ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Περιγραφή δεδομένων με μέσους όρους

3.1 Επικρατούσα τιμή
3.2 Διάμεσος
3.3 Αριθμητικός μέσος
3.4 Ποιος μέσος όρος;
3.5 Μέσοι όροι για ποιοτικά και διατεταγμένα δεδομένα
Περίληψη / Σημαντικοί όροι / Κύρια εξίσωση / Ερωτήσεις επανάληψης

Πρόλογος

Οι πίνακες και τα διαγράμματα κατανομών συχνοτήτων αποτελούν σημαντικά σημεία αφετηρίας όταν επιχειρούμε να περιγράψουμε δεδομένα. Στατιστικά μέτρα συνοπτικού χαρακτήρα με μεγαλύτερη ακρίβεια, όπως οι μέσοι όροι, παρέχουν επιπλέον πολύτιμες πληροφορίες. Οι μακροπρόθεσμοι επενδυτές σε μια χρηματαγορά καταφέρνουν να παραβλέπουν τις ημερήσιες αυξομειώσεις στα χαρτοφυλάκιά τους, γλιτώνοντας σημαντικό χρόνο, λαμβάνοντας πάντα υπόψη ότι, ***κατά μέσο όρο****, ο ετήσιος ρυθμός αύξησης των μετοχών τα τελευταία 50 χρόνια υπερβαίνει αρκετά τον ρυθμό των συντηρητικών επενδύσεων σε ομόλογα. Θα μπορούσατε επίσης να σταματήσετε να καπνίζετε επειδή,* ***κατά μέσο όρο****, οι μη καπνιστές ζουν περισσότερο από τους καπνιστές (ακόμα και 10 χρόνια, σύμφωνα με κάποιους ερευνητές). Θα μπορούσατε να ενισχύσετε την αποφασιστικότητά σας να αποφοιτήσετε από το πανεπιστήμιο όταν μάθετε ότι,* ***κατά μέσο όρο****, τα έσοδα των αποφοίτων πανεπιστημίου, σε όλη τη διάρκεια της ζωής τους, είναι σχεδόν διπλάσια από των αποφοίτων λυκείου.*

Οι μέσοι όροι αποτελούνται από αριθμούς (ή λέξεις) γύρω από τους οποίους επικεντρώνονται υπό κάποια έννοια τα δεδομένα. Συχνά αναφέρονται ως ***μέτρα κεντρικής τάσης****, και είναι διάφοροι τύποι μέσων όρων οι οποίοι δίνουν αριθμούς ή λέξεις που επιχειρούν να περιγράψουν, πιο γενικά, τη μεσαία ή τυπική τιμή για μια κατανομή. Αυτό το κεφάλαιο εστιάζει σε τρία διαφορετικά μέτρα κεντρικής τάσης – την επικρατούσα τιμή, τη διάμεσο και τον αριθμητικό μέσο. Καθένα απ' αυτά έχει κάποιες ειδικές χρήσεις, αλλά ο αριθμητικός μέσος είναι ο πιο σημαντικός μέσος όρος στην περιγραφική και στην επαγωγική στατιστική.*

Μέτρα κεντρικής τάσης
Αριθμοί ή λέξεις που επιχειρούν να περιγράψουν, πιο γενικά, τη μεσαία ή τυπική τιμή για μια κατανομή.

3.1 Επικρατούσα τιμή

Η επικρατούσα τιμή (mode) εκφράζει την τιμή του αποτελέσματος που εμφανίζεται συχνότερα.

Ο Πίνακας 3.1 δείχνει τον αριθμό των ετών υπηρεσίας 20 πρόσφατων αμερικανών προέδρων, ξεκινώντας από τον Benjamin Harrison (4 έτη) και φτάνοντας στον Bill Clinton (8 έτη). Τα τέσσερα έτη είναι η επικρατούσα θητεία, επειδή οι περισσότεροι πρόεδροι, 7 σε αριθμό, υπηρέτησαν για τόση διάρκεια. Σημειώστε ότι η επικρατούσα τιμή ισούται με 4 έτη, την *τιμή* της πιο συχνά εμφανιζόμενης θητείας, και όχι με 7, που είναι η *συχνότητα* αυτής της θητείας.

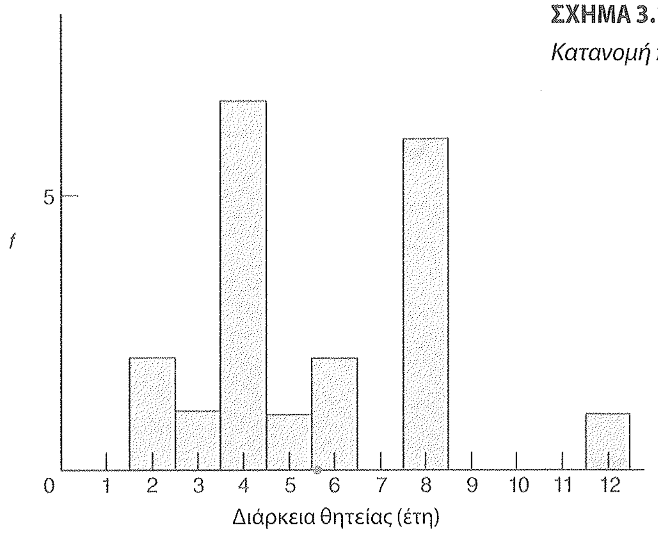
Είναι εύκολο να γίνει εκχώρηση μιας τιμής στην επικρατούσα τιμή. Αν τα δεδομένα είναι οργανωμένα, όπως στο Σχήμα 3.1, μια ματιά συνήθως αρκεί. Ωστόσο, αν τα δεδομένα δεν είναι οργανωμένα, όπως στον Πίνακα 3.1, είναι πιθανό να απαιτείται κάποια μέτρηση. Η επικρατούσα τιμή γίνεται άμεσα κατανοητή ως η τυπική τιμή, δηλαδή ως αυτή που κυριαρχεί.

Επικρατούσα τιμή
Η τιμή του πιο συχνού αποτελέσματος.

Πίνακας 3.1
ΠΕΡΙΟΔΟΙ ΣΕ ΕΤΗ 20 ΠΡΟΣΦΑΤΩΝ ΑΜΕΡΙΚΑΝΩΝ ΠΡΟΕΔΡΩΝ, ΜΕ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΗ ΣΕΙΡΑ

4	(Harrison)
4	
4	
8	
4	
8	
2	
6	
4	
12	
8	
8	
8	
2	
6	
5	
3	
4	
8	
4	
8	(Clinton)

Πηγή: The New York Times Almanac (2012).



ΣΧΗΜΑ 3.1
Κατανομή προεδρικών θητειών.

Περισσότερες από μία επικρατούσες τιμές

Οι κατανομές μπορούν να έχουν περισσότερες από μία επικρατούσες τιμές (ή καμία κάποιες φορές). *Οι κατανομές με δύο προφανείς κορυφές, ακόμα κι αν δεν έχουν ακριβώς το ίδιο ύψος, αναφέρονται ως* **δικόρυφες**. Οι κατανομές με περισσότερες από δύο κορυφές ονομάζονται **πολλαπλών κορυφών**. Όταν υπάρχουν περισσότερες από μία επικρατούσες τιμές, είναι πιθανό να υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ των υποσυνόλων δεδομένων. Για παράδειγμα, η κατανομή βαρών για άντρες και γυναίκες φοιτητές στατιστικής πιθανώς θα είναι δικόρυφη, αντανακλώντας τον συνδυασμό δύο ξεχωριστών κατανομών βαρών – μια βαρύτερη για άντρες και μια ελαφρύτερη για γυναίκες. Παρατηρήστε ακόμα ότι η κατανομή των προεδρικών θητειών στο Σχήμα 3.1 τείνει να είναι δικόρυφη, με μια έντονη κορυφή στα 4 έτη και μια μικρότερη στα 8, αποτυπώνοντας έτσι τις δύο πιο κοινές περιόδους.

Δικόρυφη
Περιγράφει οποιαδήποτε κατανομή με δύο προφανείς κορυφές.

Έλεγχος προόδου *3.1 Υπολογίστε την επικρατούσα τιμή για τις παρακάτω ηλικίες συνταξιοδότησης: 60, 63, 45, 63, 65, 70, 55, 63, 60, 65, 63.

Έλεγχος προόδου *3.2 Ο ιδιοκτήτης ενός νέου αυτοκινήτου έκανε έξι δοκιμές κατανάλωσης και πήρε τα παρακάτω αποτελέσματα, τα οποία εκφράζονται σε μίλια ανά γαλόνι (ένα γαλόνι ισούται με 3,785 λίτρα): 26,3, 28,7, 27,4, 26,6, 27,4, 26,9. Υπολογίστε την επικρατούσα τιμή γι' αυτά τα δεδομένα.

Απαντήσεις στη σελίδα 533.

3.2 Διάμεσος

Διάμεσος
Η μεσαία τιμή όταν οι παρατηρήσεις ταξινομούνται από τη μικρότερη στη μεγαλύτερη.

Η διάμεσος (median) είναι, ουσιαστικά, η μεσαία τιμή όταν οι παρατηρήσεις ταξινομούνται από τη μικρότερη στη μεγαλύτερη.

Η διάμεσος χωρίζει ένα σύνολο ταξινομημένων παρατηρήσεων σε ίσα μέρη, το πάνω και το κάτω μισό. Με άλλα λόγια, η διάμεσος έχει εκατοστημόριο 50, επειδή οι παρατηρήσεις με ίσες ή μικρότερες τιμές συνιστούν το 50% όλης της κατανομής.[11]

11. Αυστηρά μιλώντας, η διάμεσος έχει πάντα εκατοστημόριο *ακριβώς* 50 μόνο στον βαθμό που διαδικασίες παρεμβολής, για τις οποίες δεν θα μιλήσουμε σ' αυτό το βιβλίο, προσδιορίζουν την τιμή της διαμέσου με ένα μόνο σημείο κατά μήκος της αριθμητικής κλίμακας για τα δεδομένα.

Εύρεση της διαμέσου

Ο Πίνακας 3.2 δείχνει πώς μπορείτε να βρείτε τη διάμεσο για δύο διαφορετικά σύνολα αποτελεσμάτων. Οι αριθμοί μέσα στα σκιασμένα τετράγωνα συσχετίζουν οδηγίες στο επάνω πλαίσιο με παραδείγματα στο κάτω. Μελετήστε τον Πίνακα 3.2 πριν προχωρήσετε.

Πίνακας 3.2
ΕΥΡΕΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΜΕΣΟΥ

Α. Οδηγίες

1 Ταξινομήστε τα αποτελέσματα από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.
2 Βρείτε τη μεσαία θέση προσθέτοντας 1 στον συνολικό αριθμό αποτελεσμάτων και διαιρώντας διά 2.
3 *Αν η μεσαία θέση είναι ακέραιος αριθμός*, όπως στο αριστερό κάτω πλαίσιο, χρησιμοποιήστε αυτόν τον αριθμό για να *μετρήσετε* στο σύνολο των ταξινομημένων αποτελεσμάτων.
4 Η τιμή της διαμέσου ισούται με την τιμή του αποτελέσματος που υπάρχει στη μεσαία θέση.
5 *Αν η μεσαία θέση δεν είναι ακέραιος αριθμός*, όπως στο δεξί κάτω πλαίσιο, χρησιμοποιήστε τους δύο εγγύτερους ακέραιους για να *μετρήσετε* στο σύνολο των ταξινομημένων αποτελεσμάτων.
6 Η τιμή της διαμέσου ισούται με την τιμή που βρίσκεται στο μέσον ανάμεσα σ' αυτά τα δύο αποτελέσματα που βρίσκονται πιο κοντά στη μέση. Για να βρείτε την τιμή στο μέσον, προσθέστε αυτές τις δύο τιμές και διαιρέστε διά 2.

Β. Παραδείγματα

Σύνολο πέντε αποτελεσμάτων: 2, 8, 2, 7, 6	Σύνολο έξι αποτελεσμάτων: 3, 8, 9, 3, 1, 8
1 2, 2, 6, 7, 8	1 1, 3, 3, 8, 8, 9
2 $\frac{5+1}{2}=3$	2 $\frac{6+1}{2}=3{,}5$
2, 2, 6, 7, 8 ↑ 3 1, 2, 3	
4 διάμεσος = 6	1, 3, 3, 8, 8, 9 ↑ ↑ 5 1, 2, 3, 4
	6 διάμεσος $= \frac{3+8}{2} = 5{,}5$

Για να υπολογιστεί η διάμεσος, τα *αποτελέσματα πρέπει πάντοτε να ταξινομούνται από το μικρότερο στο μεγαλύτερο (ή αντιστρόφως)*. Αυτή η εργασία είναι απλή για μικρά σύνολα δεδομένων, αλλά δυσκολεύει πολύ όταν τα σύνολα δεδομένων που πρέπει να ταξινομηθούν με μη αυτόματο τρόπο είναι μεγάλα.

Όταν ο συνολικός αριθμός των αποτελεσμάτων είναι περιττός, όπως στο κάτω αριστερά πλαίσιο του Πίνακα 3.2, υπάρχει ένα αποτέλεσμα που ταξινομείται στο μέσον και η τιμή της διαμέσου ισούται με την τιμή αυτού του αποτελέσματος. Όταν ο συνολικός αριθμός των αποτελεσμάτων είναι άρτιος, όπως στο κάτω δεξιά πλαίσιο του Πίνακα 3.2, η τιμή της διαμέσου ισούται με μια τιμή που βρίσκεται στο μέσον ανάμεσα στις τιμές των δύο αποτελεσμάτων που βρίσκονται πιο κοντά στη μέση. Σε κάθε περίπτωση, η τιμή της διαμέσου είναι πάντα η τιμή του αποτελέσματος που ταξινομείται στο μέσον και όχι η *θέση* αυτών των αποτελεσμάτων μέσα στο σύνολο των ταξινομημένων αποτελεσμάτων.

Μπορούμε να υπολογίσουμε τη διάμεσο θητεία για τους 20 προέδρους. Πρώτα ταξινομούμε τις θητείες από εκείνη με τη μεγαλύτερη διάρκεια (12, του Franklin Roosevelt) ως τη μικρότερη διάρκεια (2, των Harding και Kennedy), όπως φαίνεται στην αριστερή στήλη του Πίνακα 3.3. Έπειτα, ακολουθώντας τις οδηγίες του Πίνακα 3.2, επαληθεύουμε ότι η διάμεσος θητεία για τους 20 προέδρους ισούται με 4,5 έτη, επειδή το 4,5 είναι η τιμή στο μέσον ανάμεσα στις τιμές (4 και 5) των δύο θητειών που βρίσκονται πιο κοντά στο μέσον (η 10η και η 11η θητεία στην ταξινόμηση) στον Πίνακα 3.3.

Σημειώστε ότι, αν και οι τιμές για τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή για την προεδρική θητεία είναι σχεδόν ίδιες, ερμηνεύονται με διαφορετικό τρόπο. Η διάμεσος θητεία (4,5 έτη) περιγράφει τη θητεία *που ταξινομείται στο μέσον* και η επικρατούσα θητεία (4 έτη) περιγράφει την *πιο συχνή* θητεία στην κατανομή.

Έλεγχος προόδου *3.3 Υπολογίστε τη διάμεσο για τις παρακάτω ηλικίες συνταξιοδότησης: 60, 63, 45, 63, 65, 70, 55, 63, 60, 65, 63.

Έλεγχος προόδου *3.4 Υπολογίστε τη διάμεσο για τις παρακάτω δοκιμές κατανάλωσης καυσίμων: 26,3, 28,7, 27,4, 26,6, 27,4, 26,9.

Απαντήσεις στη σελίδα 533.

Πίνακας 3.3
ΘΗΤΕΙΕΣ, ΣΕ ΕΤΗ, 20 ΠΡΟΣΦΑΤΩΝ ΑΜΕΡΙΚΑΝΩΝ ΠΡΟΕΔΡΩΝ

Ταξινόμηση κατά διάρκεια	Απόκλιση από τον αριθμητικό μέσο	Άθροισμα αποκλίσεων
12	6,40	
8	2,40	
8	2,40	
8	2,40	21,6
8	2,40	
8	2,40	
8	2,40	
6	0,40	
6	0,40	
(αριθμητικός μέσος = 5,60)		0
5	−0,60	
4	−1,60	
4	−1,60	
4	−1,60	
4	−1,60	
4	−1,60	−21,6
4	−1,60	
4	−1,60	
3	−2,60	
2	−3,60	
2	−3,60	

3.3 Αριθμητικός μέσος

Ο αριθμητικός μέσος είναι ο πιο κοινός μέσος όρος, αυτός που έχετε υπολογίσει σίγουρα χιλιάδες φορές.

Ο αριθμητικός μέσος (mean), ή απλώς μέσος, υπολογίζεται εάν προσθέσουμε όλα μας τα αποτελέσματα και διαιρέσουμε το άθροισμα διά του αριθμού των αποτελεσμάτων.

Δηλαδή

$$\text{(Αριθμητικός) μέσος} = \frac{\text{άθροισμα όλων των αποτελεσμάτων}}{\text{αριθμός αποτελεσμάτων}}$$

Για να υπολογίσετε τη μέση θητεία για τους 20 προέδρους, προσθέτετε τις 20 θητείες του Πίνακα 3.1 (4 + … + 4 + 8) για να πάρετε ένα άθροισμα 112 ετών και έπειτα διαιρείτε αυτό το άθροισμα διά 20, που είναι ο αριθμός των προέδρων, για να πάρετε τον μέσο 5,60 ετών.

Δεν υπάρχει καμία προϋπόθεση ότι οι προεδρικές θητείες πρέπει να ταξινομούνται πριν από τον υπολογισμό του αριθμητικού μέσου. Ακόμα κι όταν έχουμε να κάνουμε με μεγάλα σύνολα μη οργανωμένων δεδομένων, ο υπολογισμός του μέσου είναι συνήθως απλός, ιδιαίτερα με τη βοήθεια μιας αριθμομηχανής ή ενός υπολογιστή.

Δείγμα ή πληθυσμός;

Οι στατιστικολόγοι διακρίνουν δύο τύπους αριθμητικών μέσων –τον αριθμητικό μέσο πληθυσμού και τον δειγματικό μέσο–, ανάλογα με το αν τα δεδομένα θεωρούνται **πληθυσμός** (*ένα πλήρες σύνολο αποτελεσμάτων*) ή **δείγμα** (*ένα υποσύνολο αποτελεσμάτων*). Για παράδειγμα, εάν οι θητείες των 20 αμερικανών προέδρων θεωρούνται πληθυσμός, τότε τα 5,60 έτη είναι ο αριθμητικός μέσος πληθυσμού. Από την άλλη πλευρά, αν θεωρούνται δείγμα των θητειών *όλων* των αμερικανών προέδρων, τότε τα 5,60 έτη είναι ο δειγματικός μέσος. Η διάκριση που γίνεται είναι, βασικά, θέμα προοπτικής και ταυτόχρονα παράγει, όπως παρατηρούμε, ακριβώς την ίδια αριθμητική τιμή (5,60) για τους ίδιους μέσους. Αυτή η διάκριση παρουσιάζεται εδώ εξαιτίας της σημασίας που θα δούμε ότι έχει στα επόμενα κεφάλαια, όπου ο μέσος πληθυσμού συνήθως είναι άγνωστος αλλά δεδομένος ως σταθερά, ενώ ο δειγματικός μέσος είναι γνωστός αλλά διαφέρει από δείγμα σε δείγμα. *Μέχρι τότε, κι αν δεν υπάρχει σχετική σημείωση, μπορείτε να θεωρείτε ότι έχετε να κάνετε με τον δειγματικό μέσο.*

Πληθυσμός
Ένα πλήρες σύνολο αποτελεσμάτων.

Δείγμα
Ένα υποσύνολο αποτελεσμάτων.

Τύπος για τον δειγματικό μέσο

Συνήθως είναι πιο αποδοτικό να χρησιμοποιούνται σύμβολα αντί για εκφράσεις στους στατιστικούς τύπους, συμπεριλαμβανομένου του λεκτικού τύπου που δώσαμε νωρίτερα για τον αριθμητικό μέσο. Όταν χρησιμοποιούνται σύμβολα, το $\overline{X}$ είναι ο **δειγματικός μέσος** και ο τύπος γίνεται

Δειγματικός μέσος ($\overline{X}$)
Το σημείο ισορροπίας για ένα δείγμα, το οποίο βρίσκεται με τη διαίρεση του αθροίσματος των τιμών όλων των αποτελεσμάτων στο δείγμα διά του αριθμού των αποτελεσμάτων στο δείγμα.

Δειγματικός μέσος

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n} \tag{3.1}$$

και τον διαβάζετε ως εξής: «το $\overline{X}$ ισούται με το άθροισμα της μεταβλητής X διά του **μεγέθους δείγματος n**». (Το κεφαλαίο Σ διαβάζεται ως *το άθροισμα του* και όχι ως *σίγμα*. Για να αποφευχθεί κάθε σύγχυση, θα διαβάζετε μόνο το πεζό σ ως *σίγμα*, καθώς έχει εντελώς διαφορετικό νόημα στη στατιστική, το οποίο μάλιστα περιγράφουμε στο Κεφάλαιο 4.)

Μέγεθος δείγματος (n)
Ο συνολικός αριθμός των αποτελεσμάτων στο δείγμα.

Στον Τύπο 3.1, η μεταβλητή X μπορεί να αντικατασταθεί με τη σειρά από καθεμία από τις 20 προεδρικές θητείες του Πίνακα 3.1, ξεκινώντας από το 4 και τελειώνοντας στο 8. Το σύμβολο Σ με το κεφαλαίο ελληνικό γράμμα υποδεικνύει ότι όλα τα αποτελέσματα που αναπαρίστανται από τη μεταβλητή X πρέπει να προστεθούν (4 + … + 4 + 8) και να δώσουν άθροισμα 112. (Παρατηρήστε ότι αυτό το άθροισμα περιέχει τις τιμές *όλων* των αποτελεσμάτων, *συμπεριλαμβανομένων των διπλών τιμών*.) Έπειτα διαιρούμε αυτό το άθροισμα διά n, το μέγεθος του δείγματος –εν προκειμένω, το 20–, για να πάρουμε τη μέση προεδρική θητεία των 5,60 ετών.

Τύπος για τον αριθμητικό μέσο πληθυσμού

Ο τύπος για τον αριθμητικό μέσο πληθυσμού διαφέρει από τον τύπο για τον δειγματικό μέσο μόνο εξαιτίας μιας αλλαγής σε κάποια σύμβολα. Στη στατιστική, τα ελληνικά σύμβολα συνήθως περιγράφουν χαρακτηριστικά πληθυσμών, όπως τον αριθμητικό μέσο πληθυσμού, ενώ τα αγγλικά γράμματα συνήθως περιγράφουν χαρακτηριστι-

Αριθμητικός μέσος πληθυσμού (μ)
Το σημείο ισορροπίας για έναν πληθυσμό, το οποίο βρίσκεται με τη διαίρεση του αθροίσματος όλων των αποτελεσμάτων στον πληθυσμό διά του αριθμού των αποτελεσμάτων στον πληθυσμό.

Μέγεθος πληθυσμού (N)
Ο συνολικός αριθμός των αποτελεσμάτων στον πληθυσμό.

κά δειγμάτων, όπως τον δειγματικό μέσο. Ο **αριθμητικός μέσος πληθυσμού** αποτυπώνεται από το μ, το πεζό ελληνικό γράμμα για τον αριθμητικό μέσο,

Αριθμητικός μέσος πληθυσμού

$$\mu = \frac{\sum X}{N} \tag{3.2}$$

όπου το κεφαλαίο ***N*** αναφέρεται στο **μέγεθος πληθυσμού**. Κατά τ' άλλα, οι υπολογισμοί είναι ίδιοι με τους αντίστοιχους για τον δειγματικό μέσο.

Ο αριθμητικός μέσος ως σημείο ισορροπίας

Ο αριθμητικός μέσος (mean) αποτελεί το σημείο ισορροπίας για την κατανομή συχνοτήτων του.

Έστω ότι το ιστόγραμμα για τις θητείες των 20 προέδρων του Σχήματος 3.1 κατασκευάζεται από κάποιο άκαμπτο υλικό, όπως το ξύλο. Επίσης, φανταστείτε ότι, ενώ χρησιμοποιείτε μόνο ένα δάχτυλο κάτω από τη βάση του, θέλετε να σηκώσετε το ιστόγραμμα χωρίς να διαταράξετε την οριζόντια ισορροπία του. Για να το κάνετε αυτό, το δάχτυλό σας θα πρέπει να βρίσκεται στο 5,60, την τιμή του αριθμητικού μέσου, η οποία υποδεικνύεται με μια κουκκίδα στο Σχήμα 3.1. Αν το δάχτυλό σας ήταν δεξιά απ' αυτό το σημείο, όλο το ιστόγραμμα θα ταλαντευόταν και θα έπεφτε αριστερά, ενώ, αν το δάχτυλό σας ήταν αριστερά απ' αυτό το σημείο, το ιστόγραμμα θα έπεφτε δεξιά.

Ο αριθμητικός μέσος αποτελεί το σημείο ισορροπίας για την κατανομή του, εξαιτίας μιας ξεχωριστής ιδιότητας: *Το άθροισμα όλων των αποτελεσμάτων, τα οποία εκφράζονται ως θετικές και αρνητικές αποκλίσεις από τον μέσο, ισούται πάντα με μηδέν.* Στη δεξιά στήλη του Πίνακα 3.3, κάθε προεδρική θητεία επανεμφανίζεται ως απόκλιση από τη μέση θητεία, την οποία υπολογίζουμε αν πάρουμε κάθε θητεία (συμπεριλαμβανομένων των διπλοεγγραφών) κάθε φορά και αφαιρέσουμε τον μέσο. Οι θητείες που είναι μεγαλύτερες από τον αριθμητικό μέσο 5,60 επανεμφανίζονται ως θετικές αποκλίσεις (για παράδειγμα, το 12 επανεμφανίζεται ως θετική απόκλιση ύψους 6,40 από τον μέσο, επειδή 12 – 5,60 = 6,40). Οι θητείες που είναι μικρότερες του μέσου 5,60 επανεμφανίζονται ως αρνητικές αποκλίσεις (για παράδειγμα, το 2 επανεμφανίζεται ως αρνητική απόκλιση ύψους –3,60 από τον μέσο, επειδή 2 – 5,60 = –3,60). Όπως δείχνει ο Πίνακας 3.3, όταν το άθροισμα όλων των αρνητικών αποκλίσεων, 21,6, συνδυαστεί με το άθροισμα όλων των αρνητικών αποκλίσεων, –21,6, το τελικό άθροισμα ισούται με μηδέν.

Στον ρόλο του ως σημείου ισορροπίας ο αριθμητικός μέσος περιγράφει το μοναδικό σημείο ισορροπίας στο οποίο, όταν όλα τα αποτελέσματα έχουν εκφραστεί ως αποκλίσεις από τον μέσο, εκείνα που βρίσκονται πάνω από τον αριθμητικό μέσο αντισταθμίζουν εκείνα που βρίσκονται κάτω από τον μέσο. Μπορείτε, επομένως, να κατανοήσετε γιατί μια μεταβολή στην τιμή ενός μόνο αποτελέσματος προκαλεί μεταβολή στην τιμή του αριθμητικού μέσου για όλη την κατανομή. *Ο αριθμητικός μέσος εκφράζει τις τιμές όλων των αποτελεσμάτων, όχι μόνο εκείνων που ταξινομούνται στο μέσον (όπως συμβαίνει με τη διάμεσο) ή εκείνων που απαντώνται συχνότερα (όπως με την επικρατούσα τιμή).*

Έλεγχος προόδου *3.5 Υπολογίστε τον αριθμητικό μέσο για τις παρακάτω ηλικίες συνταξιοδότησης: 60, 63, 45, 63, 65, 70, 55, 63, 60, 65, 63.

Έλεγχος προόδου *3.6 Υπολογίστε τον αριθμητικό μέσο για τις παρακάτω δοκιμές κατανάλωσης καυσίμων: 26,3, 28,7, 27,4, 26,6, 27,4, 26,9.

Απαντήσεις στη σελίδα 534.

3.4 Ποιος μέσος όρος;

Αν η κατανομή δεν είναι ασύμμετρη (συμμετρική)

Όταν μια κατανομή αποτελεσμάτων δεν είναι υπερβολικά ασύμμετρη, οι τιμές της επικρατούσας τιμής, της διαμέσου *και του μέσου είναι παρόμοιες και οποιαδήποτε εξ αυτών μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή της κεντρικής τάσης της κατανομής.* Αυτό συμβαίνει στο Σχήμα 3.1, όπου η επικρατούσα τιμή 4 περιγράφει τη συνήθη θητεία, η διάμεσος 4,5 περιγράφει τη θητεία που ταξινομείται στο μέσον και ο αριθμητικός μέσος 5,60 περιγράφει το σημείο ισορροπίας για τις θητείες. Η ελαφρώς μεγαλύτερη μέση θητεία είναι απόρροια μιας μετατόπισης προς τα πάνω στο σημείο ισορροπίας η οποία αντισταθμίζει τη μεγάλη θετική απόκλιση των 6,40 ετών από τη μακρά 12-ετή θητεία του Roosevelt.

Αν η κατανομή είναι ασύμμετρη

Όταν ακραίες τιμές καθιστούν μια κατανομή ασύμμετρη, όπως τα ποσοστά βρεφικής θνησιμότητας για επιλεγμένες χώρες που μπορείτε να δείτε στον Πίνακα 3.4, οι τιμές των τριών μέσων όρων μπορεί να διαφέρουν αισθητά. Η επικρατούσα τιμή για το ποσοστό βρεφικής θνησιμότητας 4 περιγράφει το πιο κοινό ποσοστό (επειδή απαντάται συχνότερα, πέντε φορές, στον Πίνακα 3.4). Η διάμεσος τιμή για το ποσοστό βρεφικής θνησιμότητας 7 περιγράφει το ποσοστό που ταξινομείται στο μέσον (επειδή οι ΗΠΑ, με ποσοστό 7, καταλαμβάνουν τη θέση που ταξινομείται στο μέσον, δηλαδή τη 10η, ανάμεσα στις 19 χώρες που ταξινομούνται). Τέλος, ο αριθμητικός μέσος για το ποσοστό βρεφικής θνησιμότητας 30,00 περιγράφει το σημείο ισορροπίας για όλα τα ποσοστά (επειδή το άθροισμα όλων των ποσοστών, 570, διά του αριθμού των χωρών, 19, ισούται με 30,00).

Αντίθετα από την επικρατούσα τιμή και τη διάμεσο, ο αριθμητικός μέσος δείχνει μεγάλη ευαισθησία σε ακραία αποτελέσματα ή ακραίες παρατηρήσεις. Οποιοδήποτε ακραίο αποτέλεσμα, όπως το υψηλό ποσοστό βρεφικής θνησιμότητας 182 για τη Σιέρα Λεόνε στον Πίνακα 3.4, επηρεάζει σημαντικά τον υπολογισμό του αριθμητικού μέσου και, με αριθμητική βεβαιότητα, αυξάνει την τιμή του μέσου –το σημείο ισορροπίας για όλη την κατανομή– προς την κατεύθυνσή του. Σε ακραίες περιπτώσεις, ο αριθμητικός μέσος περιγράφει την κεντρική τάση μιας κατανομής μόνο στην πιο αφηρημένη έννοια του σημείου ισορροπίας της κατανομής.

Πίνακας 3.4
ΠΟΣΟΣΤΑ ΒΡΕΦΙΚΗΣ ΘΝΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΕΣ ΧΩΡΕΣ (2012)

Χώρα	Ποσοστό Βρεφικής Θνησιμότητας*
Σιέρα Λεόνε	182
Πακιστάν	86
Γκάνα	72
Ινδία	56
Νότια Αφρική	45
Καμπότζη	40
Μεξικό	16
Κίνα	14
Βραζιλία	14
Ην. Πολ. Αμερικής	7
Κούβα	6
Ην. Βασίλειο	6
Ολλανδία	4
Ισραήλ	4
Γαλλία	4
Δανία	4
Γερμανία	4
Ιαπωνία	3
Σουηδία	3

** Ποσοστά ανά 1.000 γεννήσεις ζώντων.*
Πηγή: 2014 World Development Indicators.

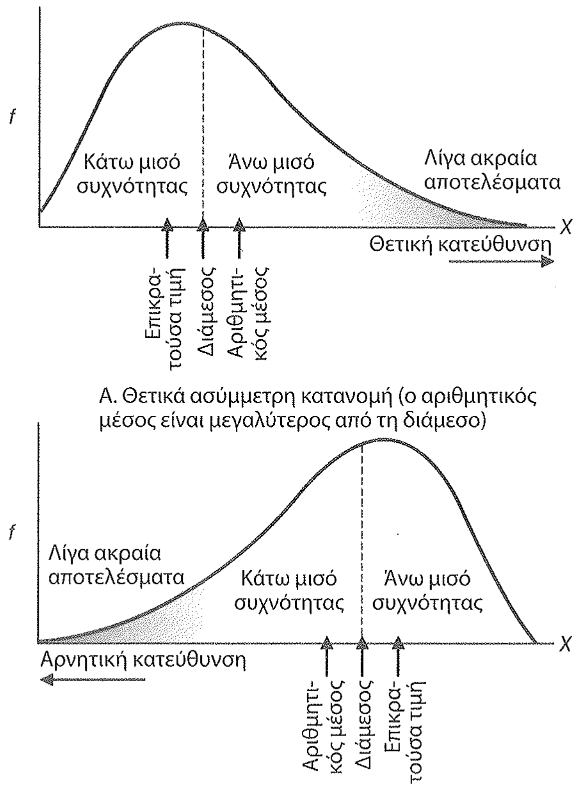
Ερμηνεία των διαφορών μεταξύ του αριθμητικού μέσου και της διαμέσου

Σε ιδανικές συνθήκες, όταν μια κατανομή είναι ασύμμετρη, αναφέρετε τόσο τον αριθμητικό μέσο όσο και τη διάμεσο. Αν υπάρχουν αισθητές διαφορές μεταξύ των τιμών του αριθμητικού μέσου και της διαμέσου, τότε η κατανομή είναι ασύμμετρη. Αν ο αριθμητικός μέσος είναι μεγαλύτερος από τη διάμεσο, όπως συμβαίνει με τα ποσοστά βρεφικής θνησιμότητας, η εξεταζόμενη κατανομή είναι θετικά ασύμμετρη εξαιτίας ενός ή περισσότερων αποτελεσμάτων με σχετικά μεγάλες τιμές, όπως τα πολύ υψηλά ποσοστά βρεφικής θνησιμότητας για μερικές χώρες και ιδιαίτερα για τη Σιέρα Λεόνε. Από την άλλη πλευρά, αν η διάμεσος είναι μεγαλύτερη από τον μέσο, η εξεταζόμενη κατανομή είναι αρνητικά ασύμμετρη εξαιτίας ενός ή περισσότερων αποτελεσμάτων με σχετικά μικρές τιμές. Το Σχήμα 3.2 συνοψίζει τη σχέση μεταξύ των διάφορων μέσων όρων και των δύο τύπων ασύμμετρων κατανομών (εμφανίζονται ως ομαλοποιημένες καμπύλες).

Έλεγχος προόδου *3.7 Διευκρινίστε αν οι παρακάτω ασύμμετρες κατανομές είναι θετικά ασύμμετρες επειδή ο αριθμητικός μέσος είναι μεγαλύτερος της διαμέσου ή αρνητικά ασύμμετρες επειδή η διάμεσος είναι μεγαλύτερη του αριθμητικού μέσου.

(α) μια κατανομή βαθμών σε ένα εύκολο διαγώνισμα, με τους περισσότερους μαθητές να έχουν υψηλή βαθμολογία και λίγους μαθητές χαμηλή

(β) μια κατανομή ηλικιών φοιτητών, με τους περισσότερους φοιτητές να είναι λίγο πριν ή λίγο μετά τα 20 και λίγους φοιτητές να είναι 50 ή 60



Α. Θετικά ασύμμετρη κατανομή (ο αριθμητικός μέσος είναι μεγαλύτερος από τη διάμεσο)

Β. Αρνητικά ασύμμετρη κατανομή (η διάμεσος είναι μεγαλύτερη από τον αριθμητικό μέσο)

ΣΧΗΜΑ 3.2

Επικρατούσα τιμή, διάμεσος και αριθμητικός μέσος σε θετικά και αρνητικά ασύμμετρες κατανομές.

(γ) μια κατανομή κερμάτων που έχουν συμφοιτητές σας, με τους περισσότερους να έχουν λιγότερο από $1 και μερικούς να έχουν $3 ή $4 σε κέρματα

(δ) μια κατανομή των μεγεθών των θεατών μιας δημοφιλούς κινηματογραφικής ταινίας στο σινεμά, με τα περισσότερα ακροατήρια να καλύπτουν σχεδόν τη χωρητικότητα του κινηματογράφου

Απαντήσεις στη σελίδα 534.

Η ιδιαίτερη θέση του αριθμητικού μέσου

Όπως είδαμε, ο αριθμητικός μέσος δεν καταφέρνει πάντα να περιγράφει την τυπική τιμή, δηλαδή την τιμή που ταξινομείται στο μέσον, μιας κατανομής. Επομένως, θα πρέπει να χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με έναν άλλον μέσο όρο, όπως αυτόν της διαμέσου. Σε βάθος χρόνου όμως, ο αριθμητικός μέσος *είναι ο προτιμότερος μέσος όρος για ποσοτικά δεδομένα.* Μετά απ' αυτό το κεφάλαιο, θα τον χρησιμοποιούμε σχεδόν αποκλειστικά. Στο επόμενο κεφάλαιο, θα δούμε ότι ο αριθμητικός μέσος αποτελεί το βασικό στοιχείο ενός σημαντικού στατιστικού μέτρου, της τυπικής απόκλισης. Αργότερα, στην επαγωγική στατιστική (Μέρος 2), θα παίξει τον ρόλο ενός καλώς τεκμηριωμένου μέτρου που χρησιμοποιείται για γενικεύσεις πέρα από τα πραγματικά αποτελέσματα σε έρευνες και πειράματα.

Η χρήση της φράσης «μέσος όρος»

Για να είμαστε απόλυτα ακριβείς, ένας *μέσος όρος* (average) μπορεί να αναφέρεται στην επικρατούσα τιμή, στη διάμεσο ή στον αριθμητικό μέσο – ή ακόμα και σε κάποιον λιγότερο γνωστό μέσο όρο, όπως τον γεωμετρικό μέσο ή τον αρμονικό μέσο. Σύμφωνα με τις συνήθεις συμβάσεις που υπάρχουν στη στατιστική, ο *μέσος όρος* συνήθως σημαίνει *αριθμητικός μέσος*, και αυτός ο συνειρμός συχνά ενισχύεται από τα συμφραζόμενα. Για παράδειγμα, ο *μέσος όρος μαθημάτων* είναι ουσιαστικά συνώνυμος με τη *μέση βαθμολογία.* Εξ όσων γνωρίζουμε, ακόμα και ο πιο τολμηρός φοιτητής με κακή βαθμολογία δεν επιχείρησε ποτέ να εκπληρώσει τις προϋποθέσεις αποφοίτησης ανταλλάσσοντας μια ευνοϊκή επικρατούσα τιμή ή διάμεσο του βαθμού του με τον κοινό μέσο όρο των μαθημάτων του. Αν όμως δεν γίνεται σαφές από τα συμφραζόμενα και τη χρήση, θα ήταν καλό να ορίζουμε τον συγκεκριμένο μέσο όρο που χρησιμοποιείται, ακόμα κι αν απαιτεί κάποια σύντομη εξήγηση. Κάθε φορά που έρχεστε αντιμέτωποι με κάποιο επίμαχο θέμα, είναι πάντα συνετό να είστε σαφείς για τον ακριβή τύπο μέσου όρου που απαιτείται.

3.5 Μέσοι όροι για ποιοτικά και διατεταγμένα δεδομένα

Η επικρατούσα τιμή είναι πάντα η κατάλληλη για ποιοτικά δεδομένα

Έως τώρα μιλάμε για ποσοτικά δεδομένα για τα οποία μπορούμε θεωρητικά να χρησιμοποιήσουμε και τους τρεις μέσους όρους. Αλλά όταν τα δεδομένα είναι ποιοτικά, η επιλογή σας ανάμεσα στους μέσους όρους είναι περιορισμένη. *Η επικρατούσα τιμή μπορεί πάντοτε να χρησιμοποιείται με ποιοτικά δεδομένα.* Για παράδειγμα, το Ναι είναι η επικρατούσα και πιο κοινή απάντηση στην ερώτηση για το προφίλ στο Facebook (Πίνακας 2.7 στη σελίδα 62). Σύμφωνα με την ίδια λογική, θα μπορούσαμε να πούμε ότι ο χαρακτηρισμός PG (γονική συναίνεση) είναι ο επικρατέστερος όσον αφορά τους χαρακτηρισμούς των πρόσφατων ταινιών που προβλήθηκαν (Ερώτηση 2.8 στη σελίδα 63) και ότι οι λευκοί απαρτίζουν τη μεγαλύτερη εθνότητα κατοίκων των ΗΠΑ (Ερώτηση 2.12 στη σελίδα 70).

Η διάμεσος είναι κατάλληλη μερικές φορές

Η διάμεσος μπορεί να χρησιμοποιείται όποτε είναι εφικτή η ταξινόμηση ποιοτικών δεδομένων από το μικρότερο στο μεγαλύτερο επειδή το επίπεδο μέτρησης είναι διατάξιμο. Είναι πιο εύκολο να προσδιορίζουμε τη διάμεσο κλάση για ταξινομημένα ποιοτικά δεδομένα χρησιμοποιώντας σχετικές συχνότητες, όπως συμβαίνει στον Πίνακα 3.5. (Αλλιώς, πρώτα μετατρέπουμε τις κανονικές συχνότητες σε σχετικές.) Αθροίζουμε τις σχετικές συχνότητες, κινούμενοι ανοδικά από το κάτω μέρος της κατανομής, μέχρι το αθροιστικό ποσοστό να ισούται ή να υπερβαίνει το 50%. Επειδή η αντίστοιχη κλάση περιλαμβάνει τη διάμεσο και, κατά προσέγγιση, χωρίζει την κατανομή σε πάνω και κάτω μισό, ορίζεται ως η διάμεσος κλάση ή η κλάση που ταξινομείται στο μέσον. Για παράδειγμα, τα ποιοτικά δεδομένα του Πίνακα 3.5 μπορούν να ταξινομηθούν από τον βαθμό του υπολοχαγού σε αυτόν του στρατηγού. Ξεκινώντας από το κάτω μέρος του Πίνακα 3.5 και αθροίζοντας κινούμενοι ανοδικά, έχουμε ποσοστό 25,5 για την κλάση του υπολοχαγού και αθροιστικό ποσοστό 62,5 για την κλάση του λοχαγού. Αναλόγως, επειδή περιλαμβάνει αθροιστικό ποσοστό 50, ο λοχαγός είναι ο διάμεσος βαθμός αξιωματικών στον αμερικανικό στρατό.

Πίνακας 3.5
ΕΥΡΕΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΜΕΣΟΥ ΓΙΑ ΤΑΞΙΝΟΜΗΜΕΝΑ ΠΟΙΟΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ: ΒΑΘΜΟΙ ΑΞΙΩΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΟΝ ΣΤΡΑΤΟ ΤΩΝ ΗΠΑ (2016)

Βαθμός	%	Αθροιστικό %
Στρατηγός	0,4	
Συνταγματάρχης	16,7	
Ταγματάρχης	20,4	
Λοχαγός	37,0	25,5+37,0 = 62,5
Υπολοχαγός	25,5	25,5
	100,0	

Πηγή: http://www.Statista.com/statistics.

Όταν υπολογίζετε τη διάμεσο για ταξινομημένα ποιοτικά δεδομένα, θα πρέπει να είστε προσεκτικοί και να αποφεύγετε ένα κοινό σφάλμα που προσδιορίζει τη διάμεσο απλώς με τη μεσαία ή τις δύο μεσαίες κλάσεις, όπως «μεταξύ του λοχαγού και του ταγματάρχη», χωρίς να δίνεται σημασία στις αθροιστικές σχετικές συχνότητες και στη θέση του 50ού εκατοστημορίου. Με άλλα λόγια, *μη χειρίζεστε τις διάφορες κλάσεις σαν να έχουν τις ίδιες συχνότητες όταν στην πραγματικότητα έχουν διαφορετικές συχνότητες.*

Ακατάλληλοι μέσοι όροι

Δεν θα ήταν σωστό να αναφέρουμε μια διάμεσο για μη ταξινομημένα ποιοτικά δεδομένα με ονομαστική μέτρηση, όπως είναι οι εθνικότητες των Αμερικανών. Ούτε θα ήταν σωστό να αναφέρουμε έναν αριθμητικό μέσο για *οποιαδήποτε* ποιοτικά δεδομένα, όπως τους βαθμούς των αξιωματικών του στρατού των ΗΠΑ. Άλλωστε, δεν μπορούμε να προσθέτουμε και να διαιρούμε λέξεις-εκφράσεις, δηλαδή δεν μπορούμε να εκτελούμε τις πράξεις που απαιτούνται από τον τύπο του αριθμητικού μέσου.

Υπενθύμιση:
Ο αριθμητικός μέσος δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί με ποιοτικά δεδομένα.

Έλεγχος προόδου *3.8 Έγινε μια έρευνα σε φοιτητές σχετικά με το πού θα ήθελαν να περάσουν τις ανοιξιάτικες διακοπές τους: Daytona Beach (DB), Cancun, Mexico (C), South Padre Island (SP), Lake Havasu (LH) ή κάτι άλλο (O). Τα αποτελέσματα έχουν ως εξής:

DB	DB	C	LH	DB
C	SP	LH	DB	O
O	SP	C	DB	LH
DB	C	DB	O	DB

Υπολογίστε την επικρατούσα τιμή και, αν είναι δυνατόν, τη διάμεσο.

Η απάντηση στη σελίδα 534.

Μέσοι όροι για διατεταγμένα δεδομένα

Όταν τα δεδομένα αποτελούνται από μια σειρά κατατάξεων, με το διατάξιμο επίπεδο μέτρησής τους, μπορούμε να παίρνουμε πάντα τη διάμεσο κατάταξη. Είναι απλώς η μεσαία τιμή ή ο μέσος όρος των δύο τιμών που βρίσκονται πιο κοντά στη μέση σε μια κατάταξη. Για παράδειγμα, έστω ότι ο Πίνακας 1.1 στη σελίδα 24 δεν εμφανίζει βάρη για τους 53 άρρενες φοιτητές στατιστικής, αλλά τους ταξινομεί μόνο με βάση το βάρος τους, ξεκινώντας από τη θέση 1 για τον πιο ελαφρύ (133 λίβρες) και φτάνοντας στη θέση 53 για τον βαρύτερο (245 λίβρες). Αν θυμηθείτε πώς μπορείτε να βρείτε τη διάμεσο όταν υπάρχει άρτιος αριθμός αποτελεσμάτων όπως περιγράφεται στον Πίνακα 3.2 στη σελίδα 91, τότε μπορείτε να βρείτε τον μέσο όρο των δύο θέσεων που βρίσκονται στη μέση (26η και 27η), δηλαδή 26,5, και αυτός ο αριθμός είναι η διάμεσος κατάταξη.

Ο αριθμητικός μέσος και η επικρατούσα τιμή για τη θέση κατάταξης δεν προσφέρουν χρήσιμες πληροφορίες και δεν θα μας απασχολήσουν εδώ.

Περίληψη

Η επικρατούσα τιμή ισούται με την τιμή του αποτελέσματος που απαντάται συχνότερα (του τυπικού αποτελέσματος).

Η διάμεσος ισούται με την τιμή του αποτελέσματος (ή των αποτελεσμάτων) που ταξινομείται στο μέσον. Επειδή χωρίζει τις συχνότητες σε πάνω και κάτω μισά, έχει εκατοστημόριο 50.

Η τιμή του αριθμητικού μέσου, είτε ορίζεται για δείγμα είτε για πληθυσμό, βρίσκεται αν αθροίσουμε όλα τα αποτελέσματα και έπειτα διαιρέσουμε διά του αριθμού των αποτελεσμάτων στο δείγμα ή στον πληθυσμό. Περιγράφει πάντα το σημείο ισορροπίας μιας κατανομής, δηλαδή το μοναδικό σημείο στο οποίο το άθροισμα των θετικών αποκλίσεων ισούται με το άθροισμα των αρνητικών αποκλίσεων.

Όταν οι κατανομές συχνοτήτων δεν είναι ασύμμετρες, οι τιμές για τους τρεις μέσους όρους τείνουν να είναι παρόμοιες και εξίσου αντιπροσωπευτικές των κεντρικών τάσεων μέσα στις κατανομές. Όταν οι κατανομές συχνοτήτων είναι ασύμμετρες, οι τιμές των τριών μέσων όρων διαφέρουν αισθητά, με τον αριθμητικό μέσο να είναι ιδιαίτερα ευαίσθητος σε ακραία αποτελέσματα. Ιδανικά, σ' αυτήν την περίπτωση θα πρέπει να αναφέρεται τόσο ο αριθμητικός μέσος όσο και η διάμεσος.

Ο αριθμητικός μέσος είναι ο προτιμότερος μέσος όρος για ποσοτικά δεδομένα και θα χρησιμοποιείται σχεδόν αποκλειστικά σε επόμενα κεφάλαια. Επανεμφανίζεται ως βασικό στοιχείο άλλων στατιστικών μέτρων και ως ένα καλά τεκμηριωμένο μέτρο σε έρευνες και πειράματα.

Συμβάσεις χρήσης υπαγορεύουν ότι ο *μέσος όρος* συνήθως σημαίνει *αριθμητικός μέσος*, αλλά σε επίμαχα ζητήματα πρέπει να προσδιορίζουμε την ακριβή φύση του μέσου όρου.

Μόνο η επικρατούσα τιμή μπορεί να χρησιμοποιηθεί με όλα τα ποιοτικά δεδομένα. Αν τα ποιοτικά δεδομένα μπορούν να ταξινομηθούν από το μικρότερο στο μεγαλύτερο επειδή το επίπεδο μέτρησης είναι διατάξιμο, μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί η διάμεσος.

Η διάμεσος είναι ο προτιμότερος μέσος όρος για διατεταγμένα δεδομένα.

Σημαντικοί όροι

Μέτρα κεντρικής τάσης	Δείγμα
Επικρατούσα τιμή	Δειγματικός μέσος ($\overline{X}$)
Δικόρυφη	Μέγεθος δείγματος (n)
Διάμεσος	Αριθμητικός μέσος πληθυσμού (μ)
Πληθυσμός	Μέγεθος πληθυσμού (N)

Κύρια εξίσωση

ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΣ ΜΕΣΟΣ

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n}$$

Ερωτήσεις επανάληψης

Παρατήρηση για την ακρίβεια των υπολογισμών

Οι απαντήσεις στο Παράρτημα Β δίνονται έπειτα από στρογγυλοποίηση οποιουδήποτε προσεγγιστικού αριθμού στα δύο δεκαδικά ψηφία μετά την υποδιαστολή, χρησιμοποιώντας τη διαδικασία στρογγυλοποίησης που περιγράφουμε στην Ενότητα Α.7 του Παραρτήματος Α.

***3.9** Στην ερώτηση «Σε όλη τη ζωή σας, πόσο συχνά αλλάξατε μόνιμη κατοικία;», ένα σύνολο 18 φοιτητών απάντησε ως εξής: 1, 3, 4, 1, 0, 2, 5, 8, 0, 2, 3, 4, 7, 11, 0, 2, 3, 3. Βρείτε την επικρατούσα τιμή, τη διάμεσο και τον αριθμητικό μέσο.

Απαντήσεις στη σελίδα 534.

3.10 Κατά τη διάρκεια της πρώτης απόπειράς τους να κολυμπήσουν σε έναν υδάτινο λαβύρινθο, 15 ποντίκια εργαστηρίου έκαναν τους παρακάτω αριθμούς λαθών (μπήκαν σε τυφλούς διαδρόμους): 2, 17, 5, 3, 28, 7, 5, 8, 5, 6, 2, 12, 10, 4, 3.

(α) Υπολογίστε την επικρατούσα τιμή, τη διάμεσο και τον αριθμητικό μέσο γι' αυτά τα δεδομένα.

(β) Χωρίς να δημιουργήσετε κατανομή συχνοτήτων ή διάγραμμα, θα χαρακτηρίζατε το σχήμα αυτής της κατανομής συμμετρικό, θετικά ασύμμετρο ή αρνητικά ασύμμετρο;

3.11 Σε κάποιους αγώνες, οι σκιέρ κατάβασης παίρνουν τον μέσο όρο των χρόνων που πετυχαίνουν σε τρεις δοκιμές. Θα προτιμούσατε αυτός ο μέσος όρος να είναι ο αριθμητικός μέσος ή η διάμεσος αν συνήθως κάνετε

(α) έναν πολύ κακό χρόνο και δύο μέσους χρόνους;

(β) έναν πολύ καλό χρόνο και δύο μέσους χρόνους;

(γ) δύο κακούς χρόνους και έναν μέσο χρόνο;

(δ) τρεις διαφορετικούς χρόνους που απέχουν μεταξύ τους περίπου ίσα διαστήματα;

***3.12** Κατά τη διάρκεια μιας απεργίας από τους πιλότους της Northwest Airline πριν από πολλά χρόνια, ο μέσος όρος των μισθών των πιλότων σύμφωνα με τη διοίκηση ήταν \$13.000 υψηλότερος από όσα δήλωνε το συνδικάτο των πιλότων. Αναφορικά με όσα έχουμε πει σ' αυτό το κεφάλαιο, ποια θα μπορούσε να είναι η αιτία αυτής της ανακολουθίας;

Η απάντηση στη σελίδα 534.

3.13 Ο Garrison Keillor, παρουσιαστής του ραδιοφωνικού προγράμματος *A Prairie Home Companion*, ολοκληρώνει κάθε ιστορία για τη μυθική πατρίδα του με την εξής πρόταση: «Αυτά είναι τα νέα του Λέικ Γούμπεγκον, όπου όλες οι γυναίκες είναι δυνατές, όλοι οι άντρες όμορφοι και όλα τα παιδιά πάνω από τον μέσο όρο». Σε τι τύπο κατανομής, αν υπήρχε, θα ήταν

(α) τα περισσότερα από τα μισά παιδιά πάνω από τον μέσο όρο;

(β) τα περισσότερα από τα μισά παιδιά κάτω από τον μέσο όρο;

(γ) περίπου ίσοι αριθμοί παιδιών πάνω και κάτω από τον μέσο όρο;

(δ) όλα τα παιδιά πάνω από τον μέσο όρο;

3.14 Ο αριθμητικός μέσος αποτελεί το σημείο ισορροπίας για οποιαδήποτε κατανομή επειδή το άθροισμα όλων των αποτελεσμάτων, όπως εκφράζονται ως θετικές και αρνητικές αποστάσεις από τον μέσο, ισούται πάντα με μηδέν.

(α) Δείξτε ότι ο αριθμητικός μέσος έχει αυτήν την ιδιότητα γι' αυτό το σύνολο αποτελεσμάτων: 3, 6, 2, 0, 4.

(β) Προσπαθήστε να πείσετε τον εαυτό σας ότι ο αριθμητικός μέσος προσδιορίζει το μοναδικό σημείο που έχει αυτήν την ιδιότητα. Πιο συγκεκριμένα, επιλέξτε κάποιον άλλον αριθμό, κατά προτίμηση έναν ακέραιο αριθμό (για λόγους ευκολίας), και βρείτε το άθροισμα όλων των αποτελεσμάτων στο (α), εκφράζοντάς το ως θετική ή αρνητική απόσταση από τον αριθμό που επιλέξατε. Αυτό το άθροισμα δεν πρέπει να ισούται με μηδέν.

3.15 Αν είναι δυνατόν, βρείτε τη διάμεσο για τους χαρακτηρισμούς ταινιών που παρουσιάσαμε στην Ερώτηση 2.8 στη σελίδα 63.

3.16 Υπολογίστε τον μοναδικό μέσο όρο –επικρατούσα τιμή, διάμεσο ή αριθμητικό μέσο– που περιγράφουν οι παρακάτω προτάσεις.

(α) Δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί ποτέ με ποιοτικά δεδομένα.

(β) Μερικές φορές μπορεί να χρησιμοποιηθεί με ποιοτικά δεδομένα.

(γ) Πάντα μπορεί να χρησιμοποιηθεί με ποιοτικά δεδομένα.

(δ) Πάντα μπορεί να χρησιμοποιηθεί με διατεταγμένα δεδομένα.

(ε) Με απόλυτη ακρίβεια, μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο με ποσοτικά δεδομένα.

3.17 Διευκρινίστε αν καθεμία από τις παρακάτω κατανομές είναι θετικά ή αρνητικά ασύμμετρη. Η κατανομή

(α) των εισοδημάτων φορολογουμένων που έχουν αριθμητικό μέσο $48.000 και διάμεσο $43.000.

(β) των μέσων όρων όλων των φοιτητών σε κάποιο πανεπιστήμιο που έχουν αριθμητικό μέσο 3,01 και διάμεσο 3,20.

(γ) του αριθμού των ερωτικών σχέσεων που δηλώνουν ανώνυμα νεαροί ενήλικες και έχει αριθμητικό μέσο 2,6 σχέσεις και διάμεσο 1,9 σχέσεις.

(δ) του χρόνου ημερήσιας παρακολούθησης τηλεόρασης για παιδιά προσχολικής ηλικίας που έχει αριθμητικό μέσο 55 λεπτά και διάμεσο 73 λεπτά.

3.18 Δεδομένου ότι ο αριθμητικός μέσος ισούται με 5, ποια πρέπει να είναι η τιμή της μίας παρατήρησης που λείπει από το καθένα από τα παρακάτω σύνολα παρατηρήσεων;

(α) 1, 2, 10

(β) 2, 4, 1, 5, 7, 7

(γ) 6, 9, 2, 7, 1, 2

3.19 Διευκρινίστε αν οι παρακάτω όροι ή σύμβολα σχετίζονται με τον αριθμητικό μέσο πληθυσμού, τον δειγματικό μέσο ή αμφοτέρους.

(α) N

(β) κυμαίνεται

(γ) Σ

(δ) n

(ε) σταθερά

(στ) υποσύνολο

3.20 Στην Άσκηση επανάληψης 2.17 στη σελίδα 74, υπολογίστε τους μέσους όρους που αρμόζουν.