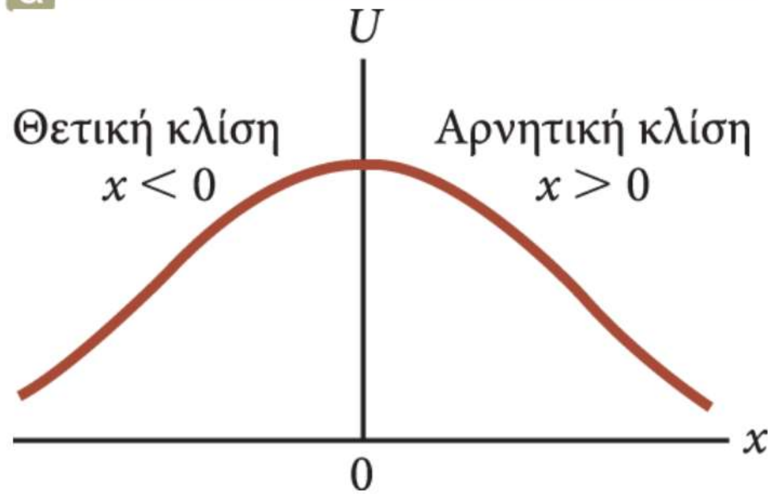


▶Στη θέση $x = 0$, $F_x = 0$, άρα το σωματίδιο βρίσκεται σε ισορροπία.

▶Για οποιαδήποτε άλλη τιμή του x, το σωματίδιο απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας.

▶Αυτό είναι ένα παράδειγμα ***ασταθούς ισορροπίας***.

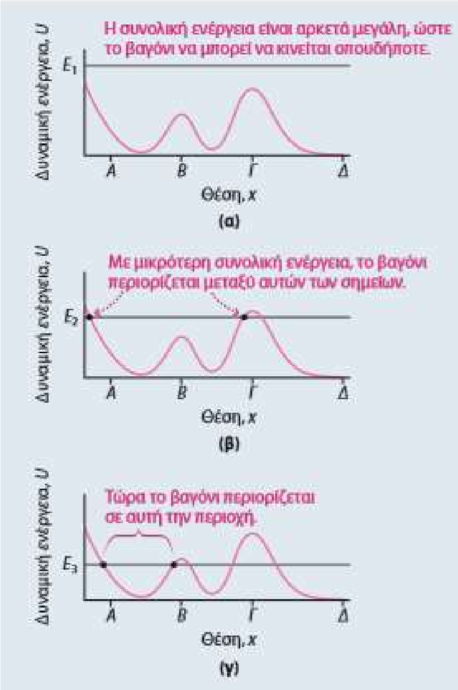
▶Οι διατάξεις ασταθούς ισορροπίας αντιστοιχούν σε εκείνες τις θέσεις για τις οποίες η $U(x)$ έχει μέγιστη τιμή.



Καμπύλες δυναμικής ενέργειας

- Οι καμπύλες δυναμικής ενέργειας αναπαριστάνουν τη δυναμική ενέργεια ενός συστήματος ως συνάρτηση της θέσης και άλλων ποσοτήτων που αντιπροσωπεύουν τη διαμόρφωση του συστήματος
- Ένα σώμα με μια δεδομένη συνολική ενέργεια μπορεί να είναι «παγιδευμένο» σε ένα «πηγάδι δυναμικού» που δημιουργείται από τα σημεία στα οποία η συνολική ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια
- Αυτά τα σημεία είναι **σημεία αναστροφής**, πέρα από τα οποία ένα σώμα δεν μπορεί να κινηθεί δεδομένης της σταθερής συνολικής του ενέργειας

- Καμπύλες δυναμικής ενέργειας για το βαγόνι ενός τρένου λούνα παρκ με τρεις διαφορετικές συνολικές ενέργειες:



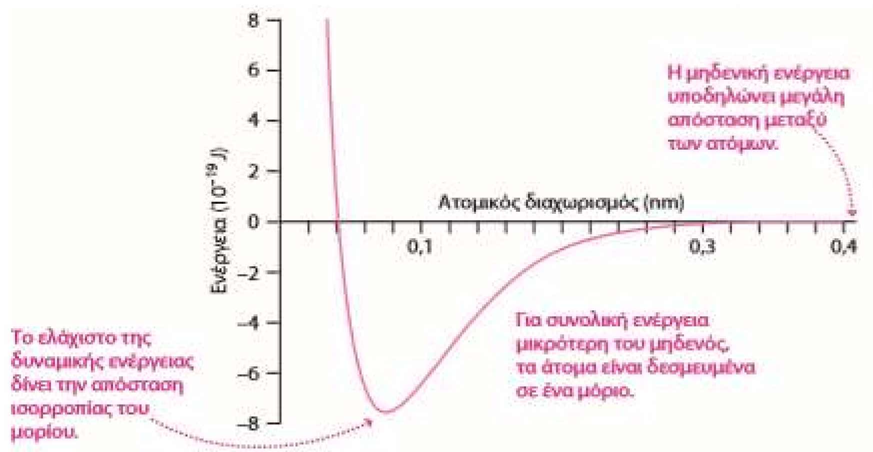
Δύναμη και δυναμική ενέργεια

- Η δύναμη είναι μεγαλύτερη στα σημεία όπου το γράφημα είναι απότομο –δηλαδή εκεί όπου η δυναμική ενέργεια μεταβάλλεται ταχύτερα
- Μαθηματικά, η συνιστώσα της δύναμης σε μια δεδομένη κατεύθυνση είναι η αρνητική παράγωγος της δυναμικής ενέργειας ως προς τη θέση σε αυτή την κατεύθυνση:

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

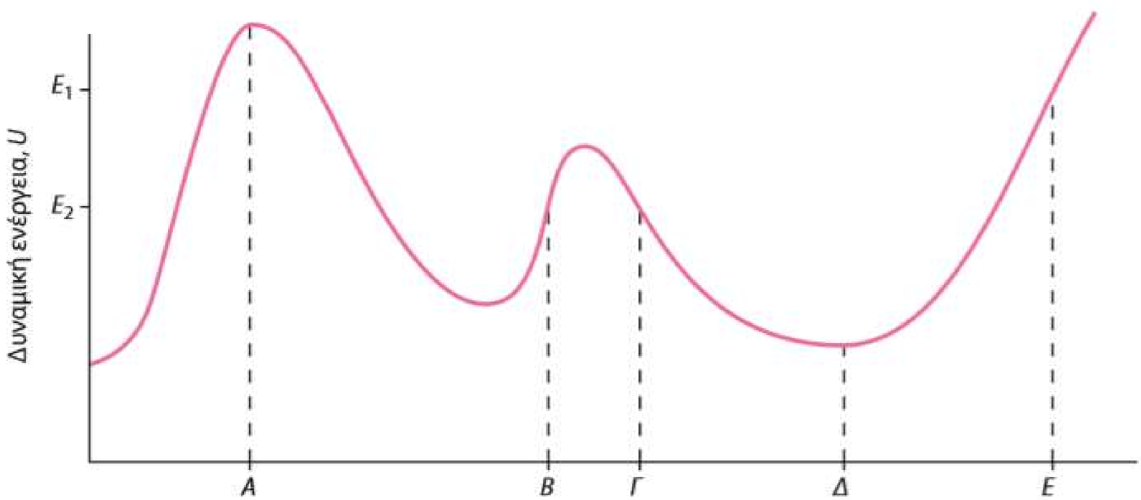
Καμπύλες δυναμικής ενέργειας για ένα μόριο

- Οι καμπύλες δυναμικής ενέργειας μας βοηθούν να προσδιορίσουμε τη δομή συστημάτων, από μόρια μέχρι μηχανικά συστήματα ή πλανήτες.
- Η καμπύλη δυναμικής ενέργεια για ένα ζεύγος ατόμων υδρογόνου αναπαριστάνει τη δυναμική ενέργεια ως συνάρτηση της ατομικής απόστασής τους
  - Το ελάχιστο στο γράφημα δείχνει την ενέργεια διαχωρισμού του μορίου H_2
  - Είναι πρακτικό να ορίσουμε τη μηδενική δυναμική ενέργεια όταν τα άτομα είναι απείρως μακριά
  - Τότε οι αρνητικές ενέργειες αναπαριστάνουν δέσμια συστήματα του μορίου του υδρογόνου.



  - Οι θετικές αναπαριστάνουν διαχωρισμένα άτομα υδρογόνου

- Το σχήμα δείχνει τη δυναμική ενέργεια που σχετίζεται με ένα ηλεκτρόνιο σε μια μικροηλεκτρονική συσκευή. Σε ποιο από τα σημεία που έχουν επισημανθεί η δύναμη επί του ηλεκτρονίου είναι μεγαλύτερη; Ποια η δεξιότερη/αριστερότερη δυνατή θέση για U=E1 (ε εκκίνηση στο Α) / Ε2 (εκκίνηση στο Δ); Σημεία στα οποία η δύναμη = 0. Σημεία στα οποία η δύναμη είναι προς τα αριστερά.

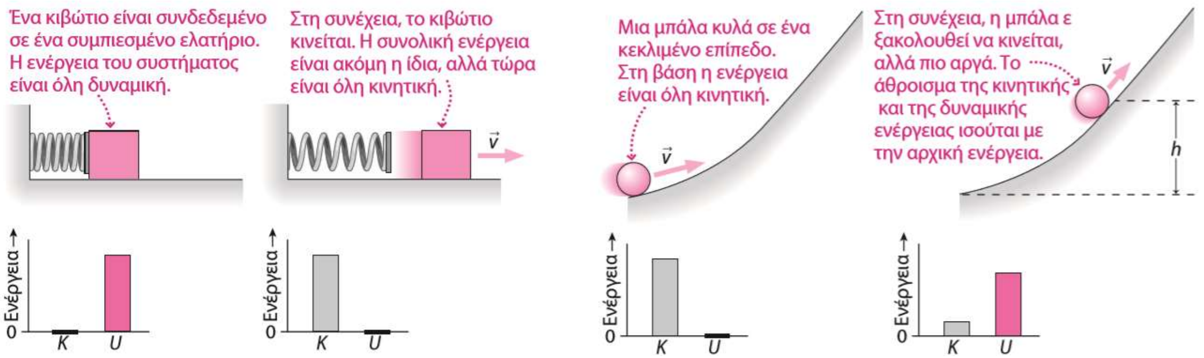


Σύνοψη

- Η **δυναμική ενέργεια** είναι αποθηκευμένη ενέργεια που μπορεί να μετατραπεί σε κινητική ενέργεια
- Η μεταβολή στη δυναμική ενέργεια είναι το αρνητικό έργο που παράγεται από μια διατηρητική δύναμη, καθώς ένα σώμα κινείται σε οποιαδήποτε διαδρομή μεταξύ δύο σημείων:

$$\Delta U = -\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- Όταν δρουν μόνο διατηρητικές δυνάμεις, η συνολική μηχανική ενέργεια *K* + *U* διατηρείται:



- Οι **καμπύλες δυναμικής ενέργειας** περιγράφουν τη δυναμική ενέργεια ως συνάρτηση της θέσης και άλλων ποσοτήτων που αντιπροσωπεύουν τη διαμόρφωση του συστήματος
- Η **δύναμη** είναι η αρνητική παράγωγος της δυναμικής ενέργειας: $F_x = -dU/dx.$

ΙΣΧΥΣ

Ορίζεται σαν το πηλίκο του έργου που παράγεται σε συγκεκριμένο χρόνο δια το χρόνο αυτό

$$\boxed{P = \frac{\Delta W}{\Delta t}}$$

$$P = \frac{dW}{dt}$$

Μονάδα μέτρησης
WATT = J/s

Μπορεί να γραφεί και σαν

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{u}$$

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ μιας μηχανής: το πηλίκο της ισχύος που αποδίδει η μηχανή προς την ισχύ που προσφέρεται σε αυτή

$$n = \frac{P_\alpha}{P_\pi} \leq 1$$

3. Ένας ορειβάτης μάζας 75 kg μεταφέρει στην πλάτη του ένα σακκίδιο 25 kg καθώς ανεβαίνει ένα μονοπάτι, η μέση κλίση του οποίου είναι 5°, διανύοντας απόσταση 3 km. Το συνολικά παραγόμενο έργο από τον ορειβάτη είναι περίπου ίσο με: (α) 260 kJ, (β) 65 kJ, (γ) 3.000 kJ, (δ) –260 kJ.

7. Το νερό φεύγει από το ανοικτό άκρο ενός σωλήνα ποτίσματος με ταχύτητα 5 m/s κατακόρυφα προς τα επάνω. Αν το στόμιο του σωλήνα βρίσκεται σε ύψος 2 m, υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία το νερό χτυπά στο έδαφος.

16. Η έλξη που ασκεί ένα μόριο της πρωτεΐνης της μυοσίνης σε μια ίνα ακτίνης, έτσι ώστε να παραχθεί η τάση σε ένα μυ, γίνεται σε κύκλους κατά τη διάρκεια των οποίων μια δύναμη της τάξης του 1 pN, προκαλεί μια μετατόπιση περίπου ίση με 10 nm. Κάθε τέτοιος κύκλος έλξης-μετατόπισης οφείλεται στη διάσπαση ενός μορίου ATP από το οποίο ελευθερώνεται ενέργεια περίπου ίση με $4{,}9\times10^{-20}$ J.

(α) Πόσο έργο παράγεται από ένα μόριο μυοσίνης κατά τη διάρκεια ενός κύκλου έλξης-μετατόπισης;

(β) Ποιά είναι η απόδοση της διαδικασίας; Ποιό ποσοστό δηλαδή της ενέργειας που απελευθερώνεται από το μόριο του ATP μετατρέπεται σε χρήσιμο έργο;

9. Ένας ορειβάτης μάζας 65 kg ανεβαίνει, κατά τη διάρκεια της προπόνησής του, έναν κατακόρυφο τοίχο ύψους 200 m σε χρόνο 10 min. Υπολογίστε το έργο που παράγεται από τη δύναμη του βάρους πάνω στον ορειβάτη. Αν ο ορειβάτης καταναλώνει οξυγόνο με ρυθμό 2 L/min, και έτσι παράγει εσωτερικά ενέργεια 4×10^4 J/min, ποιό κλάσμα της ενέργειας αυτής χρησιμοποιείται για την ανάβαση στον τοίχο; (Το κλάσμα που υπολογίσατε, είναι η απόδοση του ορειβάτη).

11. Ένας αθλητής της άρσης βαρών σηκώνει ένα βάρος 1.200 N, ασκώντας μια μέση δύναμη 1.400 N για το πρώτο μέτρο της ανύψωσης από το έδαφος, στη συνέχεια χαλαρώνει τη λαβή του και «κάθεται κάτω από τη μπάρα», προκειμένου να τη συγκρατήσει, και ολοκληρώνει την προσπάθειά του ασκώντας μια ώθηση ώστε να σηκωθεί με τα χέρια του σε πλήρη ανάταση.

(α) Πόσο έργο παράγει ο αθλητής στο πρώτο 1 m της ανύψωσης του βάρους; Πόσο έργο παράγει η δύναμη του βάρους για την ίδια απόσταση;

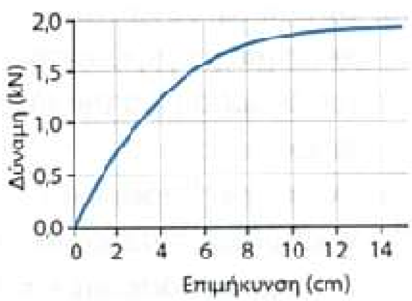
(β) Ποιά ταχύτητα έχει αποκτήσει το βάρος στο τέλος αυτού του πρώτου μέτρου;

(γ) Αν ο αθλητής πάψει να ασκεί δύναμη μετά από το πρώτο 1 m, σε ποιό ύψος, επιπλέον του 1 m, θα ανέβει το βάρος και πόσο χρόνο θα χρειαστεί για αυτό; Κατά τη διάρκεια αυτού του χρονικού διαστήματος, ο αθλητής θα πρέπει να προλάβει να «μπει κάτω από τη μπάρα» και στη συνέχεια να σηκωθεί ωθώντας τα βάρη ώστε να φθάσουν στην τελική τους θέση, έχοντας τα χέρια σε πλήρη ανάταση.

(δ) Πόσο επιπλέον έργο θα πρέπει να παράγει ο αθλητής προκειμένου να σηκώσει τα βάρη, με σταθερή ταχύτητα, σε τελικό ύψος 2,4 m, που είναι το ύψος που φθάνει έχοντας τα χέρια του σε πλήρη ανάταση;

42. Ο *αυχενικός σύνδεσμος* είναι μια δομή που μοιάζει με κορδόνι και βρίσκεται κατά μήκος του πίσω μέρος του αυχένα υποστηρίζοντας μεγάλο μέρος του σωματικού βάρους σε ζώα όπως τα άλογα και οι αγελάδες. Ο σύνδεσμος είναι εξαιρετικά δύσκαμπτος για μικρές επιμηκύνσεις, αλλά χαλαρώνει καθώς εκτείνεται περαιτέρω, λειτουργώντας ως βιολογικός απορροφητής κραδασμών. Το Σχήμα 7.17 δείχνει την καμπύλη δύναμης-απόστασης για έναν συγκεκριμένο αυχενικό σύνδεσμο. Η καμπύλη μπορεί να μοντελοποιηθεί κατά προσέγγιση από την έκφραση $F(x) = 0{,}43x - 0{,}033x^2 + 0{,}00086x^3$, με F σε kN και x σε cm. Βρείτε την ενέργεια που αποθηκεύεται στον σύνδεσμο όταν έχει επιμηκυνθεί κατά (α) 7,5 cm και (β) 15 cm.

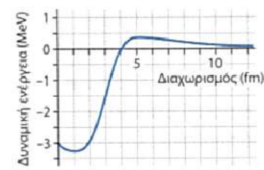
BIO



ΣΧΗΜΑ 7.17 Πρόβλημα 42

Προβλήματα μετάβασης

Η *πυρηνική σύντηξη* είναι η διαδικασία που τροφοδοτεί τον Ήλιο. Σύντηξη συντελείται όταν δύο ατομικοί πυρήνες μικρής μάζας συγχωνεύονται για να σχηματίσουν έναν μεγαλύτερο πυρήνα. Κατά τη διαδικασία αυτή απελευθερώνεται σημαντική ενέργεια. Αυτό είναι δύσκολο να επιτευχθεί επειδή οι ατομικοί πυρήνες φέρουν θετικό ηλεκτρικό φορτίο και η ηλεκτρική τους άπωση καθιστά αρκετά δύσκολη την προσέγγισή τους, ώστε η πυρηνική δύναμη μικρής εμβέλειας να τους συνδέσει σε έναν ενιαίο πυρήνα. Το Σχήμα 7.25 δείχνει την καμπύλη δυναμικής ενέργειας για τη σύντηξη δύο δευτερίων (βαρείς πυρήνες υδρογόνου). Η ενέργεια μετράται σε εκατομμύρια ηλεκτρονιοβόλτ (MeV), μονάδα που χρησιμοποιείται συνήθως στην πυρηνική φυσική, και ο διαχωρισμός είναι σε φεμτόμετρα (1 fm = 10^{-15} m).



ΣΧΗΜΑ 7.25 Δυναμική ενέργεια για δύο δευτέρια (Προβλήματα μετάβασης 68-71)

68. Η δύναμη μεταξύ των δύο δευτερίων είναι μηδέν περίπου στα
    α. 3 fm.
    β. 4 fm.
    γ. 5 fm.
    δ. η δύναμη δεν είναι ποτέ μηδέν.

69. Προκειμένου αρχικά τα δύο δευτέρια που είναι ελαφρώς διαχωρισμένα να έρθουν κοντά ώστε να συντηχθούν, η κινητική τους ενέργεια πρέπει να είναι περίπου
    α. 0,1 MeV.
    β. 3 MeV.
    γ. −3 MeV.
    δ. 0,3 MeV.

70. Η διαθέσιμη ενέργεια για τη σύντηξη είναι η ενεργειακή διαφορά μεταξύ αυτής των πολύ απομακρυσμένων δευτερίων και των δεσμευμένων δευτερίων αφού έχουν «πέσει» στο βαθύ πηγάδι δυναμικού που φαίνεται στο σχήμα. Αυτή η ενέργεια είναι περίπου
    α. 0,3 MeV.
    β. 1 MeV.
    γ. 3,3 MeV.
    δ. 3,6 MeV.

71. Όταν τα δύο δευτέρια απέχουν 4 fm, η δύναμη που ενεργεί πάνω τους
    α. είναι απωθητική.
    β. είναι ελκτική.
    γ. είναι μηδέν.
    δ. δεν μπορεί να καθοριστεί από το γράφημα.

ΥΛΗ που θα καλυφθεί στη διάρκεια του εξαμήνου

- Φυσική και Βιολογία.
- Μεγέθη και συστήματα μονάδων.
- Γραφικές παραστάσεις φαινομένων.
- Δυνάμεις. Ροπές.
- Κλασσική φυσική, Νόμοι του Νεύτωνα.
- Ενέργεια.
- Θερμότητα, ειδική θερμότητα, θερμοκρασία. Μετατροπές φάσεων.
- Πίεση σε ρευστά, άνωση. Κίνηση σε ρευστό, ρευστοδυναμική (νόμοι συνεχείας και Bernoulli).
- Ελαστικότητα.
- Επιφανειακή τάση.
- Αρμονική ταλάντωση. Κύματα.
- Η φύση του φωτός. Διάθλαση. Φακοί και Είδωλα. Κυματικά φαινόμενα (περίθλαση, συμβολή
- πόλωση).
- Ηλεκτροστατική. Ηλεκτρικά πεδία. Πυκνωτές.
- Ηλεκτρικό ρεύμα. Νόμος του Ohm. Αντίσταση. Το ποτενσιόμετρο.
- Ηλεκτρικό ρεύμα και μαγνητικό πεδίο.
- Εναλλασσόμενο ρεύμα.
- Ανορθωτές και δίοδοι.
- Μετρητές ηλεκτρικών ποσοτήτων.
- Εκπομπή ηλεκτρονίων.
- Ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.
- Κίνηση φορτίων σε μαγνητικό πεδίο. Κύκλοτρο. Ηλεκτρονικό Μικροσκόπιο.
- Ατομικό υπόδειγμα του Bohr. Στοιχεία μοντέρνας (κβαντικής) φυσικής.
- Ραδιενεργοί πυρήνες, ραδιενέργεια.

ΟΡΜΗ

ΟΡΜΗ →

Υλικού σημείου ή σώματος μάζας m που κινείται με ταχύτητα u ΟΡΙΖΕΤΑΙ το γινόμενο της μάζας επί την ταχύτητα

$$\vec{P} = m\,\vec{u}$$

Είναι **<u>ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ</u>** μέγεθος με διεύθυνση και φορά της ταχύτητας

Μονάδα της ορμής είναι το kg m/s

Δύναμη είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος [ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΗ έκφραση της Θεμελιώδους εξίσωσης της δυναμικής]

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

ΩΘΗΣΗ ΔΥΝΑΜΗΣ

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \Rightarrow d\vec{P} = \vec{F}\,dt \Rightarrow \int_{P_1}^{P_2} dP = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,dt \Rightarrow \boxed{\vec{\Omega} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,dt}$$

ΩΘΗΣΗ →

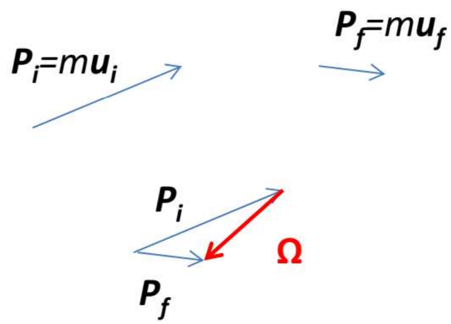
Η προκαλούμενη μεταβολή της ορμής από την επίδραση μιας δύναμης για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα

Ωθηση δύναμης για χρονικό διάστημα dt → $d\vec{\Omega} = \vec{F}\,dt$

Είναι **<u>ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ</u>** μέγεθος και προκύπτει από τη διαφορά των διανυσμάτων

$\vec{P}_2 - \vec{P}_1$

Μονάδες μέτρησης → αυτές της ορμής ή αλλιώς Ns.



ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ

ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ →

Υλικού σημείου που κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας r με ταχύτητα u ορίζεται το εξωτερικό γινόμενο της διανυσματικής ακτίνας επί το διάνυσμα της ορμής του υλικού σημείου

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} = \vec{r} \times m\vec{u}$$

Είναι **<u>ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ</u>** μέγεθος κάθετο στο επίπεδο της τροχιάς με φορά που καθορίζεται από την κατεύθυνση κίνησης του δεξιόστροφου κοχλία.

Μονάδες μέτρησης → kg m^2/s

Κεντρομόλος δύναμη

Υπεύθυνη για την κεντρομόλο επιτάχυνση:

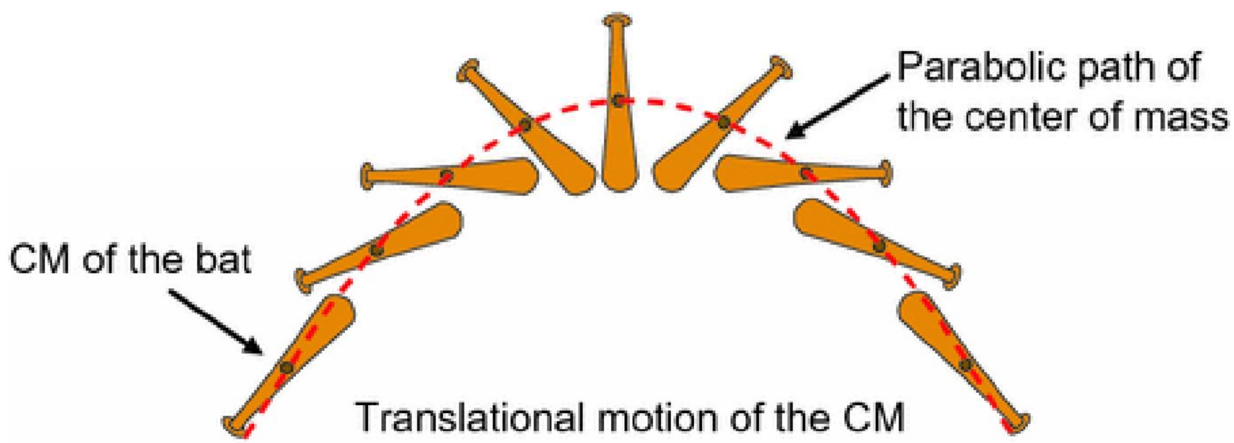
$$\vec{F}_\kappa = m\vec{a}_\kappa = m\frac{u^2}{r} = m\omega^2 r$$

Ρόλο κεντρομόλου δυνάμεως μπορεί να παίξει μια οποιαδήποτε από τις γνωστές δυνάμεις αλληλεπίδρασης σωμάτων

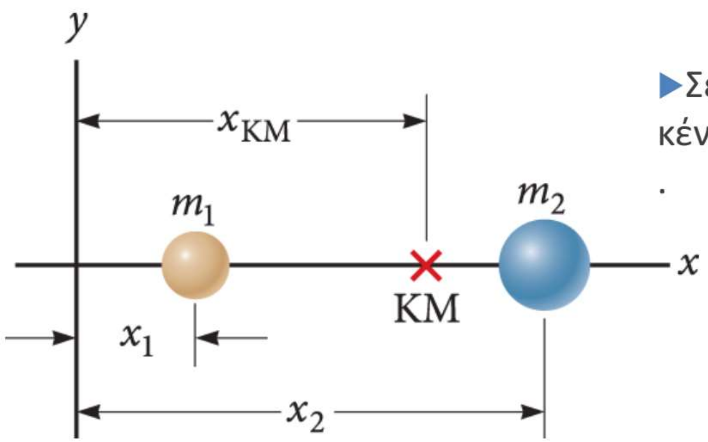
ΣΤΕΡΕΟ ΣΩΜΑ

Η κίνηση αναλύεται σε δύο επί μέρους ανεξάρτητες

- Κέντρο μάζας
  Κίνηση υλικού σημείου
- Περιστροφή γύρω από άξονα



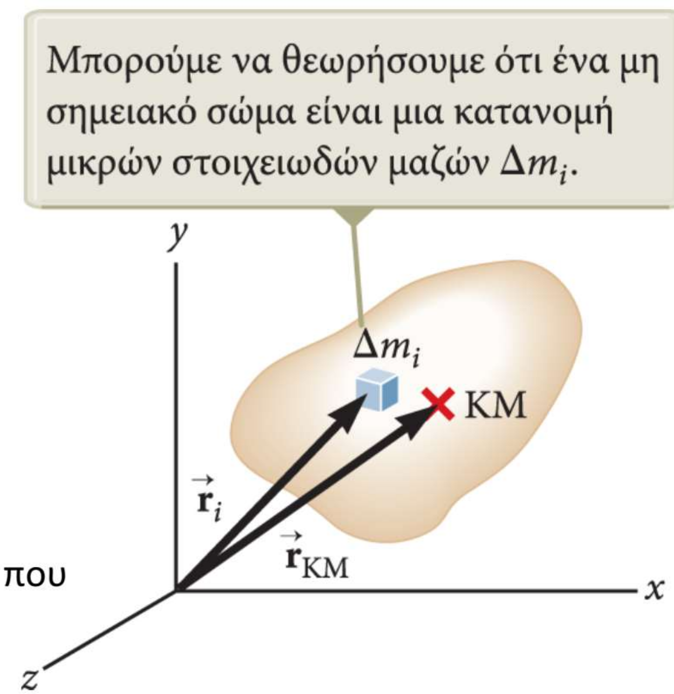
Κέντρο μάζας, συντεταγμένες



▶Σε τρεις διαστάσεις, εντοπίζουμε το κέντρο μάζας με το διάνυσμα θέσης του, $\vec{\mathbf{r}}_{\mathrm{KM}}$.

▶ Για ένα σύστημα σωματιδίων,

$$\vec{\mathbf{r}}_{\mathrm{KM}} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{\mathbf{r}}_i$$



•Οι συντεταγμένες του κέντρου μάζας είναι

$$x_{\mathrm{KM}} = \frac{\sum_i m_i x_i}{M} \qquad y_{\mathrm{KM}} = \frac{\sum_i m_i y_i}{M}$$

$$z_{\mathrm{KM}} = \frac{\sum_i m_i z_i}{M}$$

–Το M είναι η συνολική μάζα του συστήματος.

Το $\vec{\mathbf{r}}_i$ είναι η θέση του i-οστού σωματιδίου, που δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{r}_i = x_i\hat{\mathbf{i}} + y_i\hat{\mathbf{j}} + z_i\hat{\mathbf{k}}$$

Για ένα μη σημειακό σώμα,

$$\vec{\mathbf{r}}_{\mathrm{KM}} = \frac{1}{M}\int \vec{\mathbf{r}}\, dm$$

$$\begin{cases} x_{\mathrm{KM}} = \dfrac{1}{M}\displaystyle\int x\,dm \\ y_{\mathrm{KM}} = \dfrac{1}{M}\displaystyle\int y\,dm \\ z_{\mathrm{KM}} = \dfrac{1}{M}\displaystyle\int z\,dm \end{cases}$$

Σύστημα σωματιδίων

Ταχύτητα και ορμή

•Η ταχύτητα του κέντρου μάζας ενός συστήματος σωματιδίων είναι

$$\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}_{\text{KM}}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{\mathbf{v}}_i$$

•Η ορμή μπορεί να εκφραστεί ως

$$M\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}} = \sum_i m_i \vec{\mathbf{v}}_i = \sum_i \vec{\mathbf{p}}_i = \vec{\mathbf{p}}_{\sigma\upsilon\nu.}$$

•Η συνολική ορμή του συστήματος ισούται με το γινόμενο της συνολικής μάζας επί την ταχύτητα του κέντρου μάζας.

Επιτάχυνση και δύναμη

Επιτάχυνση του κέντρου μάζας.

$$\vec{\mathbf{a}}_{\text{KM}} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{\mathbf{a}}_i$$

▶Η επιτάχυνση και η δύναμη συνδέονται μέσω της σχέσης

$$M\vec{\mathbf{a}}_{\text{KM}} = \sum_i \vec{\mathbf{F}}_i$$

▶Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σύστημα προκαλείται μόνο από εξωτερικές δυνάμεις (άθροισμα εσωτερικών δυνάμεων ισούται με μηδέν).

$$\sum \vec{\mathbf{F}}_{\varepsilon\xi\omega\tau.} = M\vec{\mathbf{a}}_{\text{KM}}$$

▶Το κέντρο μάζας ενός συστήματος σωματιδίων που έχει συνολική μάζα *M* κινείται όπως θα κινηθεί ένα ισοδύναμο σωματίδιο μάζας *M*, υπό την επίδραση της συνισταμένης εξωτερικής δύναμης που ασκείται στο σύστημα.

Ώθηση και ορμή

▶Η ώθηση που προσδίδουν στο σύστημα οι εξωτερικές δυνάμεις είναι

$$\vec{\boldsymbol{\Omega}} = \int \sum \vec{\mathbf{F}}_{\varepsilon\xi\omega\tau.} dt = M\int d\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}} = \Delta\vec{\mathbf{p}}_{\sigma\upsilon\nu.}$$

▶Η συνολική ορμή ενός συστήματος σωματιδίων διατηρείται αν στο σύστημα δεν ασκείται συνισταμένη εξωτερική δύναμη.

$$M\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}} = \vec{\mathbf{p}}_{\sigma\upsilon\nu.} = \text{σταθερή όταν} \sum \vec{\mathbf{F}}_{\varepsilon\xi\omega\tau.} = 0$$

▶Σε ένα απομονωμένο σύστημα σωματιδίων, τόσο η συνολική ορμή όσο και η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι σταθερές ως προς τον χρόνο.

Κίνηση με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση

Οι αντιστοιχίες των μεταβλητών μεταξύ των εξισώσεων της μεταφορικής κίνησης και των εξισώσεων της περιστροφικής κίνησης είναι

$x \rightarrow \theta$

$v \rightarrow \omega$

$a \rightarrow \alpha$

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\left(\theta_f - \theta_i\right)$$

$$\theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}\left(\omega_i + \omega_f\right)t$$

όπου η επιτάχυνση α είναι σταθερή

ΠΙΝΑΚΑΣ Μ10.1 *Κινηματικές εξισώσεις για την περιστροφική και τη μεταφορική κίνηση*

Άκαμπτο σώμα που κινείται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση	Σωματίδιο που κινείται με σταθερή μεταφορική επιτάχυνση
$\omega_f = \omega_i + \alpha t$	$v_f = v_i + at$
$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$
$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i)$	$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$
$\theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)t$	$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_i + v_f)t$

Σχέση μεταξύ γωνιακών και γραμμικών μεγεθών

Κάθε σημείο του περιστρεφόμενου σώματος εκτελεί την ίδια περιστροφική κίνηση, αλλά **όχι** την ίδια μεταφορική κίνηση.

Μετατοπίσεις: $s = \theta r$,

Μέτρα ταχυτήτων: $v = \omega r$,

Μέτρα επιταχύνσεων: $a = \alpha r$

Κινητική ενέργεια περιστροφής

Ένα σώμα που περιστρέφεται γύρω από έναν σταθερό άξονα με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω έχει κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής, παρά το γεγονός ότι μπορεί να μην έχει καθόλου μεταφορική κινητική ενέργεια.
Κάθε σωματίδιο έχει κινητική ενέργεια

$$K_i = ½ m_i v_i^2$$

Εφόσον η εφαπτομενική ταχύτητα εξαρτάται από την απόσταση r από τον άξονα περιστροφής, μπορούμε να αντικαταστήσουμε $v_i = \omega_i r$.

- Η συνολική κινητική ενέργεια περιστροφής ενός άκαμπτου σώματος ισούται με το άθροισμα των ενεργειών όλων των σωματιδίων του.

$$K_R = \sum_i K_i = \sum_i \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2$$

$$K_R = \frac{1}{2}\left(\sum_i m_i r_i^2\right)\omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Η ροπή αδράνειας ενός σώματος είναι ένα μέτρο της τάσης που έχει το σώμα να αντιστέκεται στις μεταβολές της περιστροφικής κίνησής του.

- Το μέγεθος I ονομάζεται ροπή αδράνειας:

$$I = \sum_i r_i^2 m_i$$

Η ροπή αδράνειας εξαρτάται από τη μάζα, αλλά και από την κατανομή της μάζας γύρω από τον άξονα περιστροφής.

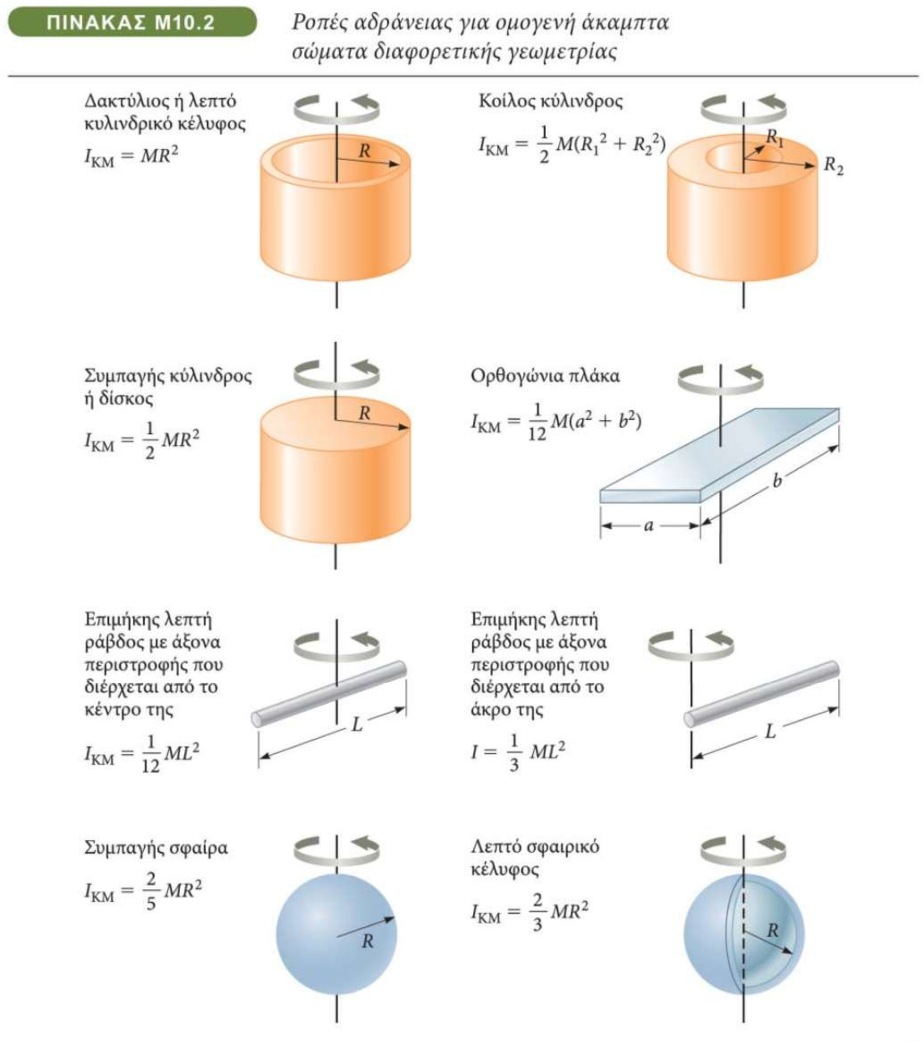
Υπολογισμός Ροπής Αδράνειας

Για ένα συνεχές άκαμπτο σώμα, θεωρούμε ότι το σώμα απαρτίζεται από πολλά μικρά στοιχεία, καθένα με μάζα Δm_i

$$I = \lim_{\Delta m_i \to 0} \sum_i r_i^2 \Delta m_i = \int r^2 dm$$

Χρησιμοποιώντας την παραδοχή των στοιχείων μικρού όγκου

$$I = \int \rho r^2 dV$$



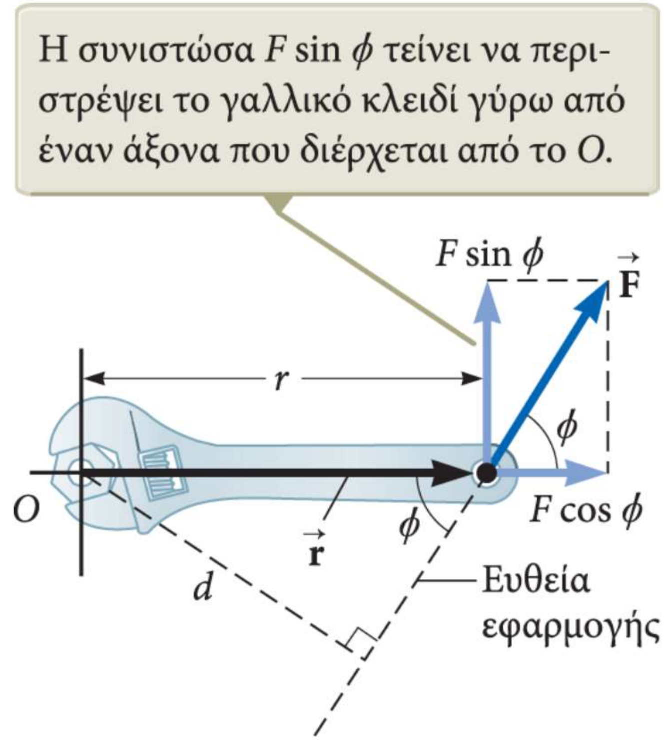
Ροπή

- Ροπή τ είναι η τάση που έχει μια δύναμη να περιστρέψει ένα σώμα γύρω από κάποιον άξονα.
  - Η ροπή είναι διάνυσμα, με μέτρο:
  - $\tau = rF \sin \phi = Fd$
    - *F* είναι η δύναμη.
    - ϕ είναι η γωνία που σχηματίζει η δύναμη με την κάθετο στον άξονα περιστροφής.
    - *d* είναι ο μοχλοβραχίονας της δύναμης
    - $d = r \sin \Phi$

–Η ροπή που ασκείται σε ένα σώμα δεν έχει μοναδική τιμή.

- Η τιμή της εξαρτάται από την επιλογή του άξονα περιστροφής.

•Η συνιστώσα της δύναμης κατά τη διεύθυνση της καθέτου στον άξονα ($F \cos \phi$) δεν τείνει να προκαλέσει περιστροφή.



Αν η δύναμη τείνει να περιστρέψει το σώμα αριστερόστροφα, η ροπή είναι θετική.

Αν η δύναμη τείνει να περιστρέψει το σώμα δεξιόστροφα, η ροπή είναι αρνητική.

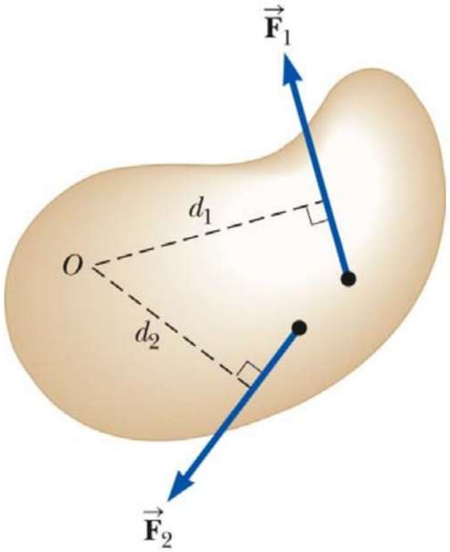
Ροπή

Συνισταμένη ροπή

▶Η δύναμη $\vec{F}_1$ τείνει να περιστρέψει το σώμα αριστερόστροφα γύρω από το *O.*

▶Η δύναμη $\vec{F}_2$ τείνει να περιστρέψει το σώμα δεξιόστροφα γύρω από το *O.*

▶$\Sigma\tau = \tau_1 + \tau_2 = F_1 d_1 - F_2 d_2$



Ροπή *και* δύναμη

Οι δυνάμεις μπορούν να προκαλέσουν μεταβολή στη μεταφορική κίνηση.

Η μεταβολή αυτή περιγράφεται από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα.

Οι δυνάμεις μπορούν να προκαλέσουν μεταβολή στην περιστροφική κίνηση.

Ο βαθμός της μεταβολής εξαρτάται από το μέτρο της δύναμης και από τον μοχλοβραχίονά της.

Η μεταβολή της περιστροφικής κίνησης εξαρτάται από τη ροπή.

Μονάδες μέτρησης της ροπής

Η μονάδα SI της ροπής είναι το N·m.

Παρότι η ροπή είναι γινόμενο δύναμης επί απόσταση, διαφέρει σημαντικά από το έργο και την ενέργεια.

Η ροπή μετριέται σε N·m. Οι μονάδες της δεν μετατρέπονται σε joule.

ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ

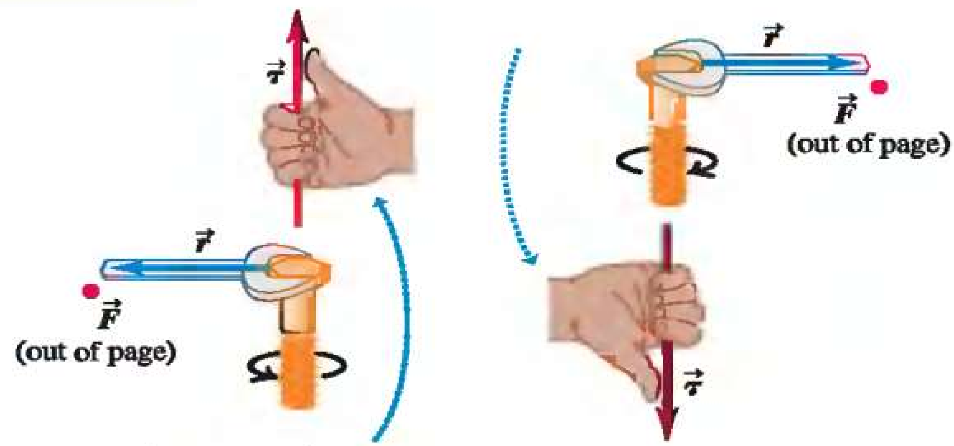
ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ →

Ως προς σημείο ή άξονα

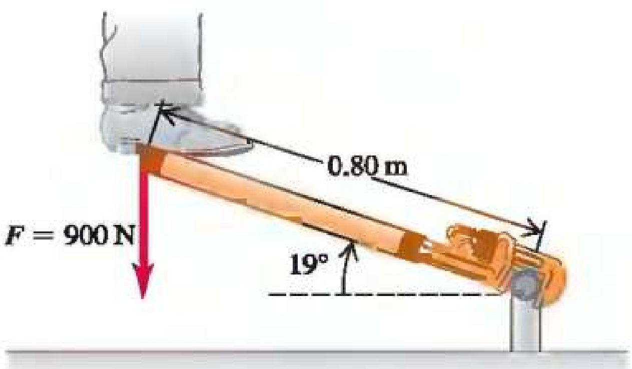
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Μέτρο $\tau = rF \sin \vartheta$

Διέθυνση και φορά



Παράδειγμα



$$\tau = 0.8 \cdot 900 \sin 109^{o} = 680.8\, Nm$$

Διεύθυνση και φορά?

ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΩΝ ΡΟΠΩΝ→

Εάν σε ένα σώμα σκούνται πολλές δυνάμεις, η συνισταμένη των ροπών ως προς σημείο ή άξονα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι ίση με τη ροπή της συνισταμένης όλων των δυνάμεων

Σύνοψη

ΠΙΝΑΚΑΣ Μ10.3 *Χρήσιμες σχέσεις στην περιστροφική και στη μεταφορική κίνηση*

Περιστροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα	Μεταφορική κίνηση
Μέτρο γωνιακής ταχύτητας $\omega = d\theta/dt$	Μέτρο μεταφορικής ταχύτητας $v = dx/dt$
Μέτρο γωνιακής επιτάχυνσης $\alpha = d\omega/dt$	Μέτρο μεταφορικής επιτάχυνσης $a = dv/dt$
Μέτρο συνισταμένης ροπής $\Sigma\tau_{\varepsilon\xi\omega\tau} = I\alpha$	Μέτρο συνισταμένης δύναμης $\Sigma F = ma$
Αν $\alpha =$ σταθερό $\left\{ \begin{array}{l} \omega_f = \omega_i + \alpha t \\ \theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i) \end{array} \right.$	Αν $a =$ σταθερό $\left\{ \begin{array}{l} v_f = v_i + at \\ x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2 \\ v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i) \end{array} \right.$
Έργο $W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau \, d\theta$	Έργο $W = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx$
Κινητική ενέργεια $K_R = \frac{1}{2}I\omega^2$	Κινητική ενέργεια $K = \frac{1}{2}mv^2$
Ισχύς $P = \tau\omega$	Ισχύς $P = Fv$
Στροφορμή $L = I\omega$	Ορμή $p = mv$
Μέτρο συνισταμένης ροπής $\Sigma\tau = dL/dt$	Μέτρο συνισταμένης δύναμης $\Sigma F = dp/dt$