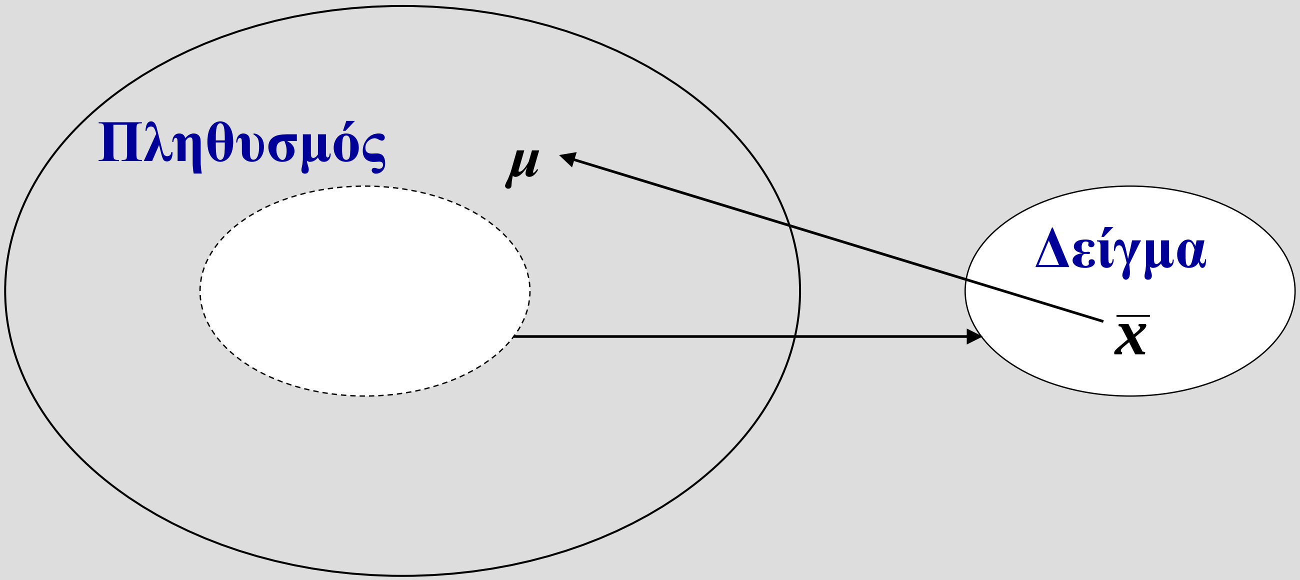
Επαγωγική Στατιστική

Εκτίμηση και Έλεγχος μέσων τιμών

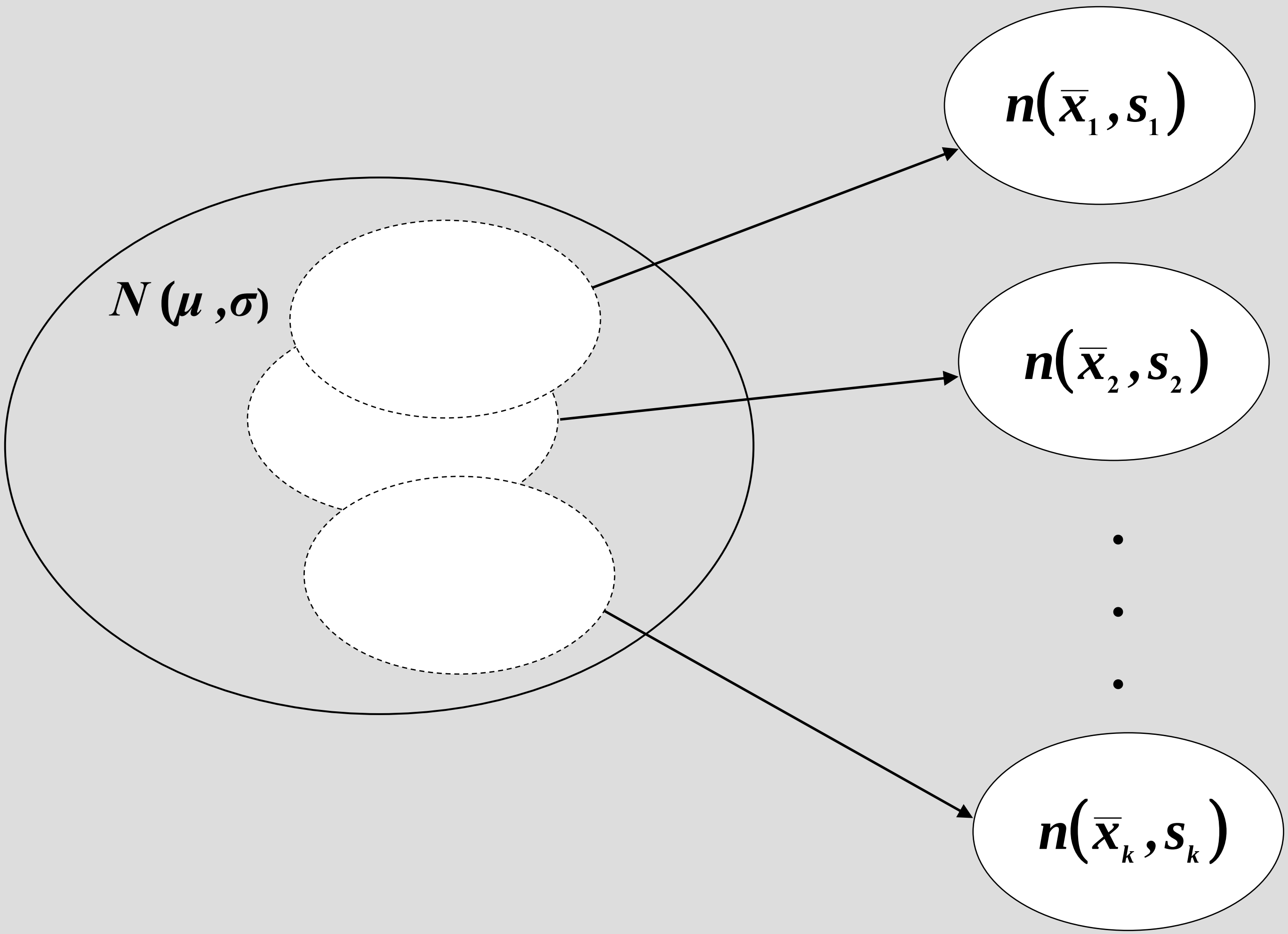
Χαράλαμπος Γναρδέλλης

Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
Βιώσιμη Αλιεία, Υδατοκαλλιέργεια

Εκτίμηση πληθυσμιακών παραμέτρων



Εκτίμηση μέσης τιμής



Λήψη διαφορετικών δειγμάτων μεγέθους *n* από έναν πληθυσμό μεγέθους *N* (συνδυασμοί *N* πραγμάτων ανά *n*)

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

Π.χ. συνδυασμοί 52 ανά 5

$$\binom{52}{5} = \frac{52!}{5!(52-5)!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdots 47\cdot 48\cdot 49\cdot 50\cdot 51\cdot 52}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\cdot 4\cdot 5\cdot 47!}$$

$$= \frac{48\cdot 49\cdot 50\cdot 51\cdot 52}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5} = 2.598.960$$

Άρα από έναν πληθυσμό μεγέθους 52 ατόμων μπορούμε να πάρουμε 2.598.960 διαφορετικά δείγματα μεγέθους 5 ατόμων.

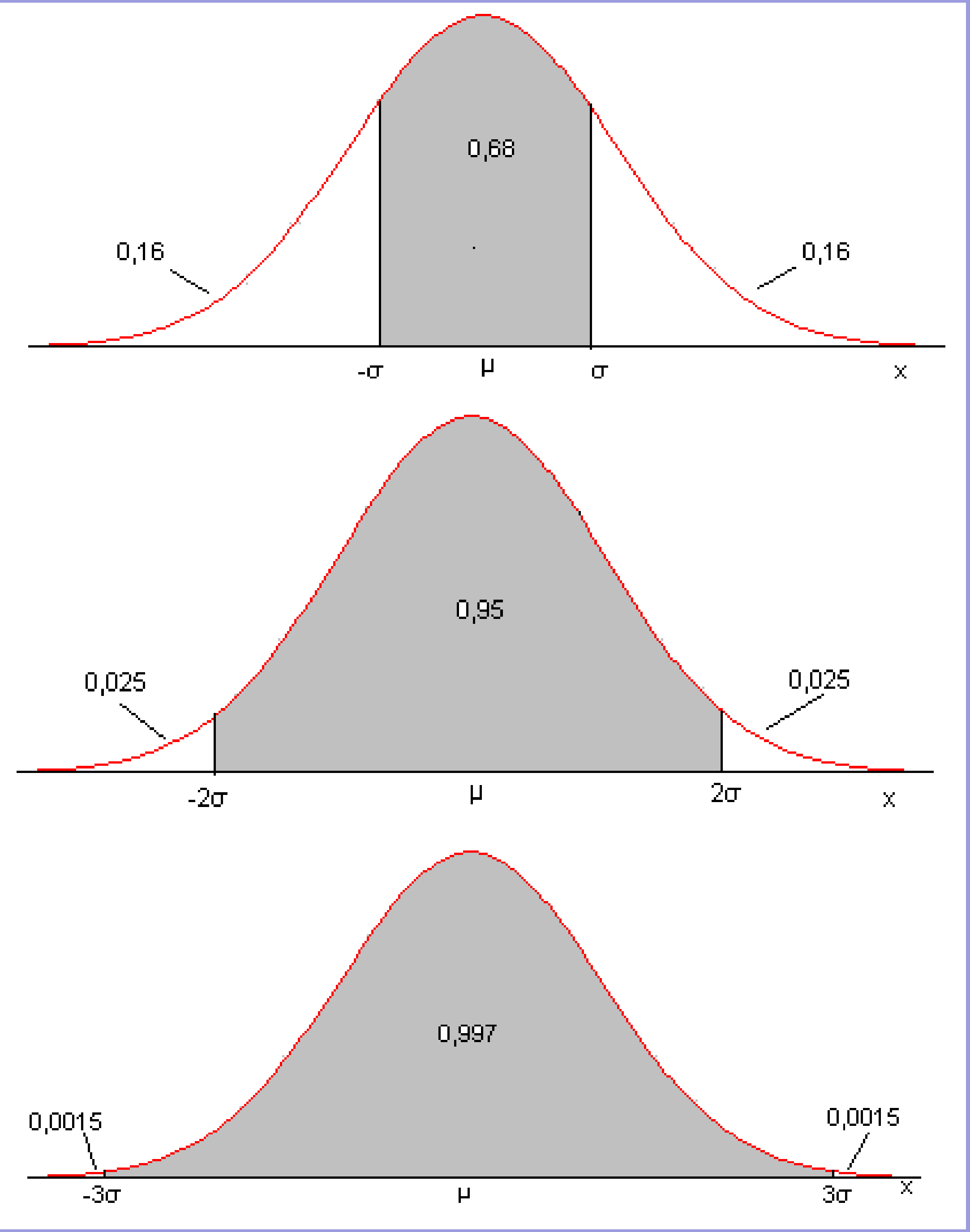
Κεντρικό οριακό θεώρημα

- **Η κατανομή των $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_k$ ονομάζεται** ***δειγματοληπτική κατανομή της μέσης τιμής.***
- **Η δειγματοληπτική κατανομή της μέσης τιμής είναι κανονική κατανομή με μέση τιμή την πληθυσμιακή μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση την ποσότητα**

$$se = \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- **Η τυπική απόκλιση της δειγματοληπτικής κατανομής της μέσης τιμής ονομάζεται** ***τυπικό σφάλμα της μέσης τιμής (standard error of the mean).***

Διαστήματα κανονικής κατανομής

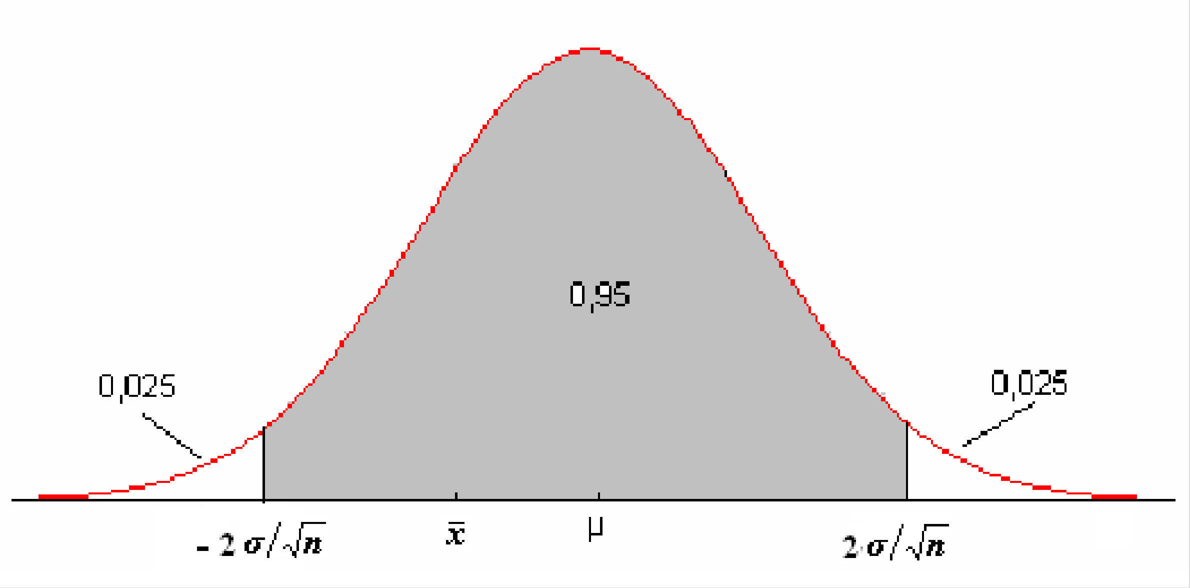


Δειγματοληπτική κατανομή της μέσης τιμής

$$\bar{\boldsymbol{x}} \in \left(\mu - \frac{2\sigma}{\sqrt{\boldsymbol{n}}},\ \mu + \frac{2\sigma}{\sqrt{\boldsymbol{n}}} \right) \ \boldsymbol{\mu\varepsilon\ \pi\iota\theta\alpha\nu\acute{o}\tau\eta\tau\alpha}\ 95\%$$

$$\bar{\boldsymbol{x}} > \mu - \frac{2\sigma}{\sqrt{\boldsymbol{n}}} \Leftrightarrow \mu < \bar{\boldsymbol{x}} + \frac{2\sigma}{\sqrt{\boldsymbol{n}}} \ \boldsymbol{\kappa\alpha\iota}\ \bar{\boldsymbol{x}} < \mu + \frac{2\sigma}{\sqrt{\boldsymbol{n}}} \Leftrightarrow \mu > \bar{\boldsymbol{x}} - \frac{2\sigma}{\sqrt{\boldsymbol{n}}}$$

$$\varepsilon\pi o\mu\acute{\varepsilon}\nu\omega\varsigma\ \mu \in \left(\bar{\boldsymbol{x}} - \frac{2\sigma}{\sqrt{\boldsymbol{n}}},\ \bar{\boldsymbol{x}} + \frac{2\sigma}{\sqrt{\boldsymbol{n}}} \right) \ \boldsymbol{\mu\varepsilon\ \pi\iota\theta\alpha\nu\acute{o}\tau\eta\tau\alpha}\ 95\%$$



95% Διάστημα εμπιστοσύνης της μέσης τιμής

(95% Confidence Interval for the mean)

$$\mathbf{95\%C.I.} \quad \left(\bar{x} - 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \;\;,\;\; \bar{x} + 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

99% Διάστημα εμπιστοσύνης της μέσης τιμής

(99% Confidence Interval for the mean)

$$\mathbf{99\%C.I.} \quad \left(\bar{x} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \;\;,\;\; \bar{x} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

Τυπικό σφάλμα της μέσης τιμής

- **Σε περιπτώσεις που η πληθυσμιακή τυπική απόκλιση *σ* είναι άγνωστη μπορεί να εκτιμηθεί από τη δειγματική τυπική απόκλιση *s*.**

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx \frac{s}{\sqrt{n}}$$

- **Τα διαστήματα εμπιστοσύνης υπολογίζονται τότε:**

- **95%C.I.** $\left(\bar{x} - 2\frac{s}{\sqrt{n}} \ , \ \bar{x} + 2\frac{s}{\sqrt{n}} \right)$

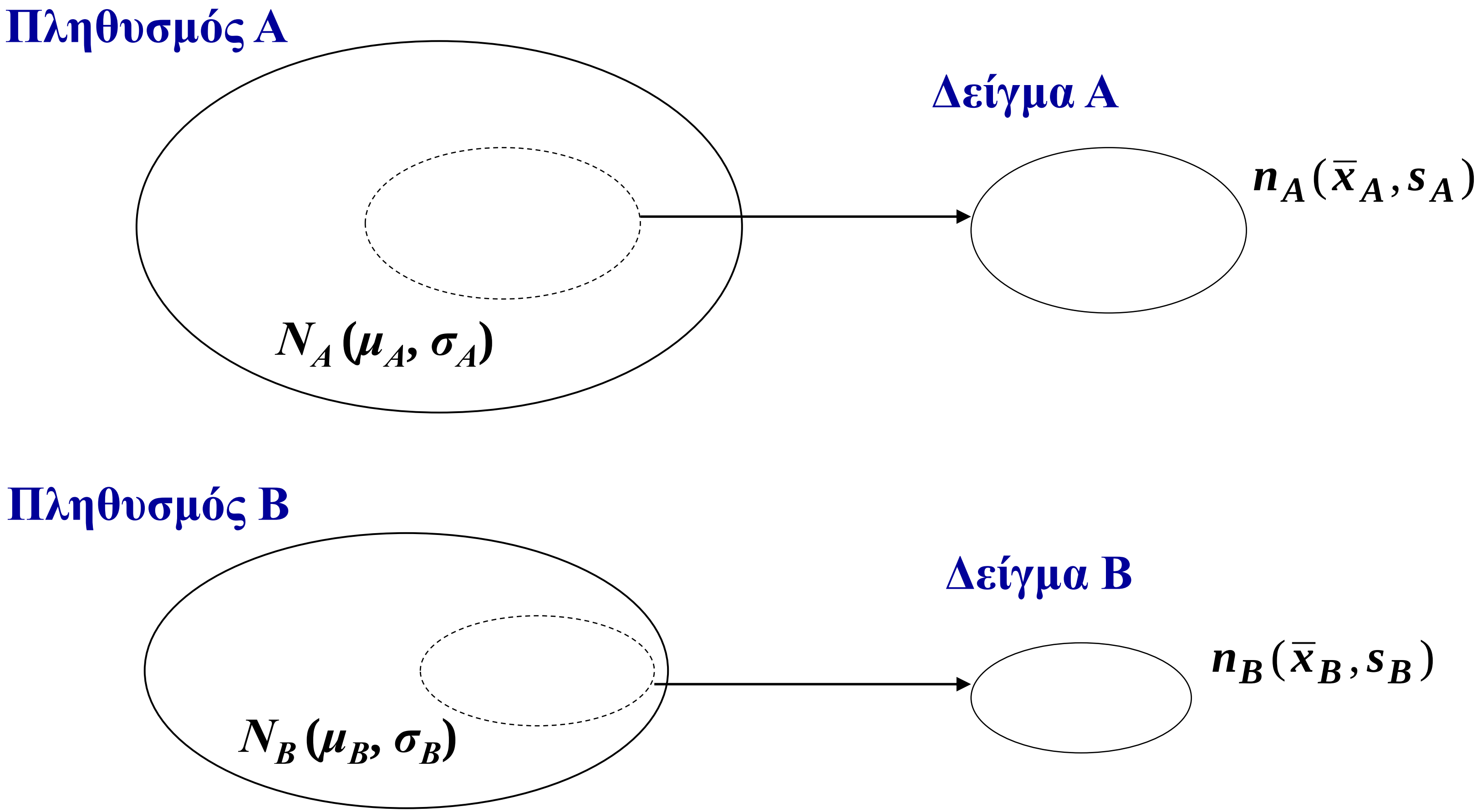
- **99%C.I.** $\left(\bar{x} - 3\frac{s}{\sqrt{n}} \ , \ \bar{x} + 3\frac{s}{\sqrt{n}} \right)$

- **Το τυπικό σφάλμα της μέσης τιμής εκφράζει την απόκλιση της δειγματικής μέσης τιμής από την αντίστοιχη πληθυσμιακή (δηλαδή, πόσο κατά μέσο όρο απέχει η δειγματική μέση τιμή από την αντίστοιχη πληθυσμιακή).**

$$\bar{x} \xrightarrow{se} \mu$$

- **Το μέγεθος του τυπικού σφάλματος εξαρτάται από το μέγεθος του δείγματος. Μεγαλύτερα δείγματα παρέχουν μικρότερα τυπικά σφάλματα, επομένως καλύτερες εκτιμήσεις των αντίστοιχων πληθυσμιακών μέσων τιμών.**

Έλεγχος δύο μέσων τιμών



- **Το ερώτημα που τίθεται είναι:**

Αν διαφέρουν οι δύο δειγματικές μέσες τιμές

$$\bar{x}_1 \ \ \kappa\alpha\iota \ \ \bar{x}_2$$

Π.χ. $\bar{x}_1 > \bar{x}_2$ **ή** $\bar{x}_1 < \bar{x}_2$

Γενικώς $\bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$

θα διαφέρουν κατά τον ίδιο τρόπο και οι αντίστοιχες πληθυσμιακές $\mu_{\mathbf{1}} \ \kappa\alpha\iota \ \mu_{\mathbf{2}}$ **;**

Δηλαδή $\mu_1 \neq \mu_2$

Διαδικασία του ελέγχου

- **Στην ουσία ο έλεγχος αφορά την υπόθεση ότι οι παρατηρούμενες διαφορές μεταξύ των μέσων τιμών και των δύο δειγμάτων, μπορούν να επεκταθούν και σε πληθυσμιακό επίπεδο, ή, ότι**

$$\mu_1 \neq \mu_2 .$$

- **Στους ελέγχους υποθέσεων ξεκινάμε από μια υπόθεση ακριβώς αντίστροφη αυτής που θέλουμε να αποδείξουμε (ονομάζεται *μηδενική υπόθεση*). Στην προκειμένη περίπτωση η μηδενική υπόθεση είναι**

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 .$$

- **Αν η μηδενική υπόθεση απορριφθεί, καταλήγουμε λογικά στην υπόθεση της διαφοράς των δύο μέσων τιμών, η οποία ονομάζεται** ***εναλλακτική υπόθεση***

$$H_A : \mu_1 \neq \mu_2$$

Η προηγούμενη διαδικασία ισοδύναμα συνοψίζεται στο εξής:

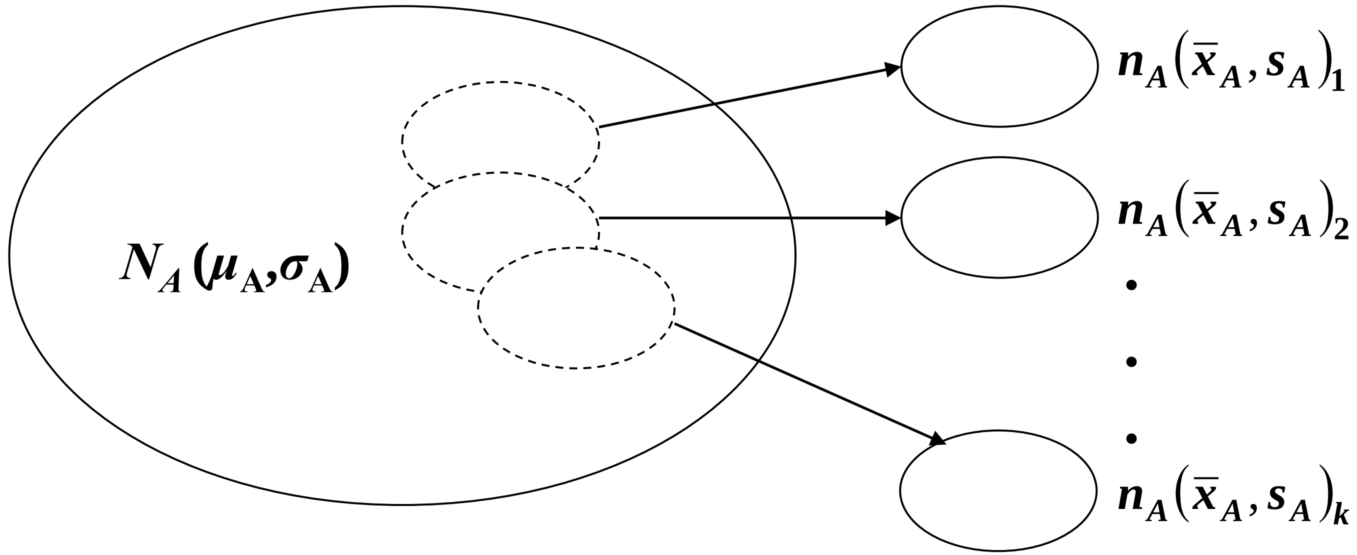
Αν η μηδενική υπόθεση

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \, ,$$

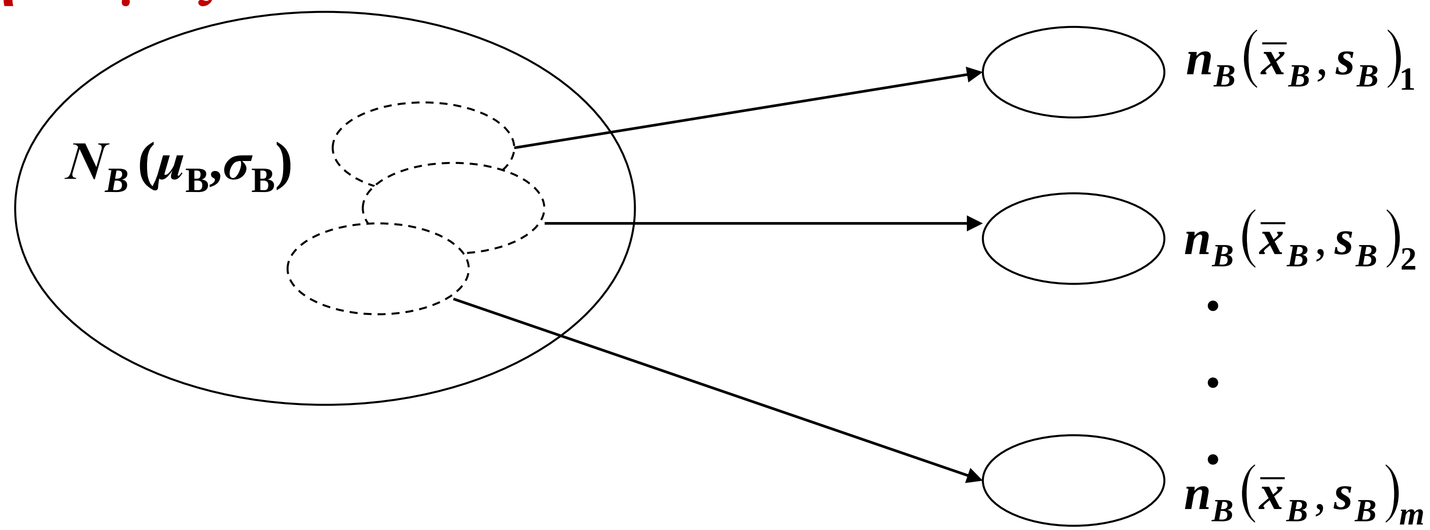
έχει πολύ μικρή πιθανότητα p να ισχύει ($p \leq 0{,}05$), τότε απορρίπτεται και οδηγούμαστε στην εναλλακτική

$$H_A : \mu_1 \neq \mu_2$$

Πληθυσμός Α



Πληθυσμός Β



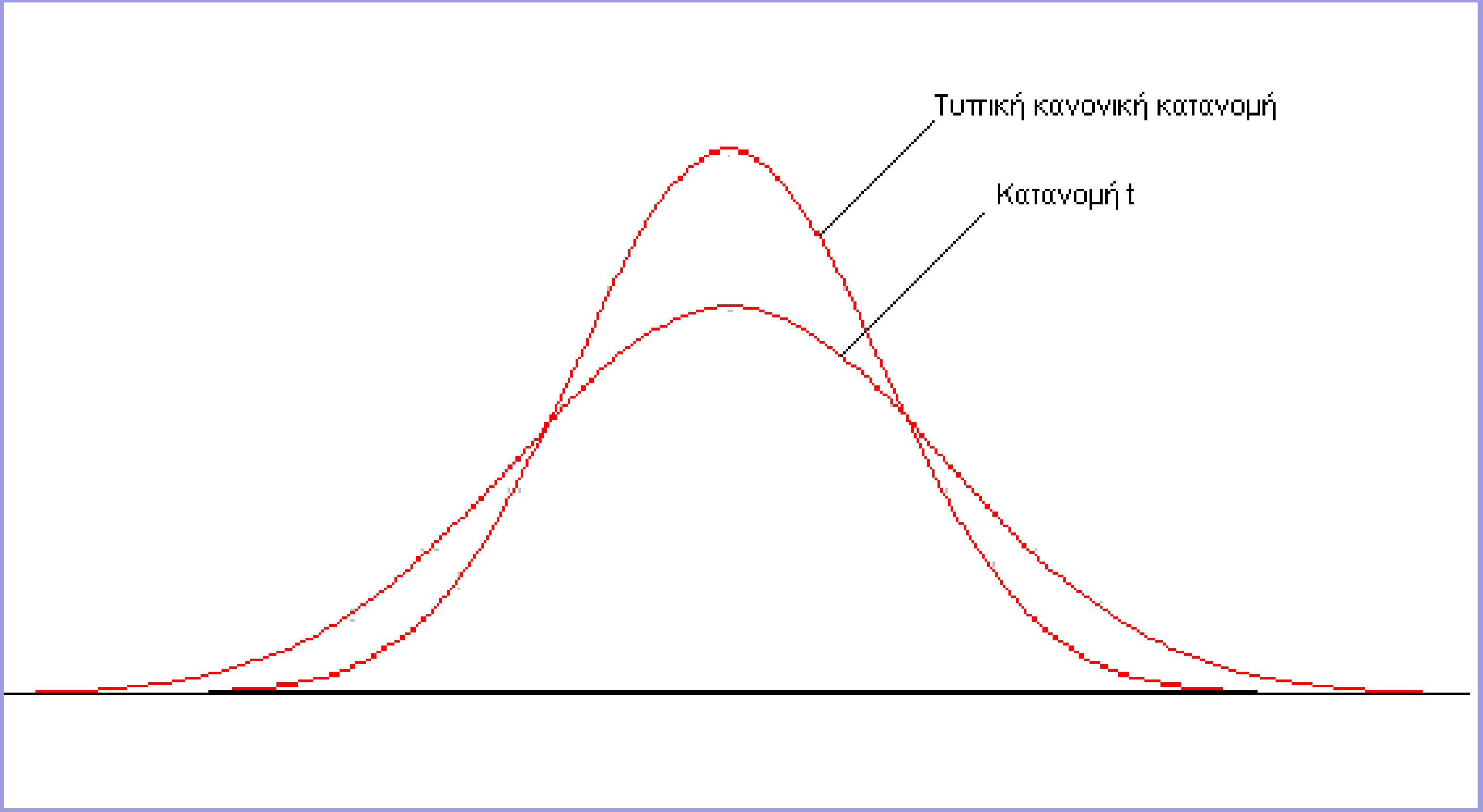
- *Όταν ισχύει η μηδενική υπόθεση* $H_0 : \mu_A = \mu_B$

- *Για κάθε ζευγάρι δειγμάτων μεγέθους* n_A *και* n_B, *η ποσότητα*

$$t = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}}},$$

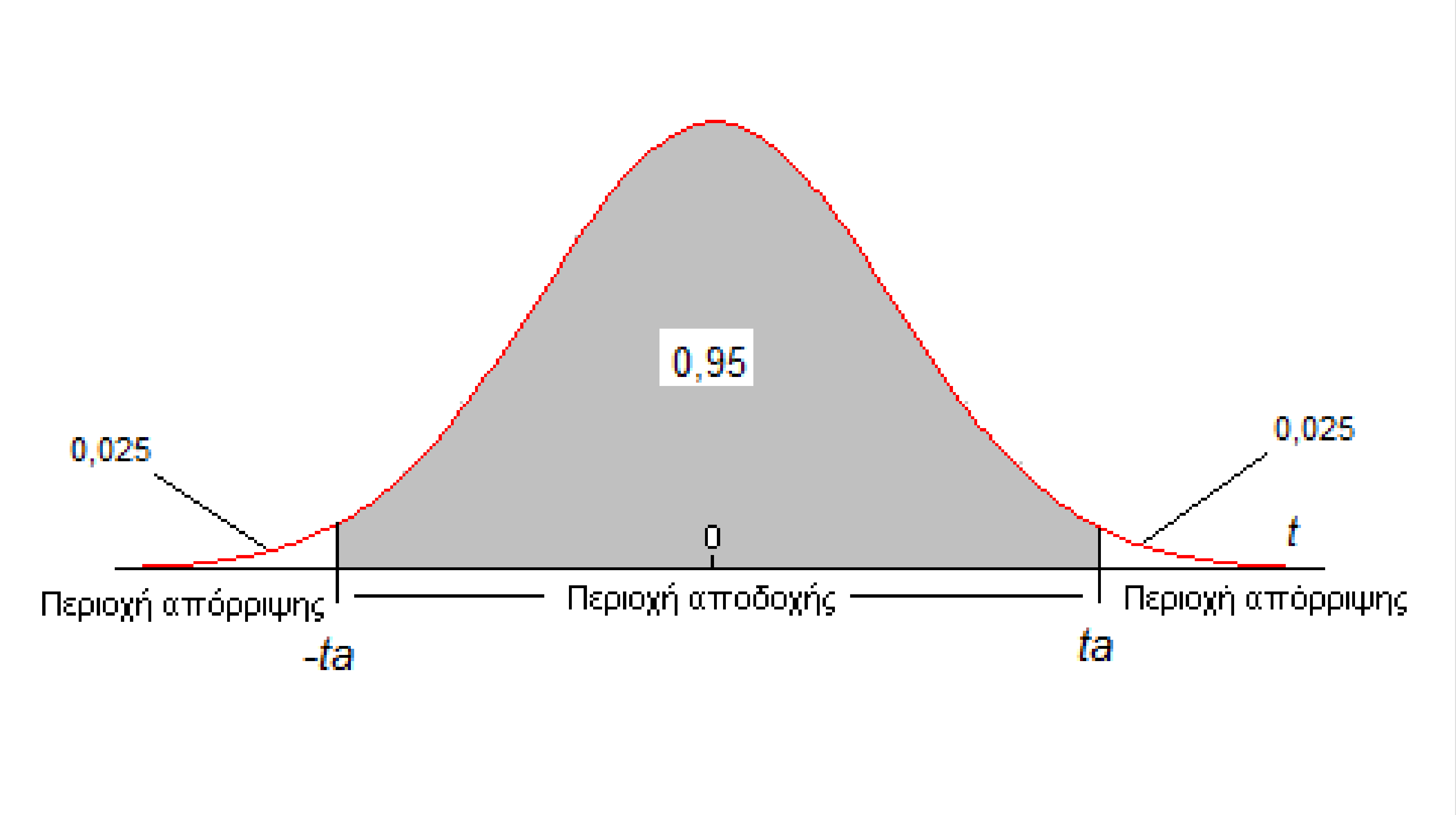
ακολουθεί την κατανομή t *με* $n_A + n_B - 2$ *βαθμούς ελευθερίας*

Κατανομή *t* ή κατανομή του Student



- **Τα διαστήματα τιμών της κατανομής *t* είναι γνωστά.**

  Γνωρίζουμε τις κρίσιμες τιμές t_a και - t_a της κατανομής, οι οποίες χωρίζουν εκ δεξιών και εξ’ αριστερών το 2,5% και 2,5% αντίστοιχα του συνόλου των τιμών της.



- **Η πιθανότητα, επομένως να βρεθεί μια τιμή της κατανομής t πέραν της τιμής t_a ή πριν από την τιμή $-t_a$ είναι συνολικά 5%.**
- ***Το ενδεχόμενο επομένως , η ποσότητα*** $t = \dfrac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\dfrac{s_A^2}{n_A} + \dfrac{s_B^2}{n_B}}}$,

που έχει υπολογιστεί από τα δειγματικά δεδομένα, να είναι

$$t \geq t_a \quad \acute{\eta} \quad t \leq -t_a \quad \delta\eta\lambda\alpha\delta\acute{\eta} \quad |t| \geq t_a ,$$

έχει πιθανότητα $p \leq 0,05$ να προκύψει.

Σε μια τέτοια περίπτωση και η πιθανότητα να ισχύει η μηδενική υπόθεση είναι $p \leq 0,05$. Άρα, η υπόθεση $H_0 : \mu_A = \mu_B$ μπορεί να απορριφθεί και επομένως να οδηγηθούμε στην εναλλακτική $H_A : \mu_A \neq \mu_B$.

- **Η προηγούμενη διαδικασία συνοψίζεται στα εξής βήματα:**

- ***Υποθέτουμε ότι*** $H_0 : \mu_A = \mu_B$

- ***Υπολογίζεται η ποσότητα*** $t = \dfrac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\dfrac{s_A^2}{n_A} + \dfrac{s_B^2}{n_B}}}$,

- ***Αν*** $t \geq t_a$ ***ή*** $t \leq -t_a$ **(όπου a=0,025) ή, αλλιώς, αν η τιμή της ποσότητας *t* είναι αρκετά μεγάλη ώστε να ορίζει στη δεξιά ή στην αριστερή ουρά της κατανομής του *Student* μια περιοχή εμβαδού μικρότερου από 0,05**

- ***Η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται και καταλήγουμε στην*** $H_A : \mu_A \neq \mu_B$.

- **Σε περιπτώσεις όπου μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι δύο πληθυσμιακές διακυμάνσεις είναι ίσες μεταξύ τους, δηλαδή ότι $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$, τότε η κοινή διακύμανση των δύο πληθυσμών A και B μπορεί να εκτιμηθεί από την ποσότητα**

$$s_p^2 = \frac{(n_A - 1)s_A^2 + (n_B - 1)s_B^2}{n_A + n_B - 2}$$

και, επομένως, το κριτήριο του ελέγχου t από την ποσότητα

$$t = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_A} + \frac{s_p^2}{n_B}}}$$

Επομένως ο έλεγχος μπορεί σχηματικά να δοθεί ως εξής:

Αρχικά ελέγχονται οι υποθέσεις $H_0 : \sigma_A^2 = \sigma_B^2$ **(Levene test)**

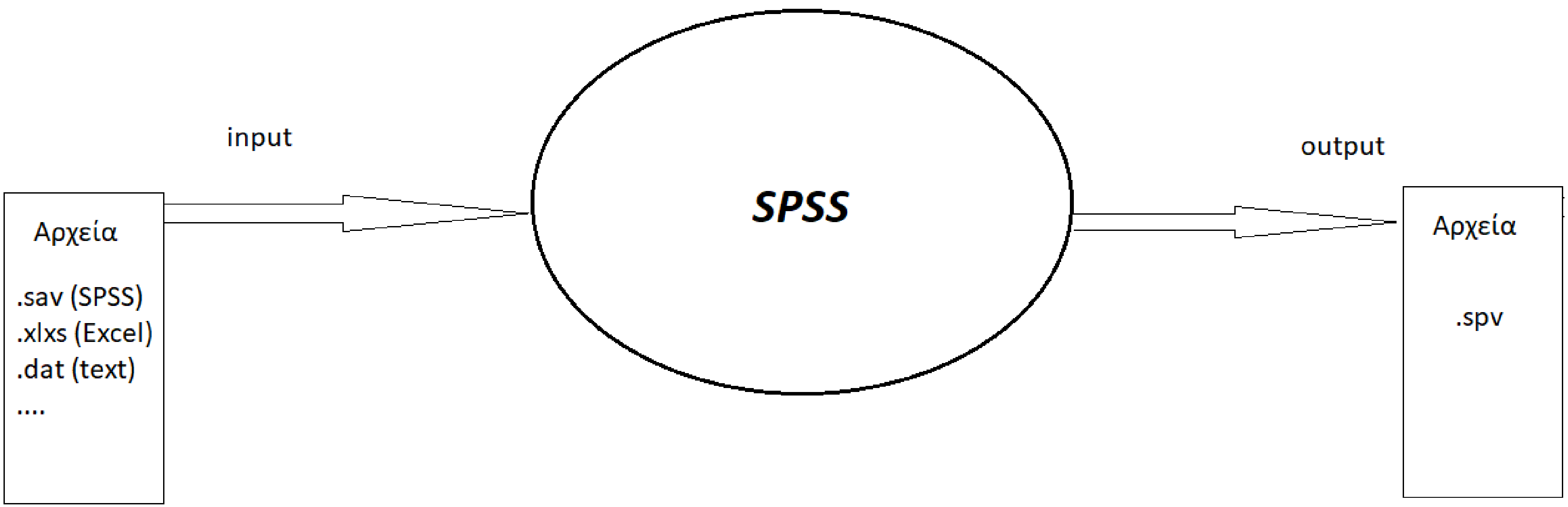
$H_A : \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$

Αν η πιθανότητα του ελέγχου των διακυμάνσεων είναι

$p \leq 0{,}05$	$p > 0{,}05$
τότε $H_0 : \mu_A = \mu_B$ $H_A : \mu_A \neq \mu_B$	**τότε** $H_0 : \mu_A = \mu_B$ $H_A : \mu_A \neq \mu_B$
$t = \dfrac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\dfrac{s_A^2}{n_A} + \dfrac{s_B^2}{n_B}}}$	$t = \dfrac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\dfrac{s_p^2}{n_A} + \dfrac{s_p^2}{n_B}}}$ $\quad s_p^2 = \dfrac{(n_A - 1)s_A^2 + (n_B - 1)s_B^2}{n_A + n_B - 2}$

- **Όλη η προηγούμενη διαδικασία από την πλευρά του SPSS συνοψίζεται αρχικά, στον έλεγχο των πληθυσμιακών διακυμάνσεων και, στη συνέχεια, στον υπολογισμό της ποσότητας *t* και της πιθανότητας *p* να προκύψει μια τέτοια τιμή, εφόσον η μηδενική υπόθεση (H_0) της ισότητας των πληθυσμιακών μέσων είναι αληθής. Αν, η πιθανότητα *p* –η οποία στο output της διαδικασίας του *t* test εμφανίζεται υπό τον τίτλο 2-tailed Significance– είναι μικρότερη του 0,05, τότε η μηδενική υπόθεση της ισότητας των μέσων τιμών απορρίπτεται .**

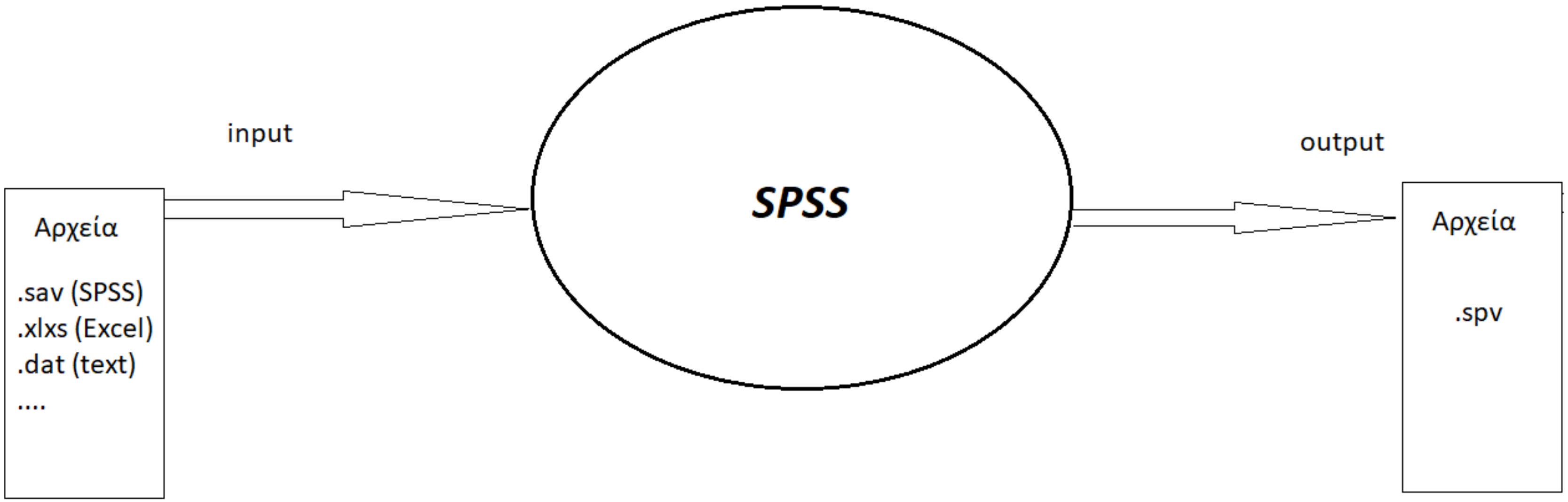
SPSS


input
output
Αρχεία
.sav (SPSS)
.xlxs (Excel)
.dat (text)
....
SPSS
Αρχεία
.spv

Μορφή αρχείων SPSS

Ορθογώνια μορφή αρχείου SPSS (.sav)

Cases	Var1	Var2	Var3	…..	….	Vark
case1						
case2						
case3						
case4						
.						
.						
.						
.						
.						
.						
.						
.						
.						
casen						



Cases	Var1	Var2	Var3	.....	....	Vark
case1						
case2						
case3						
case4						
.						
.						
.						
.						
.						
.						
.						
.						
.						
casen						

Frequencies

Statistics

S9: Μορφωτικό επίπεδο πατέρα

N	Valid	1408
	Missing	0

S9: Μορφωτικό επίπεδο

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Δημοτικό	98	7,0	7,0	7,0
	Απόφοιτος Γυμνασίου	155	11,0	11,0	18,0
	Απόφοιτος Γενικού Λυκείου	496	35,2	35,2	53,2
	Απόφοιτος ΕΠΑ.Λ.	185	13,1	13,1	66,3
	Απόφοιτος ΤΕΙ/Πανεπιστήμιο	387	27,5	27,5	93,8
	Μεταπτυχιακό	67	4,8	4,8	98,6
	Διδακτορικό	20	1,4	1,4	100,0
	Total	1408	100,0	100,0	

Προϋποθέσεις εφαρμογής του *t* test

- **Οι κατανομές της ποσοτικής μεταβλητής στους πληθυσμούς από τους οποίους προέρχονται οι δύο ομάδες, θα πρέπει να είναι κανονικές. Το *t* test είναι αρκετά ανθεκτικό (robust) σε εκτροπές από την κανονικότητα, ώστε αυτό που ουσιαστικά απαιτείται για την πλήρωση της προϋπόθεσης, είναι η στοιχειώδης συμμετρία των κατανομών στις δύο ομάδες και η απουσία πολύ ακραίων τιμών από αυτές. Ο έλεγχος της κανονικότητας γίνεται διαγραμματικά με τη χρήση θηκογραμμάτων και ιστογραμμάτων. Όταν ο συνολικός αριθμός των παρατηρήσεων είναι μικρός, $N \leq 30$, είναι απαραίτητη η χρήση μη παραμετρικών ελέγχων, όπως ο έλεγχος των Mann-Whitney (διότι η διασφάλιση της κανονικότητας στην περίπτωση αυτή, είναι δύσκολο να επιτευχθεί).**

- **Τα δείγματα θα πρέπει να έχουν ληφθεί με τυχαία δειγματοληψία από τους αντίστοιχους πληθυσμούς και να είναι ανεξάρτητα το ένα του άλλου. Αυτό σημαίνει ότι η επιλογή του ενός δείγματος δεν επηρεάζεται από την επιλογή του άλλου.**

Έλεγχος μέσων τιμών σε εξαρτημένα κατά ζεύγη δείγματα

Στην προηγούμενη εκδοχή του *t* test, τα δείγματα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν ανεξάρτητα μεταξύ τους ή αλλιώς προερχόταν από ανεξάρτητους πληθυσμούς. Συχνά, όμως, κατά την αξιολόγηση μιας πειραματικής διαδικασίας ή γενικότερα μιας εμπειρικής υπόθεσης, είναι απαραίτητο να χρησιμοποιούνται δείγματα τα οποία αποτελούνται από συσχετιζόμενες κατά ζεύγη παρατηρήσεις. Δηλαδή, οι παρατηρήσεις του ενός δείγματος να αντιστοιχίζονται μία προς μία με τις παρατηρήσεις του άλλου, δια μέσου μιας κοινής ιδιότητας. Δείγματα αυτού του τύπου ονομάζονται *εξαρτημένα κατά ζεύγη (paired samples)*.

- **Συνηθισμένη περίπτωση σχεδίασης κατά ζεύγη είναι όταν το ίδιο μέγεθος μετριέται στις ίδιες πειραματικές μονάδες (στα ίδια άτομα), σε δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές. Για παράδειγμα, σε μια διαδικασία πάχυνσης ψαριών, θέλουμε να συγκρίνουμε αν ο ρυθμός αύξησης του βάρους τους (Specific Growth Rate, % day^{-1}) σε δυο χρονικές στιγμές της πάχυνσης (π.χ τις πρώτες 250 μέρες από την ωοτοκία και τις επόμενες 250) είναι ίδιοι ή διαφέρουν μεταξύ τους.**

- **Η χρήση εξαρτημένων κατά ζεύγη δειγμάτων είναι συχνή σε περιπτώσεις όπου υπάρχει ανάγκη ελέγχου εξωγενών παραγόντων, οι οποίοι θα μπορούσαν να επηρεάσουν τα αποτελέσματα μιας μελέτης. Αν, για παράδειγμα, οι μετρήσεις γίνονται στα ίδια άτομα και όχι σε διαφορετικά, ένα μέρος της μεταβλητότητας που θα προέκυπτε στην αντίθετη περίπτωση λόγω των διαφορετικών χαρακτηριστικών των ατόμων –και που θα μπορούσε να οδηγήσει εσφαλμένα στην απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης– εξαλείφεται.**

- **Γενικότερα, ο σκοπός των συγκρίσεων κατά ζεύγη είναι η εξάλειψη όσο το δυνατόν περισσότερων πηγών εξωγενούς διακύμανσης που μπορούν να επηρεάσουν τα αποτελέσματα μιας μελέτης.**

Μορφή δεδομένων σε έναν έλεγχο μέσων τιμών σε εξαρτημένα κατά ζεύγη δείγματα

Δείγμα 1	*Δείγμα 2*
x_{11}	x_{12}
x_{21}	x_{22}
x_{31}	x_{32}
.	.
.	.
.	.
x_{n1}	x_{n2}

- **Χρησιμοποιώντας τις τιμές αυτές, δημιουργείται ένα νέο σύνολο μετρήσεων που αποτελείται από τις διαφορές των ζευγών**

$$d_1 = x_{11} - x_{12}$$
$$d_2 = x_{21} - x_{22}$$
$$d_3 = x_{31} - x_{32}$$
$$\cdot$$
$$\cdot$$
$$\cdot$$
$$d_n = x_{n1} - x_{n2}$$

Οι διαφορές $d_1, d_2, d_3, \ldots, d_n$, ορίζουν μια νέα μεταβλητή δια μέσου της οποίας θα γίνει ο έλεγχος.

Αντί δηλαδή η σύγκριση των μέσων τιμών των δύο ομάδων να γίνει με τον έλεγχο της μηδενικής υπόθεσης

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad (H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0)$$

έναντι της

$$H_A : \mu_1 \neq \mu_2 \quad (H_A : \mu_1 - \mu_2 \neq 0),$$

γίνεται, συγκρίνοντας την πληθυσμιακή μέση τιμή των διαφορών με την τιμή 0.

Συμβολίζοντας τη διαφορά των πληθυσμιακών μέσων με $\mu_d = \mu_1 - \mu_2$, οι υποθέσεις που διαμορφώνονται είναι

$$H_0 : \mu_d = 0$$

έναντι της

$$H_A : \mu_d \neq 0$$

Ο έλεγχος της μηδενικής υπόθεσης H_0 γίνεται με τη βοήθεια του κριτηρίου

$$t = \frac{\bar{d}}{s_d / \sqrt{n}}$$

όπου $\bar{d}$ είναι η μέση τιμή και $s_d / \sqrt{n}$ το τυπικό σφάλμα των δειγματικών διαφορών $d_1, d_2, d_3, \ldots, d_n$.

Αν η μηδενική υπόθεση είναι αληθής, η ποσότητα

$$t = \frac{\bar{d}}{s_d / \sqrt{n}}$$

ακολουθεί την κατανομή *t* με *n*-1 βαθμούς ελευθερίας. Αν η πιθανότητα του ελέγχου (δηλαδή η πιθανότητα να προκύψει μια τιμή για την κατανομή *t* τόσο μεγάλη όσο αυτή του κριτηρίου), είναι $p < 0{,}05$, η αλλοιώς

$$t \geq t_{\mathrm{a}} \quad ή \quad t \leq -t_{\mathrm{a}} \quad δηλαδή \quad |t| \geq t_{\mathrm{a}} \quad (\text{όπου } \mathrm{a}=0{,}025)$$

η μηδενική υπόθεση της ισότητας της μέσης διαφοράς με το 0 απορρίπτεται.

Προϋποθέσεις εφαρμογής του *t* test σε εξαρτημένα κατά ζεύγη δείγματα

Η κατανομή των διαφορών των τιμών των δύο εξαρτημένων δειγμάτων πρέπει να είναι κανονική. Και στην περίπτωση αυτή, το *t* test είναι αρκετά ανθεκτικό σε εκτροπές από την κανονικότητα, ώστε αυτό που, ουσιαστικά, απαιτείται για την πλήρωση της προϋπόθεσης, είναι η στοιχειώδης συμμετρία της κατανομής των διαφορών και η απουσία πολύ ακραίων τιμών από αυτή. Όταν ο αριθμός των παρατηρήσεων είναι μικρός, $N \leq 30$, είναι απαραίτητη η χρήση μη παραμετρικών ελέγχων, όπως ο έλεγχος των προσημασμένων θέσεων του Wilcoxon.

T test μιας μέσης τιμής ως προς μια προκαθορισμένη αριθμητική τιμή

Μια τελευταία εκδοχή του *t* test αφορά τον έλεγχο μιας πληθυσμιακής μέσης τιμής σε σχέση με μια προκαθορισμένη αριθμητική τιμή. Λαμβάνοντας, δηλαδή, ένα τυχαίο δείγμα από έναν πληθυσμό, στον οποίο μια ποσοτική μεταβλητή έχει κανονική κατανομή με (άγνωστη) μέση τιμή μ, ελέγχουμε την υπόθεση ότι η πληθυσμιακή μέση τιμή διαφέρει από μια προκαθορισμένη αριθμητική τιμή μ_0 από την οποία διαφέρει επίσης και η δειγματική μέση τιμή.

Π.χ. σε ένα τυχαίο δείγμα εκτρεφόμενων ψαριών (τσιπούρας), υπολογίστηκε το μέσο βάρος των ψαριών στο τέλος της περιόδου εκτροφής και βρέθηκε 430 gr. Το ερώτημα είναι, αν η μέση τιμή του βάρους όλων των εκτρεφόμενων ψαριών, είναι μεγαλύτερη από την τιμή των 400 gr που είναι το επιθυμητό εμπορικό βάρος των ψαριών στο τέλος της περιόδου εκτροφής

Ο έλεγχος γίνεται δια μέσου της μηδενικής υπόθεσης

$$H_0 : \mu = \mu_0 \ ,$$

έναντι της εναλλακτικής

$$H_A : \mu \neq \mu_0 \quad .$$

Το κριτήριο ελέγχου είναι η ποσότητα $t = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$,

όπου s **η δειγματική τυπική απόκλιση και** n **το μέγεθος του δείγματος .**

Η παραπάνω ποσότητα υπό τη μηδενική υπόθεση (H_0**) ότι** $\mu = \mu_0$**, ακολουθεί την κατανομή** t **με** n**-1 βαθμούς ελευθερίας .**

Αν η πιθανότητα του ελέγχου, (δηλαδή η πιθανότητα να προκύψει μια τιμή για την κατανομή *t* τόσο μεγάλη όσο αυτή του κριτηρίου), είναι $p < 0{,}05$, η αλλοιώς

$$t \geq t_{\mathrm{a}} \quad \acute{\eta} \quad t \leq -t_{\mathrm{a}} \quad \delta\eta\lambda\alpha\delta\acute{\eta} \quad |\,t\,| \geq t_{\mathrm{a}} \quad (\text{όπου } a{=}0{,}025)$$

η μηδενική υπόθεση $\mu = \mu_0$ απορρίπτεται.

Προϋποθέσεις εφαρμογής του *t* test σε ένα δείγμα

Η κατανομή της ποσοτικής μεταβλητής πρέπει να είναι στοιχειωδώς κανονική. Στην περίπτωση αυτή, η εκτροπή από την κανονικότητα δεν δημιουργεί προβλήματα κατά τον έλεγχο (εφόσον, βέβαια, η κατανομή της ποσοτικής μεταβλητής δεν είναι εντελώς ασύμμετρη).