ΦΥΣΙΚΗ (BIO_AY05)

Χειμερινό Εξάμηνο 2021-2022

Διδάσκων

- ΑΝΔΡΙΚΟΠΟΥΛΟΣ Κωνσταντίνος

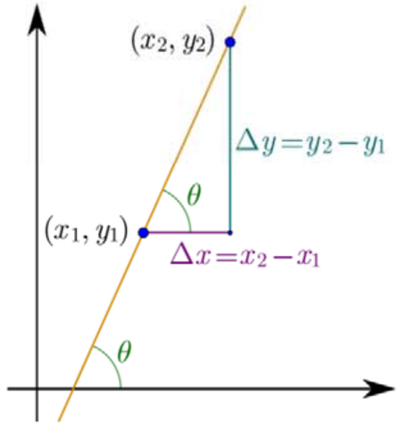
  kandriko@upatras.gr

- **ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ**
- Πανεπιστήμιο Πατρών

Διαλέξεις
Αίθουσα Β/Μ-026

Μέρες/Ώρες
ΔΕ 12.00-14.00
ΤΡ 09.00-11.00

Παράγωγος (derivative)



$$\tan\theta = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

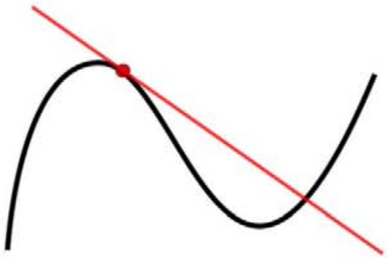
Όταν Δx→0, Δy→0

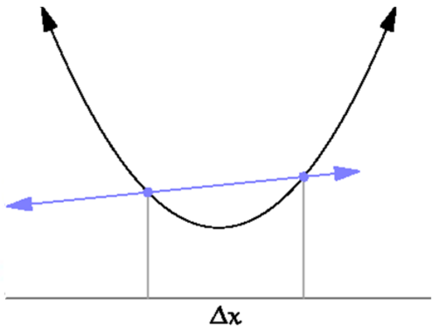
y=f(x)=ax+b (ευθεία)

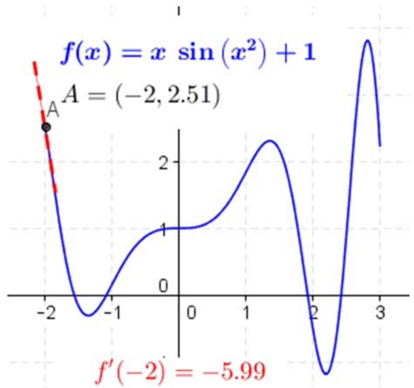
$$\tan\theta = \lim_{\Delta x \to 0}\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} = f'(x)$$

Παράγωγος της συνάρτησης f

Πρακτικά δηλώνει την **κλίση της συνάρτησης f σε καθένα σημείο x**
Εάν x→t, χρόνος τότε: Ρυθμός μεταβολής







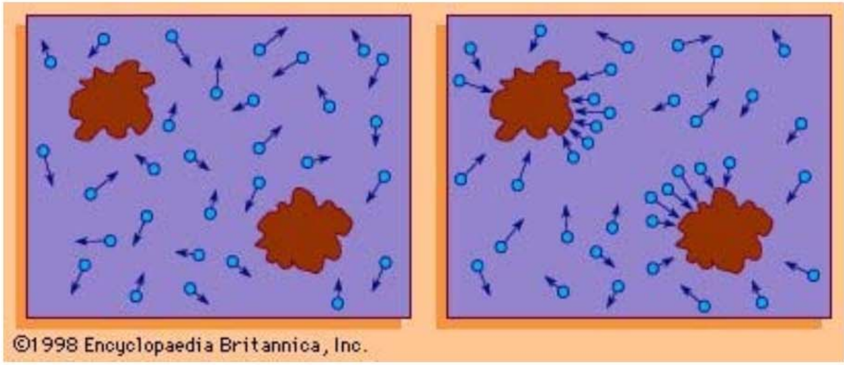
$f(x)=x^n$	$f'(x)=nx^{n-1}$
$g(x)=a\ f(x)$ a:constant	$g'(x)=a\ f'(x)$
$h(x)=f(x)+g(x)$	$h'(x)=f'(x)+g'(x)$
$h(x)=f(x)\ g(x)$	$h'(x)=f'(x)g(x)+ f(x)g'(x)$
$g(x)=1/f(x)$	$g'(x)=[-1/f(x)^2]f'(x)$

https://en.wikipedia.org/wiki/Derivative

ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ

Η Κινητική ή Κινηματική είναι κλάδος της μηχανικής που περιγράφει την κίνηση των σωμάτων αδιαφορώντας για τη μάζα τους ή τις αιτίες, δυνάμεις, που προκαλούν την κίνησή τους.

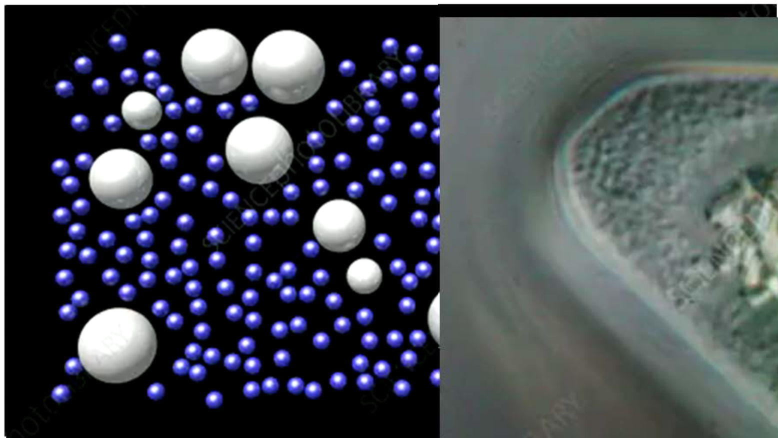
Κίνηση Brown

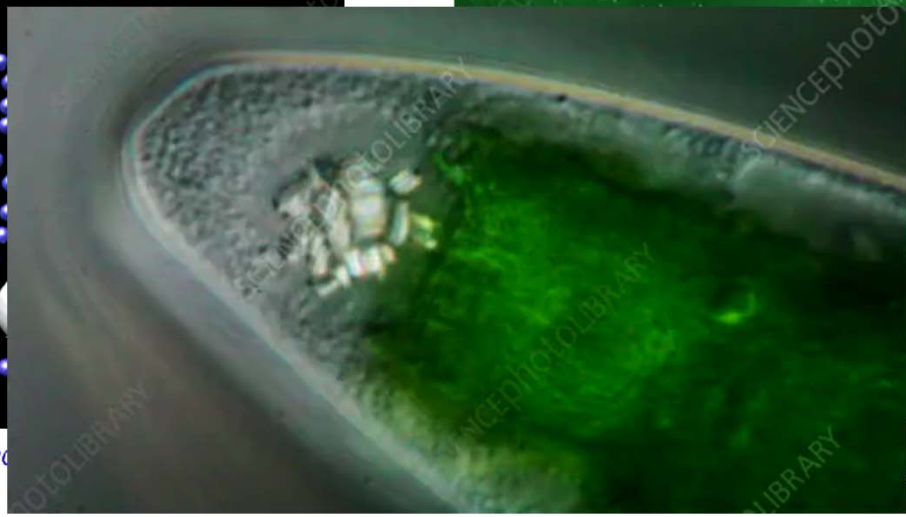


Random Walk

$\langle \Delta \mathrm{x} \rangle \propto t^{1/2}$

$D = \frac{kT}{6\pi\eta R}$, σε 3D





https://www.sciencephoto.com/me
motion-animation

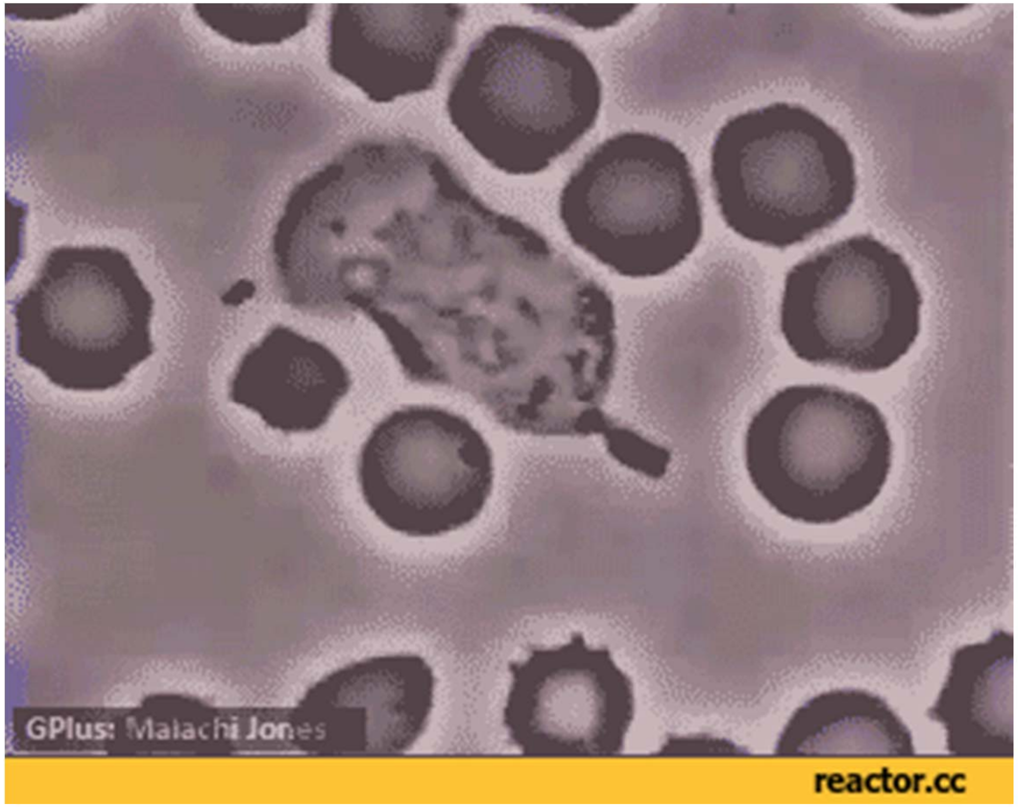
edia/237006/view/brownian-motion

Αποστολή στον Άρη

https://dlmultimedia.esa.int/download/public/videos/2016/02/043/1602_043_AR_EN.mp4

ESA

Κίνηση μονοκύτταρων οργανισμών



https://giphy.com/gifs/cell-animation-34RXqfbRIdT0I

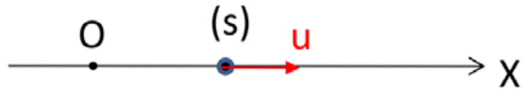
Διάφοροι άλλοι μικροοργανισμοί ή κίνηση των οποίων καταγράφηκε με οπτικό μικροσκόπιο

https://www.nikonsmallworld.com/galleries/2020-small-world-in-motion-competition/a-marine-tardigrade-batillipes-lusitanus

[A marine tardigrade (Batillipes lusitanus) | 2020 Small World in Motion Competition | Nikon's Small World (nikonsmallworld.com)](https://www.nikonsmallworld.com/galleries/2020-small-world-in-motion-competition/a-marine-tardigrade-batillipes-lusitanus)

ΚΙΝΗΣΗ ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΑΣΤΑΣΗ

ΤΑΧΥΤΗΤΑ – ευθύγραμμη ομαλή κίνηση



u=σταθ, σε ίσους χρόνους → ίσα διαστήματα

Η ταχύτητα στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ορίζεται ως (ειδική περίπτωση της u=ds/dt):

$$u = \frac{s(t) - s_o}{t} \Leftrightarrow s(t) = s_o + ut$$

όπου s_o το αρχικό διάστημα για t=0
s το διάστημα που διανύει το κινητό σε χρόνο t

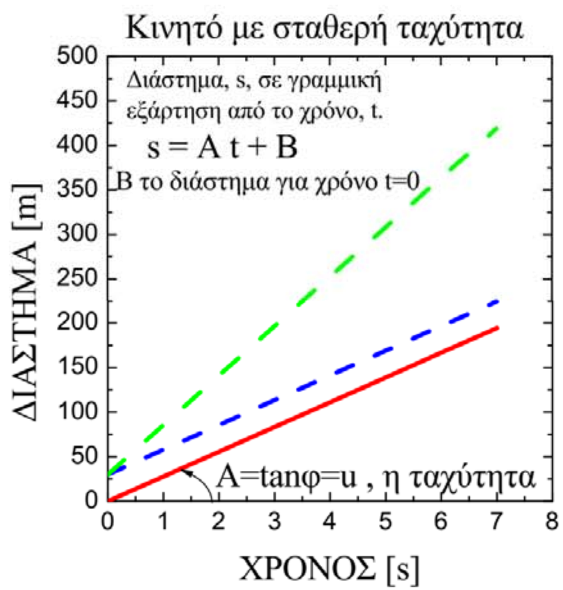
$$u = \frac{s}{t}$$

Μονάδες: [SI] → **m/s,** Km/h, miles/h, cm/s

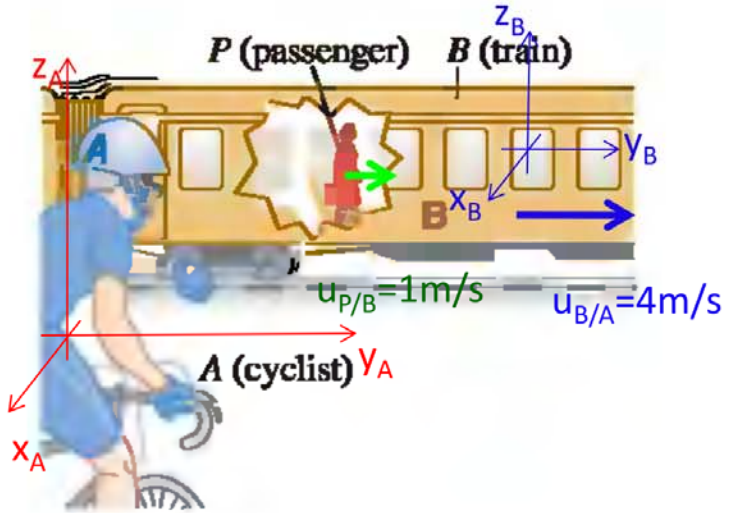
Παράδειγμα $100\frac{km}{h} = 100 \cdot \frac{1000m}{3600s} = 27.78m/s$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ του s vs t → **s=s(t)**

Ποια η διαφορά για τα κινητά των οποίων το διάστημα σα συνάρτηση του χρόνου απεικονίζεται με κόκκινη, πράσινη και μπλε καμπύλη;



ΣΧΕΤΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ (1D) – ευθ. ομ. κίν.



A→ Ποδηλάτης – αδρανειακό σύστημα A
B→ Τρένο – αδρανειακό σύστημα B,
$u_{B/A}$=4m/s ως προς A
P→ Επιβάτης $u_{P/B}$=1m/s ως προς B
Ποια η ταχύτητα του P ως προς A, $u_{P/A}$;

ΠΡΟΣΟΧΗ: οι ταχύτητες είναι διανυσματικά μεγέθη. Επειδή το πρόβλημα είναι **<u>μονοδιάστατο</u>** αρκούν οι αλγεβρικές τιμές της ταχύτητας ($u_{B/A}$ >0, $u_{P/B}$>0).
Το + προέρχεται από το πρόβλημα δηλαδή οι ταχύτητες είναι ομόρροπες άρα προστίθενται.

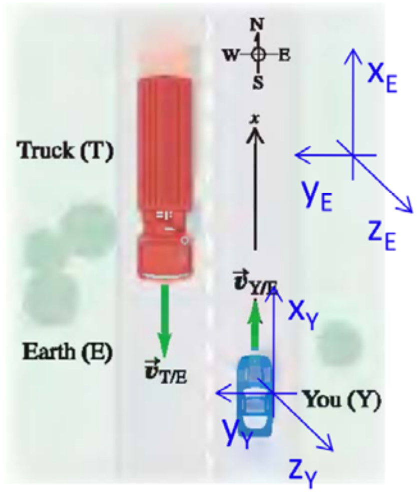
$$\boxed{u_{P/A} = u_{P/B} + u_{B/A}}$$

$$u_{T/E} = -104km/h$$

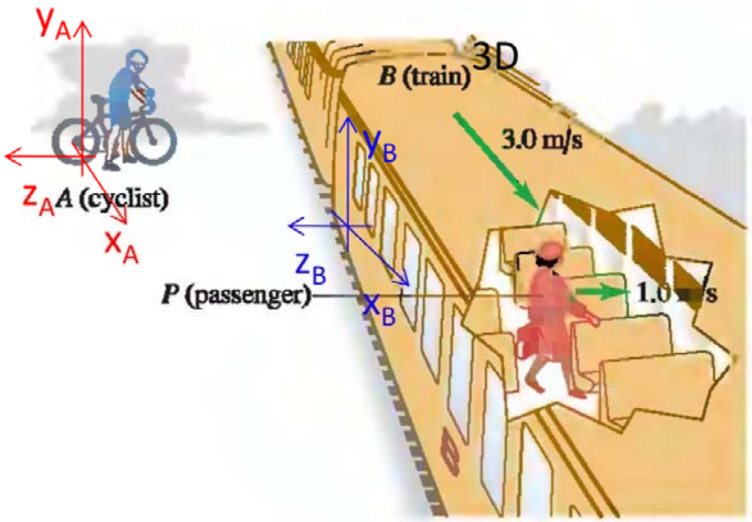
$$u_{Y/E} = +88km/h$$

$$u_{T/E} = u_{T/Y} + u_{Y/E}$$

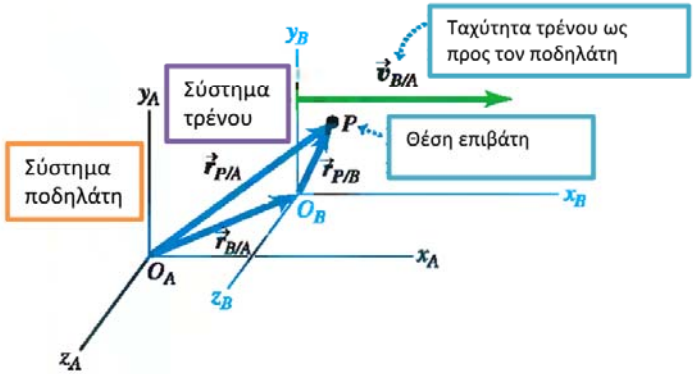
$$\boxed{u_{T/Y} = u_{T/E} - u_{Y/E}}$$



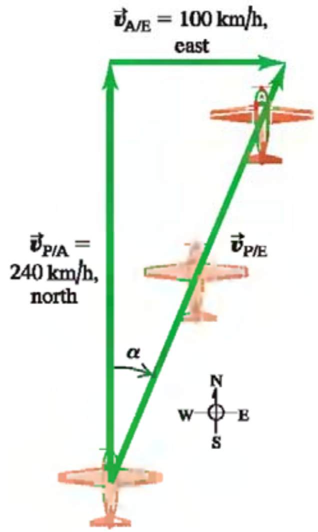
ΣΧΕΤΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ (3D) – ευθ. ομ. κίν.



ΘΕΣΕΙΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ

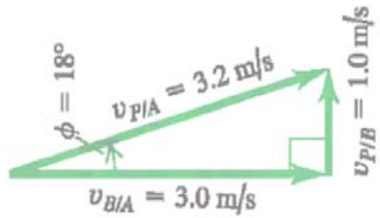


ΕΝΑ ΑΚΟΜΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

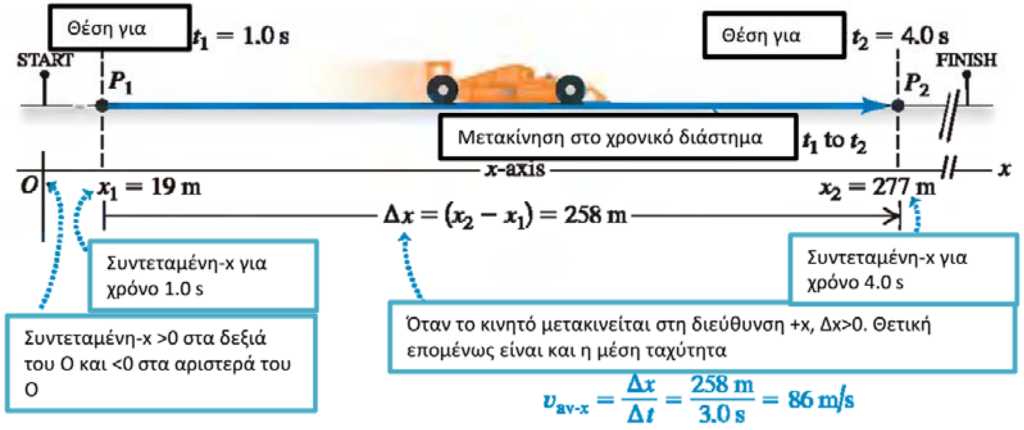


$$\boxed{\mathbf{u}_{P/E} = \mathbf{u}_{P/A} + \mathbf{u}_{A/E}}$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ

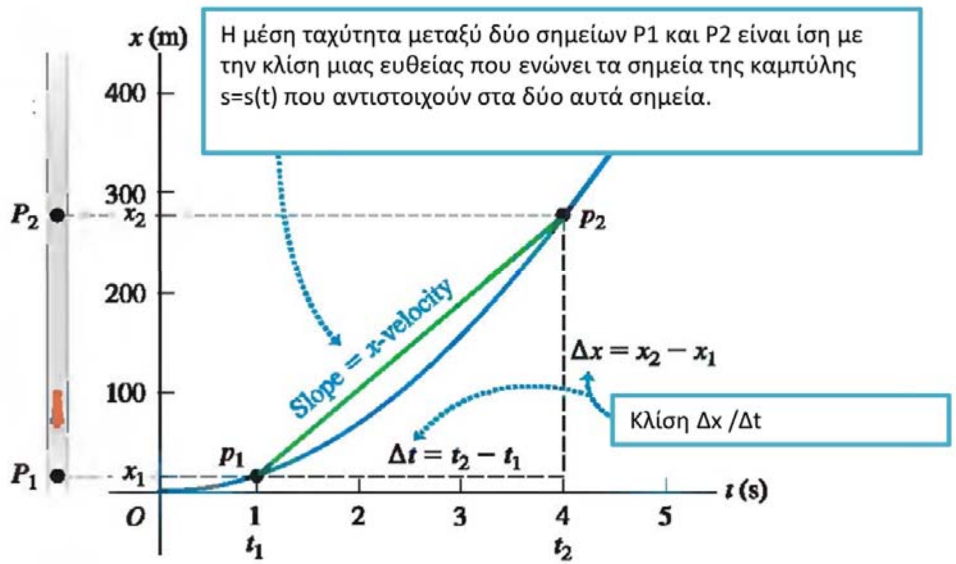


ΤΑΧΥΤΗΤΑ – ευθύγραμμα επιταχυνόμενη κίνηση



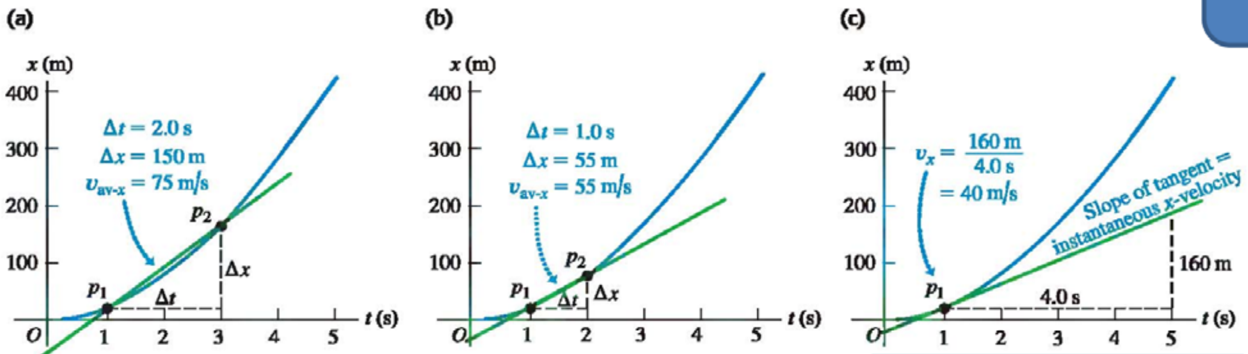
Μέση ταχύτητα

$$u_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



ΤΑΧΥΤΗΤΑ – ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

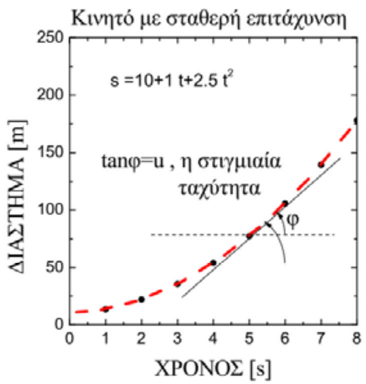
Στιγμιαία ταχύτητα $$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$ ← ΓΕΝΙΚΟΣ ΟΡΙΣΜΟΣ



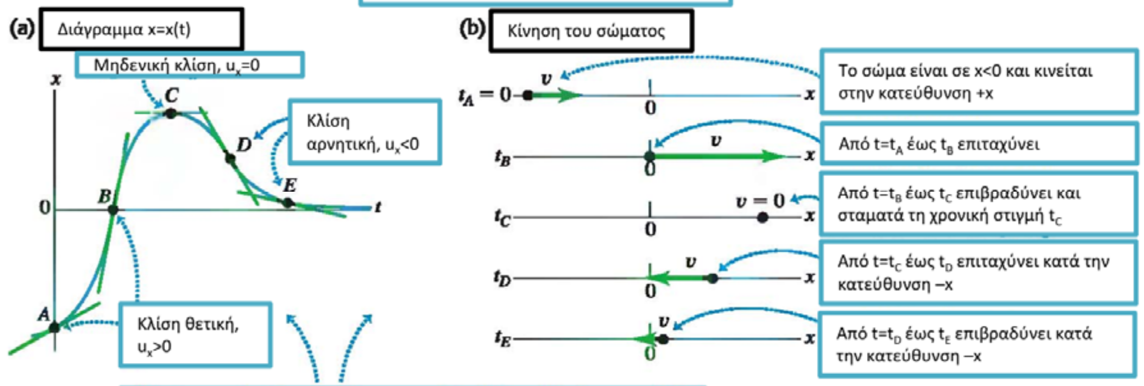
Όσο η μέση ταχύτητα υπολογίζεται για μικρότερα χρονικά διαστήματα…

…η τιμή της $u_{av}=\Delta x/\Delta y$ πλησιάζει την ταχύτητα στο σημείο p1

Η στιγμιαία ταχύτητα u_x σε κάθε σημείο x είναι ίση με την κλίση της εφαπτομένης σε αυτό το σημείο



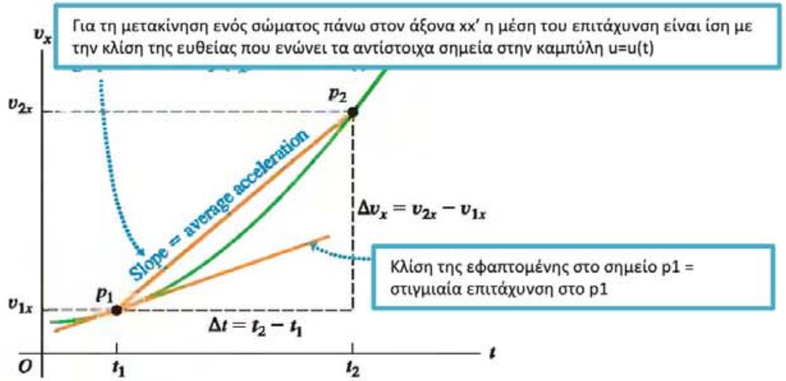
Σε μια πιο πολύπλοκη κίνηση πώς μπορώ να εκτιμήσω τη στιγμιαία ταχύτητα εάν έχω το <u>διάγραμμα κίνησης</u> (x=x(t));



Όσο πιο απότομη η κλίση (θετική/αρνητική) τόσο μεγαλύτερη η ταχύτητα του σώματος στη θετική/αρνητική x-κατεύθυνση

ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ – ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

Μέση επιτάχυνση $a_{av\text{-}x} = \dfrac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \dfrac{\Delta v_x}{\Delta t}$



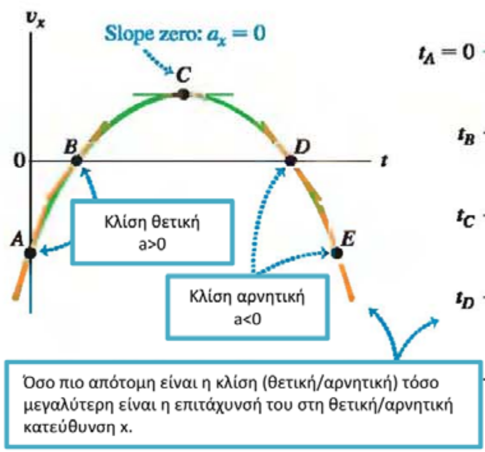
Στιγμιαία επιτάχυνση

ΓΕΝΙΚΟΣ ΟΡΙΣΜΟΣ

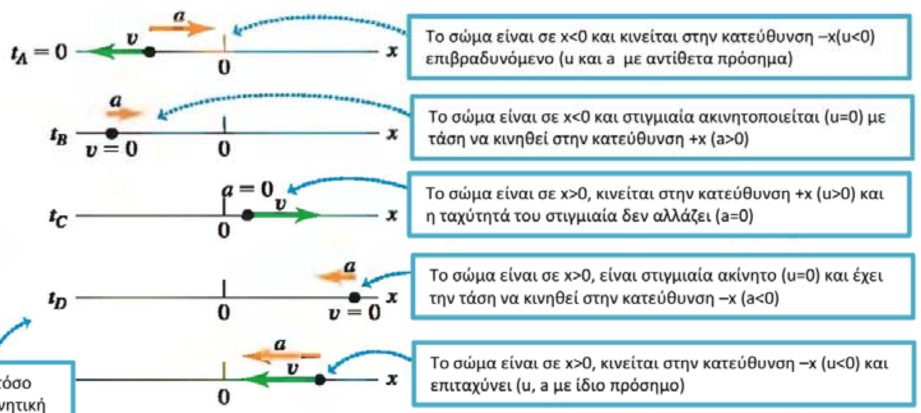
$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$$

Σε μια πιο πολύπλοκη κίνηση πώς μπορώ να εκτιμήσω τη στιγμιαία επιτάχυνση εάν έχω το διάγραμμα u=u(t);

(a) Διάγραμμα u=u(t)



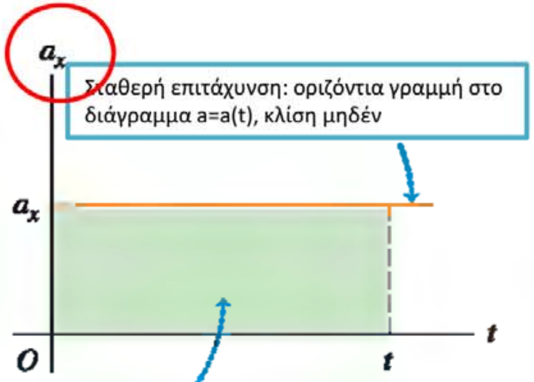
(b) Θέση, ταχύτητα και επιτάχυνση



Ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

Σταθερή επιτάχυνση

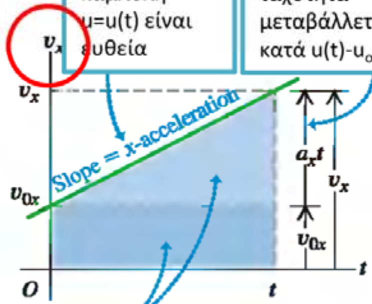
Σταθερή επιτάχυνση: οριζόντια γραμμή στο διάγραμμα a=a(t), κλίση μηδέν



Εμβαδό = u(t)-u_o=αλλαγή της ταχύτητας από το χρόνο 0 στο χρόνο t

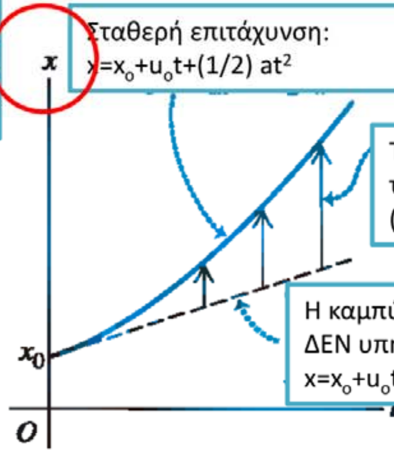
Σταθερή επιτάχυνση: η καμπύλη u=u(t) είναι ευθεία

Στο χρονικό διάστημα t η ταχύτητα μεταβάλλεται κατά u(t)-u_o=at



Εμβαδό = x(t)-x_o=αλλαγή της θέσης από το χρόνο 0 στο χρόνο t

Σταθερή επιτάχυνση: x=x_o+u_ot+(1/2) at²



Το αποτέλεσμα της επιτάχυνσης: (1/2) at²

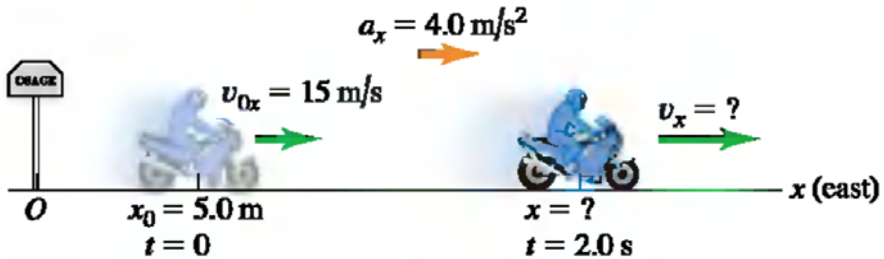
Η καμπύλη x=x(t) εάν ΔΕΝ υπήρχε επιτάχυνση x=x_o+u_ot

$$a_x=\frac{du}{dt}\Rightarrow du=a_x dt\Rightarrow \int_{u_{ox}}^{u_x} du=\int_0^t a_x dt\Rightarrow u_x-u_{ox}=a_x t$$

$$u_x=\frac{dx}{dt}\Rightarrow dx=u_x dt\Rightarrow \int_{x_o}^{x} x=\int_0^t u_x dt\Rightarrow x-x_o=\int_0^t (u_{ox}+a_x t)dt\Rightarrow x-x_o=u_{ox}t+\frac{1}{2}a_x t^2$$

Οι γνωστοί σας τύποι...

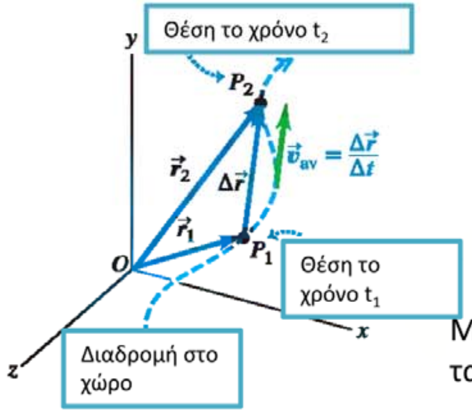
Μηχανή κινείται με σταθερή επιτάχυνση



$x = 43m$

$u_x = 23m/s$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ – ΧΩΡΟΣ 3D



Θέση κινητού στο χώρο

P=P(t)

P→ $\vec{r} = \overrightarrow{OP}$

Παραμετρικές εξισώσεις κίνησης

x=x(t)
y=y(t)
z=z(t)

Μέση ταχύτητα $\vec{v}_{av} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

Στιγμιαία ταχύτητα $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

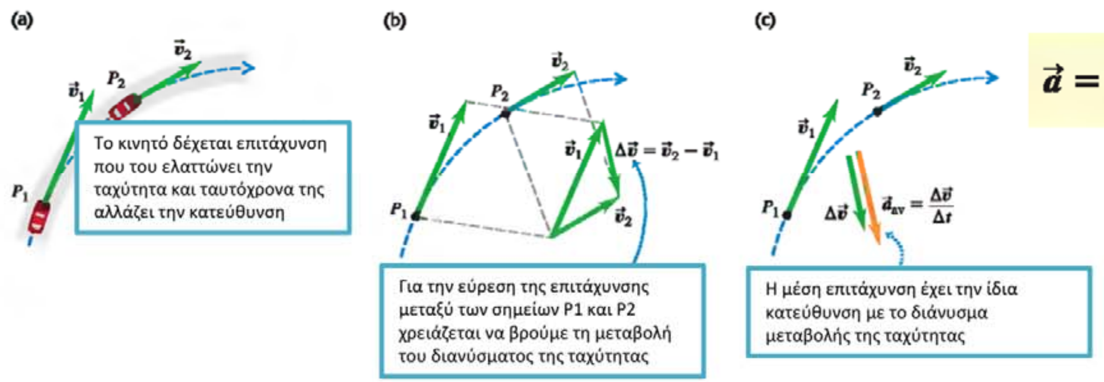
Συνιστώσες και μέτρο ταχύτητας

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt} \qquad v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$$

2D $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$ $\quad \tan\vartheta = \frac{u_y}{u_x}$

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

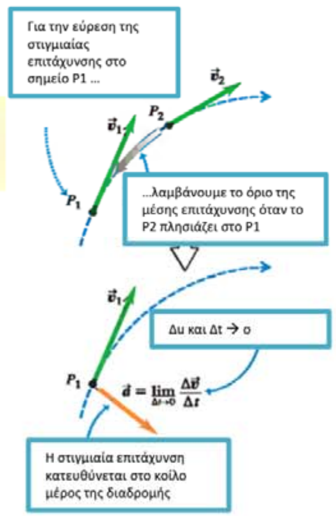


$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

2D

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$\tan\vartheta = \frac{a_y}{a_x}$$



ΤΡΟΧΙΑ – 2D

x=x(t) και y=y(t) → ΤΡΟΧΙΑ : y=f(x) χωρίς να περιλαμβάνεται ο χρόνος

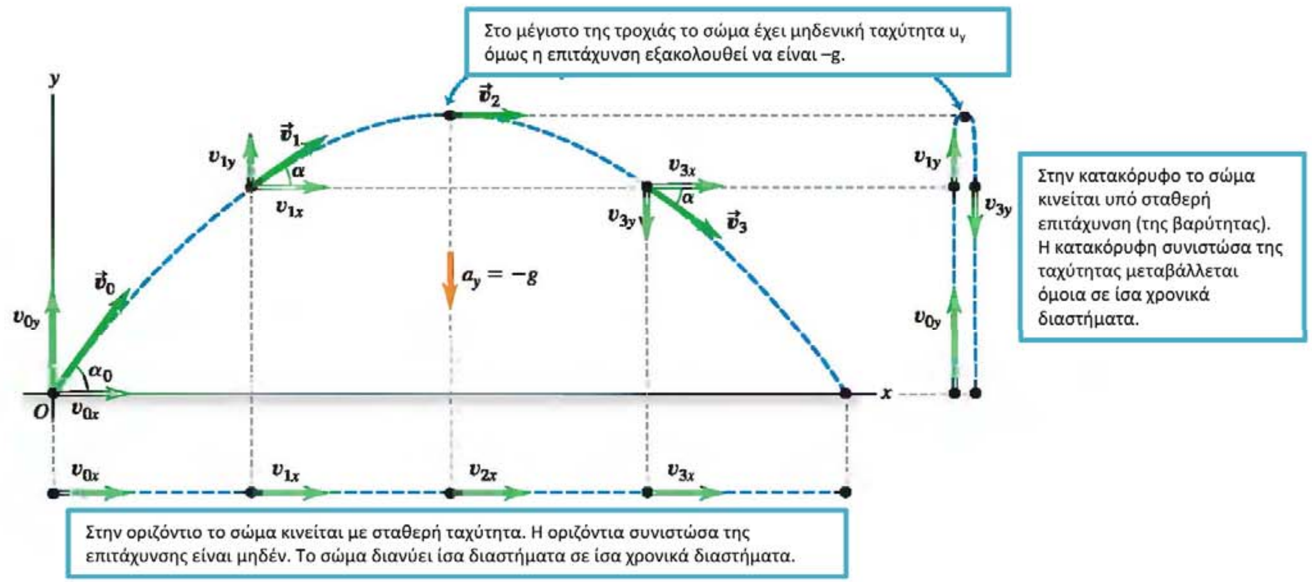
Παραμετρικές εξισώσεις κίνησης

{z=z(t)}

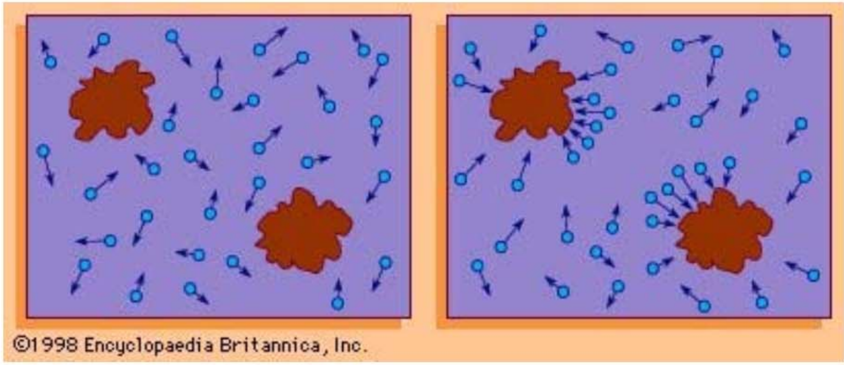
$x=u_{ox}t$ → Ομαλή ευθύγραμμη κίνηση

$y=u_{oy}t-(1/2)gt^2$ → Ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (g)

$$y=\frac{u_{oy}}{u_{ox}}x-\frac{g}{2u_{ox}^2}x^2$$ ΠΑΡΑΒΟΛΗ



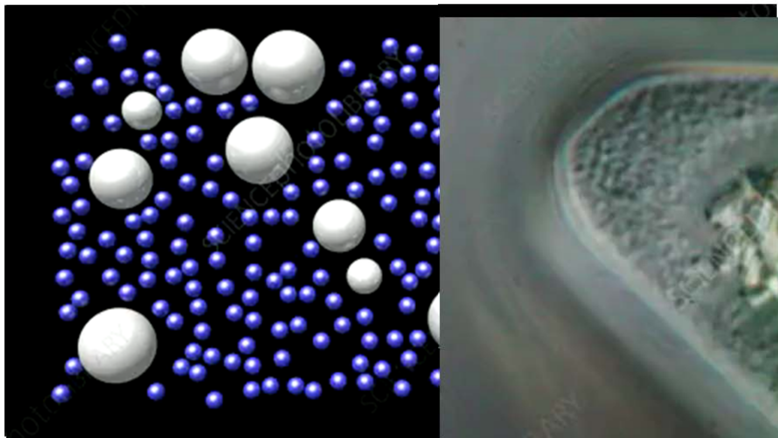
Κίνηση Brown

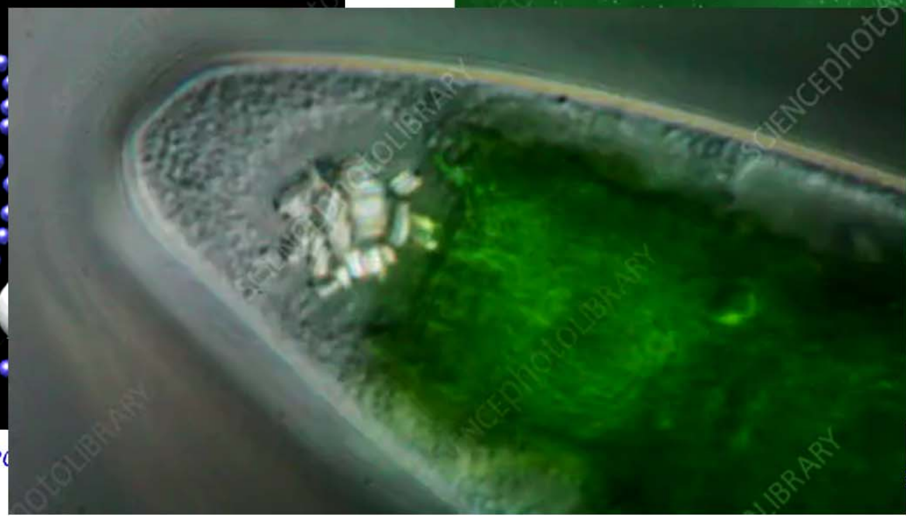


Random Walk

$\langle \Delta x \rangle \propto t^{1/2}$

$D = \frac{kT}{6\pi\eta R}$, σε 3D

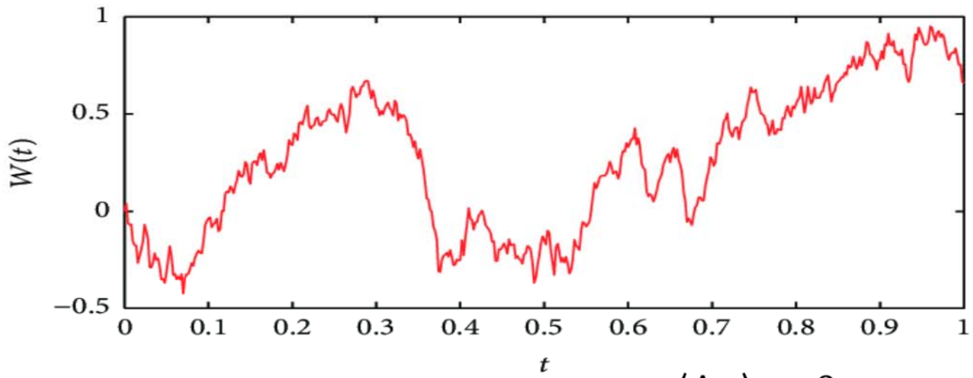




https://www.sciencephoto.com/me
motion-animation

edia/237006/view/brownian-motion

Τυχαίος περίπατος (random walk)



1D

$\langle \Delta x \rangle = 0$

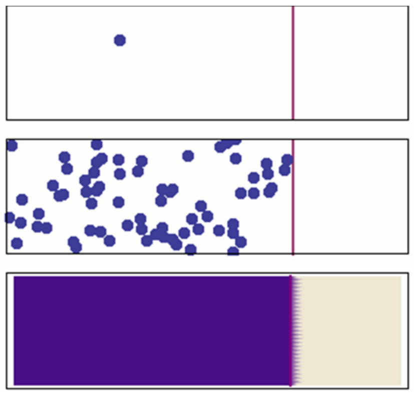
$$\langle (\Delta \mathrm{x})^2 \rangle = 2Dt$$

$$\Delta \mathrm{x}_{rms} = \sqrt{\langle (\Delta \mathrm{x})^2 \rangle} \propto \sqrt{t}$$

D: σταθερά διάχυσης (εξαρτάται από το σχήμα-μέγεθος σωματιδίου, τη θερμοκρασία και το ιξώδες)

Σφαίρα σε ρευστό $\quad D = \frac{kT}{6\pi\eta R}$

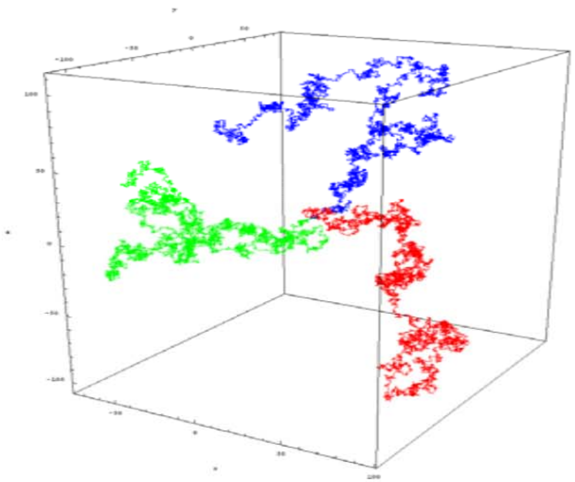
low [Reynolds number]



2D

$\langle (\Delta \mathrm{x})^2 \rangle = 4Dt$

3D



$\langle (\Delta \mathrm{x})^2 \rangle = 6Dt$

Παραδείγματα – random walk

Π.χ. 2.9 (3)

Ο συντελεστής διάχυσης για τη σακχαρόζη του αίματος (37^o C) είναι 9.6 10^{-11} m^2/s.

(α) Υπολογίστε τη μέση απόσταση $(\Delta x)_{rms}$ που ένα μόριο σακχαρόζης «εξερευνά» σε τρεις διαστάσεις σε χρόνο 1 h.

(β) Υπολογίστε το χρόνο που απαιτείται για ένα μόριο σακχαρόζης να διαχυθεί από το κέντρο στην περιφέρεια τριχοειδούς σωλήνα διαμέτρου 8 μm.

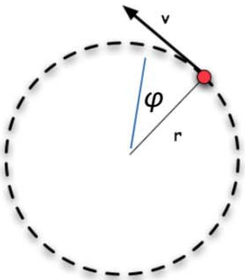
ΠΡ 25 (3)

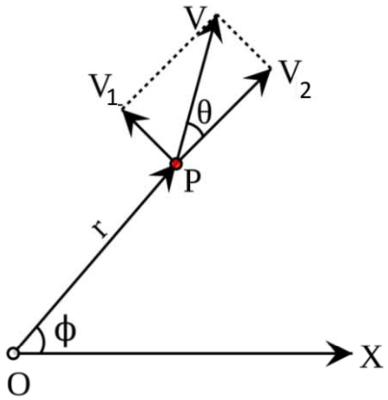
Ένα κύτταρο βρίσκεται εντός τριχοειδούς σωλήνα (κίνηση σε μια διάσταση) και διαχέεται κινούμενο με συντελεστή διάχυσης 10^{-9} cm^2/s.

(α) Υπολογίστε τον απαιτούμενο χρόνο προκειμένου να καλύψει απόσταση 1 cm.

(β) Υπολογίστε την rms τιμή της απόστασης που διανύει το κύτταρο σε χρονικό διάστημα 1s.

Κυκλική κίνηση





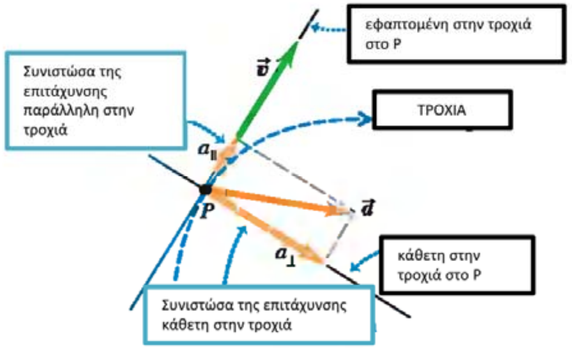
Μήκος τόξου

Ταχύτητα

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \qquad l = r\varphi \qquad u = \frac{dl}{dt} = \frac{d(r\varphi)}{dt} = r\frac{d\varphi}{dt} = r\omega$$

$$u_1 = \frac{dl}{dt} = r\omega$$

Φυσικές συνιστώσες



Ανάλυση σε «φυσικές συνιστώσες»

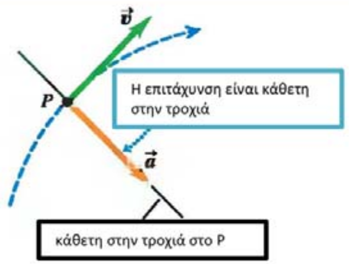
$$\vec{a} = \vec{a}_{\perp} + \vec{a}_{II}$$

κεντρομόλο και επιτρόχια επιτάχυνση

$$a = \sqrt{a_{\perp}^2 + a_{II}^2} \qquad a_{II} = \frac{du}{dt} \qquad a_{\perp} = \frac{u^2}{r}$$

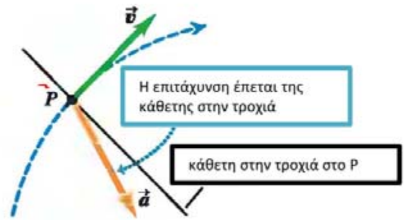
α/α	Φυσικές συνιστώσες		Είδος κίνησης
1	$a_{II} = 0$	$a_{\perp} = 0$	Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση
2	$a_{II} = const \neq 0$	$a_{\perp} = 0$	Ευθύγραμμα ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση
3	$a_{II} = 0$	$a_{\perp} = const \neq 0$	Ομαλή κυκλική κίνηση
4	$a_{II} \neq 0$	$a_{\perp} \neq 0$	Καμπυλόγραμμη μεταβαλλόμενη κίνηση

(a) Όταν το μέτρο της ταχύτητας είναι σταθερό κατά μήκος της τροχιάς

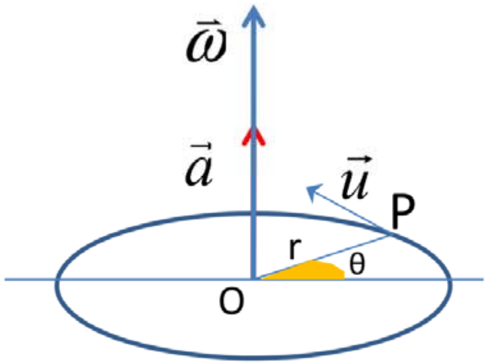


(b) Όταν το μέτρο της ταχύτητας αυξάνει κατά μήκος της τροχιάς

(c) Όταν το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται κατά μήκος της τροχιάς



Κυκλική κίνηση



Μπορούμε να βρούμε την επιτάχυνση από τη σχέση: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

$$\vec{a} = \left(\frac{d\vec{v}(t)}{dt}\right) = \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v} \qquad (1)$$

Ορίζουμε σα γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ το διάνυσμα που δίνει το ρυθμό μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας ω.

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$ Η διεύθυνση του είναι παράλληλη με αυτή του $\vec{\omega}$

Η (1) γράφεται

$$\vec{a} = \underbrace{\boxed{\vec{\alpha} \times \vec{r}}}_{\text{Εφαπτομενική επιτάχυνση}} + \underbrace{\boxed{\vec{\omega} \times \vec{v}}}_{\text{Κεντρομόλος επιτάχυνση}}$$

➡ Για ομαλή κυκλική κίνηση ω=σταθ. και $\vec{\alpha} = \vec{0}$

$$\vec{\alpha} = \vec{\omega} \times \vec{v}$$
$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$
$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

$$\Rightarrow \vec{\alpha} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = \vec{\omega}(\vec{\omega} \cdot \vec{r}) - \vec{r}(\vec{\omega} \cdot \vec{\omega})$$
$$\Rightarrow \vec{\alpha} = -\omega^2 \vec{r}$$ κεντρομόλος επιτάχυνση

ω=2πf=const, [f=αριθμός στροφών/t=1/T]